

# 新型降水分布数学模型研究及其应用\*

张升堂<sup>1,2,\*</sup> 康绍忠<sup>1,3</sup> 刘音<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>西北农林科技大学旱区农业水土工程教育部重点实验室, 杨凌 712100; <sup>2</sup>杨凌职业技术学院水利系, 杨凌 712100;

<sup>3</sup>中国农业大学中国农业水问题研究中心, 北京 100083)

**【摘要】** 在分布式水文模型中, 单元栅格内的降水输入是准确模拟各种水文过程的关键因素, 寻求产生分布式降水数据的方法是水文模型研究的热点之一. 在对国内外降水模型分析基础上, 认为流域面上实际降水分布是天气系统降水与下垫面地形影响共同作用的结果, 如果不受地形影响, 天气系统降水的降水量等值线在平面上的分布近似为一组同心椭圆. 根据这一原理, 建立了一种能够模拟天气系统降水分布, 并利用牛顿插值法对模拟结果进行地形影响修正的新型降水分布数学模型, 提出了对降水中心位置及其中心降水量的模型模拟. 利用黄土高原西川河流域实测资料对模型进行了检验, 结果表明, 该模型具有较高精度. 由于模型概念简单明晰, 且能指明降水中心位置及其中心降水量, 因此在流域暴雨分析和洪水预报中具有一定价值.

**关键词** 水文模型 降水 空间分布

**文章编号** 1001-9332(2005)03-0555-04 **中图分类号** P333.5 **文献标识码** A

**A new precipitation distribution hydrological model and its application.** ZHANG Shengtang<sup>1,2</sup>, KANG Shaozhong<sup>1,3</sup>, LIU Yin<sup>2</sup> (<sup>1</sup>Key Laboratory of Agricultural Soil and Water Engineering in Arid and Semi Arid Areas of Ministry of Education, Northwest Sci-Tech University of Agriculture & Forestry, Yangling 712100, China; <sup>2</sup>Hydraulic Department, Yangling Vocational & Technical College, Yangling 712100, China; <sup>3</sup>Center for Agricultural Water Research in China, China Agricultural University, Beijing 100083, China). -Chin. J. Appl. Ecol., 2005, 16(3): 555~558.

In distribution hydrological models, precipitation is the key input data for analyzing and computing hydrological processes. Finding a way to produce distribution precipitation data is a hotspot in hydrological research. This paper presented the hypothesis that the distribution of precipitation on the earth surface is the result of the effects of atmosphere system and terrain. Moreover, the spatial distribution of natural precipitation is a group of concentric ovals on the flat earth surface, and has a definite centre with maximum precipitation not affected by terrain. Supporting by the hypothesis, this paper established a new precipitation distribution hydrological model which could simulate the spatial distribution of precipitation, and modified the terrain effect on precipitation through Newton interpolation. The position of the precipitation centre and its precipitation amount were simulated in first time, and thus, the model could have a practical value in basin storm analysis and real-time runoff forecasting. The model was tested by the precipitation data of the Xichuan river basin in the Loess Plateau, which indicated that the model had a high precision.

**Key words** Hydrological model, Precipitation, Spatial distribution.

## 1 引言

降水是研究流域面各种水文过程的输入项, 单元区域的降水量模拟显著影响着分布式水文模型的模拟精度<sup>[20]</sup>. 目前, 流域面降水资料主要依靠雨量站网的定点观测, 而分布式水文模型研究流域水分转化及各种水文过程要求空间分布的降水数据, 即分布式降水数据<sup>[1, 2, 7, 9, 11, 16, 17, 24]</sup>. 因此, 如何利用雨量站实测点降水资料产生分布式降水数据, 已成为分布式水文模型研究的重要问题. 建立降水模型利用雨量站网的观测点降水量模拟流域面上降水分布状况是解决上述问题的有效途径. Booij、Tsin-

tikidis、Tung 等先后利用随机模型、Kriging 插值模型和距离倒数平方模型模拟降水分布<sup>[6, 23, 25]</sup>. 国内多采用线性距离权重法计算单元域的降水量, 其中以降水线性空间插值模型<sup>[27, 31]</sup>应用最为广泛, 徐胜等<sup>[29]</sup>曾利用图像化客观插值方法对距离权重方法进行改进. 但上述模型均无法描述流域上一次降水的降水中心位置及中心降水量, 同时插值法在插值时会形成人为的降水分布间断<sup>[4]</sup>, 不符合降水在区域连续分布的物理特性. 为此, 本文提出一种新型降水分布数学模型, 不但能提供分布式降水数据, 而且

\* 国家自然科学基金重点资助项目(50339030).

\*\* 通讯联系人.

2004-02-04 收稿, 2004-06-07 接受.

能够模拟流域降水的降水中心位置及其中心降水量,为流域暴雨及洪水分析提供科学依据。

## 2 研究方法

### 2.1 建模方法

降水分布模型的建立实质是降水量与空间位置关系的确立<sup>[28]</sup>。天气系统降水在不受地形变化对降水的增强或阻滞影响时,降水量平面分布图是一组同心的椭圆形。圆心处为降水中心,降水量最大,愈远离降水中心降水量愈小,直至趋近于零降雨量<sup>[14,26]</sup>。据此,本文构造一指数函数,其指数部分图像为椭圆曲线,模拟空间位置 $(x, y)$ 点的降雨量 $p$ 表示为:

$$p = p_0 e^{-a \sqrt{m(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}} \quad (1)$$

式中,  $(x_0, y_0)$  为降水中心位置;  $p_0$  为降水中心的降水量;  $a, m$  为待定参数 ( $a, m > 0$ )。

由式(1)可以看出,当研究点 $(x, y)$ 位置落在降水中心 $(x_0, y_0)$ 上,则降水量取得最大值 $p_0$ ,然后随研究点位置远离降水中心 $(x_0, y_0)$ ,降水量 $p$ 越来越小,并趋近于零。同一降水量 $p_i$ 的位置点在平面上形成一椭圆,椭圆方程如下:

$$\left[ \frac{\ln(p_0/p_i)}{\sqrt{2ma}} \right]^2 = \frac{(x-x_0)^2}{2} + \frac{(y-y_0)^2}{2m} \quad (2)$$

不同的降水量取值在平面上的对应位置点的分布是以降水中心为圆心的一簇同心椭圆,如果以高度表示降水量大小则模型描述的降水量分布如图1所示,其等高线也将是一簇同心的椭圆(图2)。

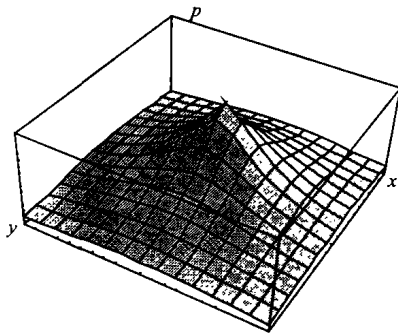


图1 模拟降水量分布图  
Fig.1 Diagram of simulation precipitation.

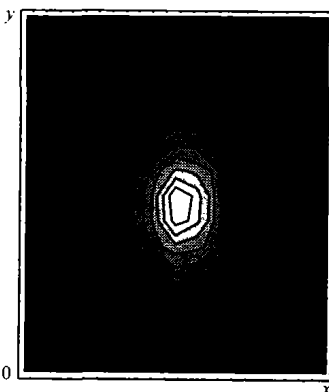


图2 模拟降水量等值线  
Fig.2 Isoline of simulation precipitation.

以上模型模拟仅是一个均匀的水平表面上,天气系统

降水如果不受地形对降水的增强或阻滞影响下的降水量近似分布,由于地形的高低起伏,实际地表面会对降水产生很大影响<sup>[3,10,13,18,21,30]</sup>,特别是黄土丘陵沟壑区流域内沟壑纵横,降水受下垫面地形影响较大<sup>[19,25]</sup>,实际降水分布并非图2中的等值线所描述,因此假定实际降水分布与模型模拟降水分布之间的差异全部由地形变化引起,则:

$$\Delta p = f(z) \quad (3)$$

即

$$f(z) = pr - p \quad (4)$$

式中,  $\Delta p$  为某点实际降水量  $pr$  与模型模拟降水量  $p$  之间的差异;  $Z$  为高度因子。

利用牛顿插值多项式确定地形变化引起降水分布变化之间的关系:

$$f(z) = \beta_1 + \sum_{i=2}^n \beta_i \left[ \prod_{j=1}^{i-1} (z - z_j) \right] \quad (5)$$

式中,  $\beta_i$  为牛顿插值多项式系数。

在实际应用以上数学模型时,根据几个测站的位置 $(x_i, y_i)$ 及其降水量 $p_i$ 资料,利用 Mathematic 软件求解式(1)中的参数  $a, m$ ,同时确定降水中心位置 $(x_0, y_0)$ 及降水中心降水量;然后利用牛顿插值多项式  $f(z)$  对模型模拟降水分布的地形影响加以修正,可以产生所研究流域面的分布式降水量数据。

### 2.2 基本资料

西川河为延河一级支流,地处黄土高原,面积 801.1 km<sup>2</sup>,年平均降水量 547~552 mm。6~9 月份多发生区域性暴雨,流域内地势起伏,沟壑纵横,次降水极易形成洪水。流域内有雨量测站 6 个,测站经纬度、高程已知。

由于测站位置为经纬度,因此利用测站经、纬度通过球面坐标系向  $xy$  平面投影的方式确定雨量测站的位置 $(x_i, y_i)$

$$\begin{cases} x_i = r \cos \varphi_i \cos \theta_i \\ y_i = r \cos \varphi_i \sin \theta_i \end{cases} \quad (6)$$

$$\quad (7)$$

式中,  $\varphi_i$  为测站纬度,  $\theta_i$  为测站经度,  $r$  为地球半径,取大地测量中采用的常数 6 371 km。

西川河流域各雨量测站资料见表 1。其中,高度因子  $z_i$  为以本流域出口断面最低点枣园海拔高度为基准高度,各雨量站海拔高度与基准高度的比值<sup>[12]</sup>。选取本流域 4 次降雨过程各测站实测 24 h 降雨资料见表 2。

表 1 西川河流域雨量站资料

Table 1 Precipitation gauges data of Xichuan river basin

站名 Precipitation gauges	经度 Longitude (E)	纬度 Latitude (N)	$X_i$	$Y_i$	$z_i$
金盆湾 Jinpenwan	108°58'	36°40'	-1660.948	4832.876	1.47
街则砭 Jiezebian	109°03'	36°42'	-1667.253	4828.362	1.16
砖窑湾 Zhuanyaowan	109°08'	36°41'	-1674.637	4826.978	1.05
高桥 Gaoqiao	109°13'	36°39'	-1682.384	4826.628	1.04
洛平川 Luopingchuan	109°13'	36°35'	-1683.840	4830.803	1.26
枣园 Zaoyuan	109°20'	36°38'	-1692.575	4824.236	1.00

表 2 西川河流域雨量站 24 h 降雨量

Table 2 Precipitation for 24 h at precipitation gauges in Xichuan river basin

日期 Date	实测 24 h 降雨量 Measured 24 h rain amount (mm)					
	金盆弯 Jinpenwan	街则砣 Jiezebian	砖窑湾 Zhuanyaowan	高 桥 Gaoqiao	洛平川 Luopingchuan	枣 园 Zaoyuan
1991.6.09	50.8	55.5	47.8	59.0	45.5	43.3
1991.9.14	42.7	39.5	39.8	33.8	30.2	28.9
1990.7.30	41.3	44.2	52.0	41.7	46.4	40.4
1997.7.26	9.3	18.1	28.1	25.5	24.1	14.3

表 3 西川河流域 24 h 降水量分布模拟及检验

Table 3 Simulating and verification of precipitation distribution for 24 h in Xichuan river basin

日期 Date	降水模型 Precipitation model	高桥站 24 h 降水量 Gaoqiao 24h precipitation amount (mm)		误差 Percentage error (%)
		实测值 Measured	模拟值 Modified simulated	
1991.6.09	$p = 65.01e^{-0.0130 \sqrt{1.062(x+1685.640)^2 + (y-4817.188)^2}}$	59.0	54.3	-8.0
1991.9.14	$p = 46.00e^{-0.01846 \sqrt{1.500(x+1665.970)^2 + (y-4832.640)^2}}$	33.8	34.2	1.2
1990.7.30	$p = 54.16e^{-0.0216 \sqrt{1.358(x+1674.760)^2 + (y-4829.830)^2}}$	41.7	45.3	8.6
1997.7.26	$p = 31.02e^{-0.0626 \sqrt{1.275(x+1676.460)^2 + (y-4826.480)^2}}$	25.5	21.3	-16.5

### 3 结果与分析

#### 3.1 模型应用

利用 Mathematic 软件确定各次降水过程对应的模型参数、降水中心位置参量  $x_0, y_0$ 、降水中心雨量。由于本流域无雨量站以外其他位置点的实测雨量资料,为了检验模型的精度,高桥站雨量资料不参与建立模型,而用于检验模型的精度。各次降水过程对应的降水模型见表 3。

由表 3 可见,对流域 4 场次 24 h 降水量的最大修正后模拟相对误差为 -16.5%。同时,可以通过降水中心的位置参量  $x_0, y_0$  利用式(1)、式(2)确定本次降水中心的对应地理位置及其该中心位置的降水量。例如,1991 年 6 月 9 日降水中心位置参量为  $x_0 = -1685.640, y_0 = 4817.188$ ,由式(6)、式(7)可以确定降水中心地理位置为  $109^{\circ}17'10''E, 36^{\circ}46'9''N$ ,降水中心雨量为 65 mm。模型确立后,对于流域上任意一点只需确定位置点,便可利用模型计算本次降水过程该点的降水量,从而产生分布式降水数据。

#### 3.2 对比分析

目前,国内建立降水分布模型较为常用的方法为空间线性插值法。计算  $(x, y)$  点的降水数据由最邻近的 3 个雨量站降水数据空间线性插值产生,数学模型如下:

$$S_1 = 0.5 \times \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$S_2 = 0.5 \times \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x & y & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$S_3 = 0.5 \times \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix}$$

$$p = (p_1 \times S_1 + p_2 \times S_2 + p_3 \times S_3) / (S_1 + S_2 + S_3) \tag{9}$$

式中,  $p_1, p_2, p_3$  分别为雨量站 1( $x_1, y_1$ )、站 2( $x_2, y_2$ )、站 3( $x_3, y_3$ ) 处的降水量;  $p$  为中心坐标为  $(x, y)$  的栅格单元降水量。

利用该模型计算西川河流域高桥站的降水量(该站位于砖窑湾、洛平川、枣园三站之间,因此可以空间线性插值计算高桥降水量),结果见表 4。

表 4 高桥站 24 h 降水量插值计算结果

Table 4 Interpolation calculated results of precipitation for 24 h at the Gaoqiao rain gauge station

日期 Date	降水量 Precipitation (mm)		误差 Percentage error (%)
	实测 Measured	插值计算 Interpolation calculated	
1991.6.09	59.0	45.9	-22.2
1991.9.14	33.8	34.5	2.1
1990.7.30	41.7	47.0	12.7
1997.7.26	25.5	22.6	-11.4

由表 3、表 4 对比可见,本文提出的降水分布模型对流域 4 场降水的模拟平均相对误差 8.58% 小于目前常用的空间线性插值模型模拟的流域降水量平均相对误差 12.10%,因而具有更高的模拟精度。

### 4 结 语

流域面实际降水量分布是天气系统降水与下垫

面地形影响的综合结果<sup>[5]</sup>,而天气系统降水量平面分布近似是一组同心的椭圆形.根据这一原理建立数学模型模拟流域面降水分布,并用牛顿插值法对地形影响进行修正.由于本模型能模拟区域降水的空间分布,确定流域降水过程的降水中心位置和中心降水量,而且克服了插值法在模拟降水分布时会形成人为间断的缺点,利用西川河流域4场次降雨资料对模型进行了对比检验,结果显示所建模型模拟精度均高于目前常用的空间插值方法.因此在流域暴雨分析和预报,洪水预防中具有一定实用价值.

### 参考文献

- 1 Abarossy GL. 2002. A two steps disaggregation method for highly seasonal monthly rainfall stochastic environmental. *Res Risk Assess*, 16(2):188~206
- 2 Abbott MB. 1996. Distributed Hydrological Modeling. London: Kluwer Academic Publishers. 40~48
- 3 Babkin AV. 2002. Modeling water and heat regimes of arid areas at varying atmospheric precipitation. *Water Resour*, 29(6):698~704
- 4 Band LE. 1986. Topographic partition of watersheds with digital elevation models. *Water Resour Res*, 13(2):15~24
- 5 Beighley RE, Moglen GE. 2002. Trend assessment in rainfall-runoff behavior in urbanizing watersheds. *J Hydrol Eng*, 7(1):27~34
- 6 Booi MJ. 2002. Modeling the effects of spatial and temporal resolution of rainfall and basin model. *Hydrol Sci J Sci Hydrol*, 47(2):307~319
- 7 Bruneau P, Gascuel-Oudou C. 1995. The sensitivity to space and time resolution of a hydrological model using digital elevation data. *Hydrol Process*, 9(1):69~81
- 8 Chen J-F(陈军锋), Pei T-F(裴铁璠), Tao X-X(陶向新), et al. 2000. Effect of unsymmetrical cutting along both river slopes on rainstorm-runoff process. *Chin J Appl Ecol* (应用生态学报), 11(2):210~214(in Chinese)
- 9 Fan Y, Bras RI. 1995. On the concept of a representative elementary area in catchment's runoff. *Hydrol Process*, 9(5):821~932
- 10 Hatfield JL, Prueger JH. 1999. Spatial variation of rainfall over a large watershed in Central Iowa. *Theoret Appl Climatol*, 64(1):49~60
- 11 Jayawardena AW, ASCE M. 2002. Mesco-scale hydrological modeling: Application to Makong and Chao Phraya basins. *J Hydrol Eng*, 7(1):12~25
- 12 Kwan TL. 1998. Generating design hydrographs by DEM assisted geomorphic runoff simulation: A case study. *J Amer Water Resour Assoc*, 34(2):375~384
- 13 Lin CY, Chen CS. 2002. A study of cerographic effects on mountain-generated precipitation systems under weak synoptic footing. *Meteor Atmosph Phys*, 81(1):1~25
- 14 Linsley RK, Franzini JB. 1979. *Water Resources Engineering*. New York: McGraw-Hill. 11~12
- 15 Maidment DR. 1992. Trans. Zhang J-Y(张建云), Li J-S(李纪生), et al. 2002. *Handbook of Hydrology*. Beijing: Science Press. 82~87(in Chinese)
- 16 Mengelkamp HT, Warrach K. 2002. Simulation of runoff and stream flow on local and regional scales. *Meteorol Atmosph Phys*, 76(1):107~117
- 17 Nesterenke YM. 2002. Formation of the runoff of small rivers in the southern Ural region. *Water Resour*, 29(1):12~20
- 18 Patrick N, Lane J, Jacky C. 2004. Runoff generation from logged and burnt convergent hillslopes: Rainfall simulation and modeling. *Hydrol Process*, 18(5):879~892
- 19 Pei T-F(裴铁璠), Fan S-X(范世香), Han S-W(韩少文), et al. 1993. Simulation experiment analysis on rainfall distribution process in forest canopy. *Chin J Appl Ecol* (应用生态学报), 4(3):250~255(in Chinese)
- 20 Rui X-F(芮孝芳). 1991. *Runoff Forming Theory*. Nanjing: Hehai University Press. 99~103(in Chinese)
- 21 Sentsova NI. 2002. Spatial and temporal variations in the formation of the Kamennaya Steppe water regime. *Water Resour*, 29(6):622~625
- 22 Sharika U, Senarath S, Fred LO, et al. 2002. On the calibration and verification of two-dimensional, distributed Hortonian, continuous watershed models. *Water Resour Res*, 36(6):1495~1510
- 23 Singh VP. 1997. Trans. Zhao W-M(赵卫民), Dai D(戴东). 2000. *Hydrological System and Simulation*. Zhengzhou: Yellow River Hydraulic Press. 131~132 (in Chinese)
- 24 Tate EC, Maidment DR. 2002. Creating a terrain model for flood-plain mapping. *J Hydrol Eng*, 7(2):100~108
- 25 Tsintikidis D, Georgakakos KD. 2002. Precipitation uncertainty and raingauge network design with Folsom Lake Watershed. *J Hydrol Eng*, 7(2):175~184
- 26 Wang G-A(王国安). 1999. *The Calculation Theory and Method of PMP and PFP*. Beijing: China Waterpower Press. 26~28 (in Chinese)
- 27 Wang Z-G(王中根), Mu H-Q(穆宏强). 2001. The structure of distribution basin hydrological model. *Hydrol Water Resour*, 22(1):12~15 (in Chinese)
- 28 Wood ET, Sivalapan M. 1998. Effects of spatial variability and scale with implications to hydrologic modeling. *J Hydrol*, 212:29~47
- 29 Xu S(徐胜), Liu X-H(刘小虎). 1999. A image impersonality interpolation way to analyzing precipitation data. *Hydrology*, 19(2):43~45(in Chinese)
- 30 Yang DW, Srikantha H, Katumi M. 2001. Spatial resolution sensitivity of catchment geomorphologic properties and the effect on hydrological simulation. *Hydrol Process*, 15(11):2085~2099
- 31 Zuo Q-T(左其亭), Wang Z-G(王中根). 2002. *Modern Hydrology*. Zhengzhou: Yellow River Hydraulic Press. 61~68 (in Chinese)

作者简介 张升堂,男,1970年11月生,博士,从事水资源与水环境方面的研究与教学,发表论文10余篇. Tel: 029-87020785; E-mail: zst0077@163.com