

耕作土壤动力学的三维离散元建模和仿真方案策划

徐 泳, 李红艳, 黄文彬

(中国农业大学)

摘 要: 提出了采用基于颗粒接触力学原理的离散元法对耕作土壤动力学问题进行数值模拟的新思路。介绍了若干可供选择的适合不同土壤条件的颗粒作用模型, 包括无粘连/粘连干颗粒模型和牛顿流体/非牛顿流体湿颗粒模型, 后者是作者与合作者们近年来所致力于的离散元建模方面的新成果。讨论了用离散元法进行土壤动力学仿真的可行性和若干关键技术问题及对策。指出本方案的实施将更新对耕作过程的力学机理的认识, 发展土壤动力学理论, 促进耕作机械设计的科学化、合理化。

关键词: 离散元法; 土壤动力学; 颗粒模型; 耕作; 犁体

中图分类号: O 158; O 347. 7

文献标识码: A

文章编号: 1002-6819(2003)02-0034-05

1 引 言

耕作是农业文明的象征, 也是耗能最多的田间作业。不断改进耕作机具和关键部件以利于精耕细作和节省能耗, 历来是农民和业界追求的目标。这一求索方向并未因为现代农业中部分土地适合免耕而有所改变。

土壤动力学是耕耘、车辆地面作用以及土工问题的理论基础, 是非常复杂的力学难题。自近代以来, 研究者们用试验、连续体力学理论及其数值解法分析土壤动力学问题, 取得许多成果^[1-4]。连续体理论对结合紧密的散体的静态分析是适合的, 而土壤耕作是多相、松散和物性分散的颗粒群的动态变形和运动过程, 以破裂、破碎和崩塌为特征, 用基于均匀、连续和各向同性的弹塑性力学理论分析就显得很勉强。于是在国内外的耕作土壤动力学著作、文献中, 土壤颗粒力学原理的引述和分析与实际耕作部件(如犁体曲面)的设计方法脱节, 犁体曲面的优化研究通常是依据土迹线等因素而非力学原理来确定目标函数。所有这些努力因理论架构和计算条件的局限, 难以洞察其细观力学机理, 终究无法摆脱经验-半经验模式。

离散元法 DEM (Discrete/Distinct Element Method) 是由 Cundall^[5]提出的分析散体行为的数值方法。计算域由有限个离散单元(颗粒/块体)和活动空间组成, 单元的受力和运动根据颗粒碰撞的拟静态接触力学关系和牛顿运动定律确定。颗粒离散元法把散体简化为形状相似的颗粒群。近年来国际颗粒离散元法研究十分活跃, 其中 Thornton 对颗粒离散元法发展颇多建树^[6-8]。自王泳嘉^[9,10]把离散元法引入我国, 离散元法块体系统在岩土工程领域发展较快, 而农业工程中更适用的颗粒离散元研究相对滞后。1998 年中国农业大学引入 Thornton 的颗粒离散元法, 开始进行 DEM 模

拟^[11]和湿颗粒系统建模等的研究。

土壤在切割、翻垡和开沟等过程中, 颗粒群离散度大并伴随动态破裂、破碎和流动, 用离散元分析显然比连续体理论更适合。国外已有人用盘元(disc)模拟同类问题^[12-14], 盘元属平面问题, 与实际距离较远, 但毕竟反映了离散特性, 如结合试验给定接触刚度, 模拟结果会接近实际。对典型的土壤动力学问题, 用球元进行 DEM 模拟比盘元更合理, 目前还未发现用球元研究土壤动力学问题, 而用湿颗粒球元模拟更是空白。为此作者与黄文彬等近来在 Thornton 的球元模型基础上, 研究了存在填隙非牛顿流体时球颗粒间的作用模型问题并取得成果。本文综述了与土壤动力学相关的颗粒作用模型, 并将 DEM 仿真的思路及可行性、研究方案和技术技巧作概要介绍。

2 耕作土壤动力学离散元仿真的基本思路

本文提出的土壤动力学 DEM 仿真的基本思想是: 采用颗粒离散元的细观力学分析方法, 根据土壤的物理力学特性, 研究离散颗粒间和颗粒-壁(耕作部件表面)间的相互作用, 建立合理的接触力学模型和算法, 利用高速计算机进行仿真, 分析受力、变形、运动特征及能量耗散规律, 揭示耕作过程的细观力学机理, 辅以试验手段, 为科学精准地设计耕作机具提供一整套理论、计算与评估方法。原理如下:

1) 耕作涉及的土壤域(含无穷多颗粒)简化为充分多的球颗粒群, 耕作部件表面简化为平面或曲面壁。球和壁均可赋予物性、速度等并可伺服控制;

2) 基本颗粒作用模型为两球颗粒间的法向-切向作用模型, 分干颗粒和湿颗粒两类;

3) 耕作前土壤是由结合力维系的颗粒结块(agglomerate)。结合力种类因土壤而异: 对干土或潮土为粘连力(adhesion); 对含水湿土为液桥力, 由液体毛细力(capillary force)和粘性力(viscous force)组成; 水田泥土为浸渍态(immersed state), 因无气隙故只有粘性力;

4) 切土翻垡是曲面壁以规定的运动对结块作用的

收稿日期: 2002-06-06 修订日期: 2002-11-08

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19972075)

作者简介: 徐 泳(1946-), 男, 硕士, 教授, 博士生导师, 北京市清华东路 17 号 中国农业大学东校区 75 信箱, 100083。Email: xuyong@east.cau.edu.cn

过程。结块受壁剪切挤压后,部分颗粒因原有结合力联系破坏而分离,形成的沿壁面滑动的子结块即土堡,并继续发生变形、破裂和落地破碎;

5) 颗粒与壁间的切-法向作用反映土壤对犁体表面的阻力,合成作用于犁柱上的阻力和阻力矩,相应于六分力测试的结果,是犁架动强度分析和估算功耗的依据。合理的犁体曲面是阻力小且翻垡碎土效果好的表面,可通过模拟过程中可视化图形观察和模拟的犁曲面修形实现。

3 适于土壤耕作动力学的离散元模型

离散元法在拟静态下建立颗粒间的作用模型,根据牛顿运动定律采用对时间的差分格式对所有颗粒扫描其与邻接颗粒的力学关系进行迭代计算,所以颗粒作用模型是离散元法模拟的核心。作者根据土壤动力学的基本原理把基于颗粒接触力学原理的适用的颗粒-颗粒作用基本模型归类列表 1。表中既有得到公认的 Thornton 等学者的模型,也包括作者们及合作者近年在多相散体 DEM 建模方面的新成果。

表 1 颗粒间作用模型

Table 1 Particle interaction model

颗粒特性	法向作用模型	切向作用模型	适用性
干颗粒模型	无粘连	无粘连	松散沙土
	粘连	粘连	粘结干土或潮湿土
牛顿流体	挤压流动(液桥型)	切向作用(液桥型)	含水湿土
湿颗粒	挤压流动(浸渍态)	切向作用(浸渍态)	一般水田泥土
非牛顿流体	挤压流动(液桥型)	切向作用(液桥型)	流变性液体湿土
湿颗粒	挤压流动(浸渍态)	切向作用(浸渍态)	流变性水田泥土

3.1 干颗粒模型

干颗粒模型见图 1a,按颗粒表面有无粘附性分为无粘连和有粘连(adhesion)两种:

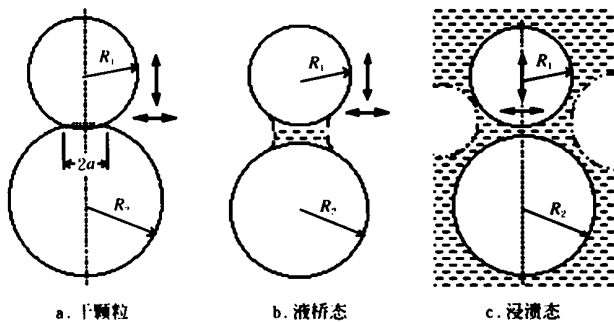


图 1 颗粒接触模型

Fig 1 Particle contact models

1) 无粘连球颗粒模型

此模型适于松散颗粒,即干沙土。法向接触力根据 Hertz 理论^[15]确定,切向接触力根据 Mindlin 和 Derjaguin (M & D) 理论^[16]确定。因其简单,用于与更复杂模型作计算和试验结果比较。

2) 表面粘连球颗粒模型

表面粘连或黏附表现在光滑固体表面或超细粉体的分子结合力(范德华力)、电磁力等。本文扩展用来描述宏观颗粒表面之间的结合力。粘连模型适于粘结的干

湿土壤。法向作用根据 JKR 理论^[17],其法向接触力由 Hertz 理论的无粘连法向力和粘连表面能引起的法向力组成;切向作用根据 Thornton 的理论^[6-8],即把 Savkoor 和 Briggs^[18]理论与 M & D 理论相接合,考虑接触力加载历史与滑移-剥离的影响。

粘连模型的优点是适于描述粉体吸附或干颗粒结块。在颗粒生成前,赋予适当的粘连表面能,并给定一定的运动加速度,即可使颗粒凝聚形成结块。图 2 给出了文献[19]中以某种规律生成的球形结块在以不同速度碰撞地面时破裂破碎的仿真图像,这说明用粘连模型模拟土壤结块的破裂破碎是完全可能的。



图 2 球形结块以不同速度落地的破裂与破碎情况

(Kafui and Thornton, 2000)

Fig 2 Breakage of agglomerates colliding to a base wall with different velocities(Kafui and Thornton, 2000)

需要指出,在 Thornton 的干颗粒模型中,颗粒间既可以是弹性接触,也可以是弹塑性接触,接触力公式符合经典接触力学理论。所以,若散体颗粒是线弹性和理想塑性的圆球的话,模拟结果应是很精确的。

3.2 湿颗粒模型

根据填隙流体形态,湿颗粒模型分为液桥型和浸渍型两种,见图 1b 和 1c。前者颗粒间以液桥连接,适于含水湿土,后者颗粒完全浸渍于液体,适于水田泥土。二者的区别是前者有毛细力,而后者只有粘性力。根据填隙流体的本构特征,湿颗粒模型可分为牛顿流体和非牛顿流体两类。

3.2.1 牛顿流体的湿颗粒模型

练国平等^[20,21]提出了牛顿流体湿颗粒液桥模型,并进行了湿颗粒结块碰撞的 DEM 模拟。根据挤压流动下 Reynolds 润滑理论,法向作用模型包括流体挤压流动产生的粘性力和由环面形液桥假定得到的毛细力;切向作用采用 GoIdman^[22]用小参数法和渐近解法得到的公式。此模型适于所含液态水为牛顿流体的湿土或水田泥土。

3.2.2 非牛顿流体的湿颗粒模型

非牛顿流体是农业、食品和化工等领域常见的非线性复杂流体。填隙非牛顿流体时的湿颗粒模型依赖于具体流体的本构关系类型,适于所含液态水具有流变性的湿土或水田泥土。因液桥的表面张力一般与流体本构物性参数无关,这里主要考虑流体粘性力,这时可把液桥和浸渍形态归为一体。在推导粘性力时假定颗粒为刚性球体,采用 Reynolds 润滑理论对方程进行简化,并假定法向和切向作用不存在耦合。

1) 填隙幂律流体颗粒模型

幂律流体是常用的非牛顿流体。关于法向作用,徐泳等^[23]导出了任意圆球间粘性力的积分表达式,黄文彬等^[24]进一步导出取代数值积分的快速拟合公式;Lian等^[25]进一步给出近似封闭解。

切向作用研究因受力的非轴对称性变得很复杂,只能采用三维幂律流体的本构关系。李红艳等^[26]在附加了一个适用于牛顿流体的假定的情况下,对幂律流体导出了与Goldman的压力方程类似的方程,并进一步得到切向力的近似公式。目前抛弃该附加假定的更精确的分析已经完成。

至此已形成完整的切向-法向作用模型,适于具有幂律流变特征的土壤颗粒群,如某些湿土和水田泥土。

2) 宾汉流体挤压流动颗粒模型

宾汉流体也是常见的非牛顿流体,分为线性宾汉流体和广义(幂律)宾汉流体两种。李红艳和黄文彬^[27]导出了线性宾汉流体法向挤压流动的粘性力数值解。广义宾汉流体的法向作用和两种宾汉流体的切向作用研究已接近完成。宾汉流体颗粒模型可供模拟冻凝态的湿土和水田泥土时选用。

3) 湿颗粒的球-壁部分滑移模型

干颗粒和湿颗粒,无论是球-壁间的法向还是切向作用模型分析,均可利用球颗粒间作用模型公式并令其中一个颗粒的半径变为无穷大来得到。

在干颗粒模型中,颗粒可以沿壁面滑移;而在上述湿颗粒模型中,无论是牛顿流体还是非牛顿流体,推导时均取无滑移条件。这显然与耕作或铲土时湿土能沿犁体滑移的事实相矛盾。黄文彬等^[28,29]导出了部分滑移时,幂律流体和拟牛顿流体(幂指数近于1)下法向挤压力的解。在形式上也十分简单,只需要在无滑移解基础上根据滑移参数大小加以修正即可。

对其他类型本构关系的非牛顿流体,我们也取得一些结果,但上述模型已经基本可以解决本文描述的问题。注意当研究犁铧的磨损时,还需要进一步建立摩擦学模型来处理磨损量。

4 土壤动力学DEM仿真的方案策划

用离散元法进行土壤动力学仿真是难度很高的挑战性课题。要使模拟达到仿真甚至逼真的程度,需要缜密的策划。因为无论从散体的复杂性还是离散元法本身来看,其模拟精度都难以和有限元法的固体力学分析相比,目前国内外都只能做到定性合理、趋势相近的程度。所以首先要抓住主要因素,在简单的经典问题上使模拟与试验比较达到“形似”即宏观相似,再深入量化向“神似”靠近。以下是影响仿真研究精度的几个关键问题以及可能的解决方案的技术性探讨。

4.1 土壤颗粒和球模型物性的等效

用DEM模拟土壤,必须把域内无穷多的不规则土壤微粒简化为有限数量的球颗粒群。这就需要考察实际土壤物性和模型球颗粒物性间的对应关系,给出等效性原则,从实际土壤的各种指标得到模型的合理物性参数,如粒度分布、密度、弹模、泊松比、摩擦系数和粘连表

面能,对湿颗粒群则需给定流体物性参数及持水量。这是DEM模拟能否成功的关键,需进行典型土壤的物性试验并通过DEM模拟试算确定。等效性处理应尽可能符合如下原则:

1) 等质量原则 域内土壤散体总质量应与模型的球颗粒群总质量相等,且一定体积中土壤散体质量应与相应体积的模型颗粒群计算质量相等,由此可从土壤的散密度得到模型的球颗粒的密度,以保证总体上的重力有关的力学响应一致;

2) 颗粒流动性等效 实际土壤颗粒的几何形态与理想圆球相差较大,故球颗粒群与土壤颗粒的流动性也不同。需要修正计算球颗粒的物性使二者流动性一致。安息角是反映散体摩擦特征和流动性的典型指标,为使模拟宏观上符合实际,应调整球颗粒的摩擦系数和粘连表面能,使球颗粒模拟与相应的土壤试验测出的安息角相同;

3) 破坏强度的等效 土壤结块破裂失效的因素不外有抗拉和抗剪强度两种。选择简单的经典问题进行实际土壤结块和DEM数值模拟的对比试验,如简支梁三点弯曲(与[14]类似)、单轴拉压或直剪试验,调整数值试验的粘连性等参数使二者达到同时破裂;

4) 等能量原则 实际土壤在规定运动中,因破裂破碎耗散的能量应与计算颗粒群相同。为了确定计算颗粒结块的表面能密度(单位 J/m^2),可进行实际土壤结块落地试验和等质量同形状的计算颗粒结块模拟试验,在相同破裂破碎程度下,可对比求得模型颗粒结块的表面能密度。

上述几个等效原则在使用中可能相互矛盾,需在DEM模拟实践中考察以确定其优先级序列。

4.2 计算规模问题

离散元法的最大局限是模拟的颗粒数有限。因其存储和耗时随颗粒数增加成近几何级数增加,时步又与最小粒度相关,粒度越小则时步越小,故运算速度要求高于有限元法。因数据量庞大不便处理,必须依赖于图形表述计算结果。为此考虑采取如下措施:

1) 最大限度地节省颗粒数量 为了尽可能节省计算颗粒数量,可以仿照离散元法程序中的循环(periodic)功能,建立可循环域相似的机制,在切土工具行进中,令切土翻垡破碎后已越过去的部分球颗粒自动补充到犁体的前方再形成未耕部分,实现颗粒的可再生循环利用;

2) 适当扩大算题规模 限于目前的计算条件,上述仿真应先局限于理论探索和定性分析,重在力学机理与算法研究,在理论和技术可行性上实现突破。根据我们的计算实践,在P4型PC机上完成10余万颗粒的模拟是可以达到的,如再结合并行算法,可望获得定性合理的预测结果;

3) 研制先进的计算平台和图形界面 DEM模拟对图形功能要求很高,研制先进的程序系统是仿真的前提。我们已实现了把Visual Fortran环境下计算和VC++调用OpenGL图形库进行图形显示的有机结

合,并与数据库链接进行数据处理。所以进一步实现对模拟结果的动画显示,以便与试验摄录的翻垡碎土图像比较在技术上是可行的。

4.3 DEM 仿真的典型问题和试验的规划

土壤耕作力学的离散元仿真拟分为3个阶段:

1) 土壤散体特性对比试验 包括前述的安息角、筒支梁强度破坏和常规的单轴拉压、直剪试验等,根据等效性原则适当调整参数直至吻合;

2) 简单耕作元件(如二、三面楔)切土试验 主要观察土体运动和破裂的试验和预测结果是否相仿,以及消耗能量是否相当;

3) 小尺寸曲面楔(犁体模型)切土试验和仿真 这项研究是对前两个阶段研究的全面验证和总结,也是证明离散元仿真的定性合理性和技术可行性的最重要环节。

在试验方面,2)、3)阶段研究须建造轻小精准的微型土槽进行对比性切土试验与模拟结果比较。

只有在前述3个阶段顺利完成,试验和预测基本吻合以后,才能证明土壤耕作力学的离散元仿真取得方法上的突破,全尺寸小型实用犁体的土槽试验和仿真才可能提上日程,接着才可能考虑通用犁体曲面在减阻翻垡、碎土目标的曲面优化的尝试。实用的犁体的定量化仿真不仅需要先进科学的数学力学模型和严谨精确的试验手段,更需要超大存储和高速计算机,因为模拟的颗粒数至少要达到千万或亿量级才能取得可应用的结果。但是即使只完成方法上的突破,也足以告慰世代为改进耕作机具和部件而辛勤求索的众多专家们。

5 结 语

耕作过程中土壤的受力-变形具有多相、离散、动态、随机等特点,其复杂的机理成了众多农机研究者技术创新的重大障碍。本文提出用离散元法对耕作力学进行细观力学分析的思路,是在前人长期研究的基础上,综合利用计算力学最新成果寻求进展的新构想。

本文介绍的若干颗粒接触力学模型,包括我们研究室近年来在多相散体DEM建模方面的研究成果,同样适用于其他颗粒多相材料为工质的领域。而将离散元法与土壤动力学结合的交叉研究,则可能形成新的计算土壤动力学仿真技术。这一方向的研究将有助于更新对耕作全过程的力学机理的认识,丰富和发展现有理论,取得技术上的突破,同时也有助于车辆-地面力学、土工学中诸多技术难题的解决。

致谢:作者由衷地感谢曾德超院士,李自华、马廷玺、余群、郭佩玉、樊增绪等教授的鼓励和帮助。

[参 考 文 献]

- [1] 吉尔W R, 范德伯奇 G E. 耕作和牵引土壤动力学[M]. 耕作和牵引土壤动力学翻译组译. 北京: 中国农业机械出版社, 1985.
- [2] 孙一元, 高行方, 余登苑. 农业土壤力学[M]. 北京: 农业出版社, 1985.
- [3] 曾德超. 机械土壤动力学[M]. 北京: 北京科学技术出版社, 1985.
- [4] 北京农业工程大学. 农业机械学(上)[M]. 第2版. 北京: 农业出版社, 1985.
- [5] Cundall P A, Strack O D L. A discrete numerical model for granular assemblies[J]. Geotechnique, 1979, 29(1): 47~65.
- [6] Thornton C, Yin K K. Impact of elastic spheres with and without adhesion[J]. Powder Technology, 1991, 65(1~3): 153~166.
- [7] Thornton C. On the relationship between the modulus of particulate media and surface energy of the constituent particles[J]. J Phys D: Appl Phys, 1993, 26(10): 1587~1591.
- [8] Thornton C. Interparticle sliding in the presence of adhesion[J]. J Phys D: Appl Phys, 1991, 24: 1942~1946.
- [9] 王泳嘉, 邢纪波. 离散元法及其在岩土力学中的应用[M]. 沈阳: 东北工学院出版社, 1991.
- [10] 邢继波, 王泳嘉. 离散元法的改进及其在颗粒介质研究中的应用[J]. 岩土工程学报, 1990, 12(5): 51~57.
- [11] 徐泳, Kafui K D, Thornton C. 用颗粒离散元法模拟料仓卸料过程[J]. 农业工程学报, 1999, 15(3): 65~69.
- [12] Momozu M, Oida A, Yamazaki M, Koolen. Simulation of soil loosening process by pendulum type blade by means of modified distinct element method[A]. Proc of 13th Int Conf ISTVS[C], 1999, 71~78.
- [13] Tanaka H, Inooku K, Nagasaki Y, et al. Numerical analysis of soil loosening in subsurface tillage by a vibrating type subsoiler by means of the Distinct Element Method[A]. Proc of 13th Int Conf ISTVS[C], 1999: 791~797.
- [14] Cleary P W. DEM simulation of industrial particle flow: case studies of dragline excavators, mixing in tumblers and centrifugal mills[J]. Powder Technology, 2000, 109(1~3): 83~104.
- [15] Johnson K L. 接触力学[M]. 徐秉业等译. 北京: 高等教育出版社, 1985.
- [16] Mindlin R D, Deresiewicz H. Elastic spheres in contact under varying oblique forces[J]. J Appl Mech, 1953, 20(3): 327~344.
- [17] Johnson K L, Kendall K, Roberts A D. Surface energy and the contact of elastic solids[J]. Proc R Soc Lond A, 1971, 324: 301~313.
- [18] Savkoor A R, Briggs G A D. The effect of tangential force on the contact of elastic solids in adhesion[J]. Proc R Soc Lond A, 1977, 356: 103~114.
- [19] Kafui K D, Thornton C. Numerical simulations of impact breakage of a spherical crystalline agglomerate[J]. Powder Technology, 2000, 109(1~3): 113~132.
- [20] Lian G, Thornton C, Adams M J. Discrete particle simulation of agglomerate impact coalescence[J]. Chem Engin Sci, 1998, 53(19): 3381~3391.
- [21] Lian G, Thornton C, Adams M J. A theoretical study of liquid bridge forces between two rigid spherical bodies[J]. J Colloid Interface Sci, 1993, 161(1): 138~147.

- [22] Goldman A J, Cox R G, Brenner H. Slow viscous motion of a sphere parallel to a plane wall—Motion through a quiescent fluid [J]. *Chemical Engineering Science*, 1967, 22: 637~ 651.
- [23] 徐泳, 黄文彬, 李红艳. 圆球颗粒间有幂律流体时挤压流动的法向粘性力[J]. *农业工程学报*, 2002, 18(2): 1~ 4.
- [24] 黄文彬, 徐泳. 球颗粒间幂律流体挤压流动法向粘性力的高效数值算法[J]. *中国农业大学学报*, 2002, 7(2): 17~ 21.
- [25] Lian G, Xu Y, Huang W. A dam s M J. On the normal viscous force between two colliding spheres with an interstitial Power-law liquid [J]. *J Non-Newtonian Fluid Mech*, 2001, 100: 151~ 164.
- [26] 李红艳, 黄文彬, 徐泳. 存在填隙幂律流体时圆球间切向作用的近似解[J]. *应用力学学报*, 2002, 19(4): 43~ 46.
- [27] 李红艳, 黄文彬. 两刚性圆球间存在宾汉流体时的挤压流动分析[A]. 杜庆华. *力学与工程应用* (第9卷) [C]. 北京: 中国林业出版社, 2002, 68~ 71.
- [28] 黄文彬, 徐泳, 练国平. 存在滑移时两圆球间的幂律流体挤压流动[J]. *应用数学和力学*, 2002, 23(7): 722~ 728.
- [29] 黄文彬, 徐泳, Guoping Lian. 有壁面滑移时刚性球颗粒间流体的挤压流动[J]. *中国农业大学学报*, 2001, 6(6): 27~ 31.

Modeling and methodological strategy of discrete element method simulation for tillage soil dynamics

Xu Yong, Li Hongyan, Huang Wenbin

(College of Science, China Agricultural University, Beijing 100083, China)

Abstract: A new simulation strategy using the Discrete Element Method (DEM) based on spherical particle contact mechanics to tillage soil dynamics was proposed. Several suitable selected particle interaction models for different soil types were briefly introduced, including dry particle models with or without adhesion and wet granule models with Newtonian or non-Newtonian fluids, of which the models for non-Newtonian fluids have recently been found by the authors. Feasibilities and several key techniques, as well as their possible solution for such simulations, were discussed. The importance of this new approach would update the understanding of the mechanical mechanism of tillage processing, and promote the development of soil dynamics and the premium design of tillage machine tools.

Key words: discrete element method; soil dynamics; particle model; tillage; plow