

文章编号: 1002-0411(2002)06-495-04

基于小波调制的连续系统模型辨识

贺尚红^{1,2} 钟 掘²

(1. 长沙交通学院机电系 410076; 2. 中南大学机电学院 410083)

摘要: 介绍了连续模型辨识的调制函数法, 其于小波分析理论, 提出构造多分辨小波调制函数的新思路, 设计了高斯小波调制函数. 以二阶系统为例, 研究了调制窗口参数与辨识精度的关系, 并以此得到调制函数参数的设计依据. 典型算例表明本文算法的有效性.

关键词: 系统辨识; 参数估计; 调制函数法; 连续系统; 小波; 高斯调制函数

中图分类号: TP271.61

文献标识码: A

IDENTIFICATION OF CONTINUOUS TIME SYSTEM BASED ON WAVELET MODULATING FUNCTIONS

HE Shang-hong^{1,2} ZHONG Jue²

(1. Changsha communications university, Hunan, Changsha, P. R. China, 410076;

2. Central South University, Hunan, Changsha, P. R. China, 410083)

Abstract: Based on modulating function method, an approach to identification of linear continuous time system is considered. Based on wavelet analysis theory, an approach to construction of multiresolution modulating functions is proposed, and the gaussian wavelet modulating functions are designed. Taking a second-order model as an example, the relationship between the accuracy of identification and the parameters of modulating window is investigated, and some tips about designing wavelet modulating function are outlined. The validity and efficiency of proposed algorithm are illustrated by the representative numerical results.

Keywords: system identification, parameter estimation, continuous-time system, wavelet, gaussian modulating function

1 引言(Introduction)

目前大多数系统辨识问题均是对离散系统的参数估计, 发展了以最小二乘法为基础的理论和方法^[1]. 虽然连续系统模型可通过对离散模型的相关变换得到, 但无法避免离散模型中信息丢失对连续模型的影响. 此外, 由离散域到连续域转换得到的连续模型受离散模型中采样频率影响很大, 因此, 这种间接辨识方法在理论和工程上均存在一定缺陷, 甚至会改变系统的稳定性^[2].

连续模型辨识的另一类方法是微分方程的直接辨识法. 方法之一是通过设计一个特定的线性积分滤波器(Linear Integral Filter), 将原微分方程转化为含积分的以待辨识参数为变量的代数方程, 并利用滤波器的特点避免积分运算中初始条件的处理, 再用最小二乘类方法求得模型参数^[3-5].

连续模型直接辨识的另一种方法是 Shimbrot 于 1957 提出的调制函数法(Modulating Function)^[6], 利用调制函数的性质, 可将微分方程调制积分中输入输出信号的微分转换为对调制函数的微分, 进而将微分方程变为代数方程. Person 和 Lee 设计了正弦和余弦的线性组合为调制函数, 利用 FFT 作积分运算, 提高了计算效率^[7]. Co 和 Ydstie 将 Person-Lee 方法扩展到多变量系统和时滞系统^[8]. Preisig 和 Rippin 研究了调制函数法在非线性系统辨识的应用形式^[9], 并设计了样条调制函数^[9,10]. Balestrino, Landi 及 Sani 用调制函数法研究了含多延迟环节的连续系统模型辨识^[11].

本文利用小波函数在时域和频域的紧支性, 构造了多分辨高斯调制函数, 设计了通用的连续系统模型辨识算法. 以典型二阶系统为例, 研究了白噪声

干扰下不同调制窗口参数调制函数法所表现出的抗干扰能力.

2 系统辨识原理(Principle of system identification)

待辨识连续系统模型形式:

$$A(s)y(t) = B(s)u(t) \quad (1)$$

式中 $u(t)$ 为输入信号, $y(t)$ 为输出响应, $sy(t) = dy(t)/dt$, s 为微分算子(此处也为 Laplace 算子), $A(s)$ 、 $B(s)$ 分别为由下式表示的关于 s 的互质多项式, $n \geq m$.

$$A(s) = s^n + \sum_{i=0}^{n-1} a_i s^i \quad (2)$$

$$B(s) = \sum_{i=0}^m b_i s^i$$

根据(1)式有:

$$y^{(n)}(t) = - \sum_{i=0}^{n-1} a_i y^{(i)}(t) + \sum_{j=0}^m b_j u^{(j)}(t) \quad (3)$$

设有调制函数 $\mathcal{Q}(t)$, 满足:

$$\mathcal{Q}(t) = \begin{cases} \mathcal{Q}(t) & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (4)$$

$\mathcal{Q}(t)$ 的 i 阶导数 $\frac{d^i \mathcal{Q}(t)}{dt^i}$ ($i=1, 2, \dots, n$) 存在, 且:

$$\mathcal{Q}^{(i)}(0) = \mathcal{Q}^{(i)}(T) = 0 \quad (5)$$

将(3)式两边乘 $\mathcal{Q}(t)$, 在区间 $[0, T]$ 积分, 并利用分步积分及调制函数性质(4)、(5)得:

$$\begin{aligned} & (-1) \int_0^T y(t) \mathcal{Q}^{(n)}(t) dt = \\ & - \sum_{i=0}^{n-1} a_i (-1) \int_0^T y(t) \mathcal{Q}^{(i)}(t) dt \\ & + \sum_{j=0}^m b_j (-1) \int_0^T u(t) \mathcal{Q}^{(j)}(t) dt \end{aligned} \quad (6)$$

通过上述处理, 将原微分方程转换成(6)式所示代数方程, 为参数辨识提供了可能.

设调制区间 $[p_k, q_k]$ ($k=1, 2, \dots, l, l \geq n+m+1$), 令:

$$\bar{y}_k^{(i)} = (-1) \int_{p_k}^{q_k} y(t) \mathcal{Q}^{(i)}(t-p_k) dt$$

$$\bar{u}_k^{(i)} = (-1) \int_{p_k}^{q_k} u(t) \mathcal{Q}^{(i)}(t-p_k) dt$$

则根据(6)式有:

$$\bar{y}_k^{(n)} = \Psi_k^T \theta \quad (7)$$

式中: $\theta = [a_0 \ a_1 \ \dots \ a_{n-1} \ b_0 \ b_1 \ \dots \ b_m]^T$ 为待估计参数;

$$\Psi_k = \begin{bmatrix} -\bar{y}_k - \bar{y}_k^{(1)} - \dots - \bar{y}_k^{(n-1)} \\ \bar{u}_k \ \bar{u}_k^{(1)} \ \dots \ \bar{u}_k^{(m)} \end{bmatrix}^T$$

由(7)式可得 θ 的最小二乘估计 $\hat{\theta}(l)$:

$$\hat{\theta}(l) = \left[\sum_{k=1}^l \Psi_k \Psi_k^T \right]^{-1} \left[\sum_{k=1}^l \Psi_k \bar{y}_k^{(n)} \right] \quad (8)$$

3 调制函数设计(Design of modulating functions)

小波函数具有时域和频域的紧支性. 高斯小波函数除具有一般小波函数的特点外, 任一阶连续可微, 且有明确的解析表达式, 因此非常适合于用作调制函数. 高斯函数及其付氏变换分别为:

$$g(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-t^2/(2\sigma^2)} \quad (9)$$

$$G(\omega) = e^{-\omega^2\sigma^2/2} \quad (10)$$

令 $\sigma=1$, 将该函数按 2^m 进幂尺度进行伸缩得高斯系列函数及相应各阶导数:

$$g_m(t) = \frac{1}{2^{m/2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{t-t_m}{2^m}\right)^2/2} \quad (11)$$

$$g_m^{(1)}(t) = 2^{-\frac{m}{2}} \frac{-1}{\sqrt{2\pi} 2^m} \left[\frac{t-t_m}{2^m} \right] e^{-\left(\frac{t-t_m}{2^m}\right)^2/2} \quad (12)$$

$$g_m^{(2)}(t) = 2^{-\frac{m}{2}} \frac{-1}{\sqrt{2\pi} 2^{2m}} \left[1 - \left(\frac{t-t_m}{2^m}\right)^2 \right] e^{-\left(\frac{t-t_m}{2^m}\right)^2/2} \quad (13)$$

$$g_m^{(3)}(t) = 2^{-\frac{m}{2}} \frac{-1}{\sqrt{2\pi} 2^{3m}} \left[-3\left(\frac{t-t_m}{2^m}\right) + \left(\frac{t-t_m}{2^m}\right)^3 \right] e^{-\left(\frac{t-t_m}{2^m}\right)^2/2} \quad (14)$$

式中: $t_m = 2^{(m+4)}/4$, 为窗口中心, 窗口宽度 $T_m = 2t_m$. 调节尺度参数 m , 可调节高斯调制函数的窗口宽度 T_m 及频带宽度 $\Delta\omega_m$, 且满足: $\Delta\omega_m T_m = \text{常数}$. m 增加, 时窗展宽, 频带变窄. 图 1 为 $m = -1, 0, 1$ 时的调制函数.

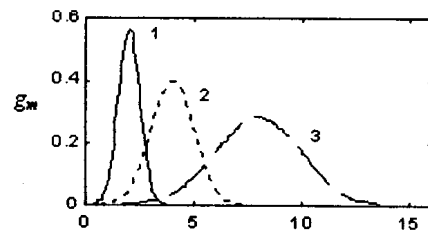


图 1 高斯调制函数(1: $m = -1$; 2: $m = 0$; 3: $m = 1$)

Fig. 1 The gaussian modulating functions

容易证明, 通过上述方式产生的调制函数满足: $g_m^{(i)}(0) \approx 0, g_m^{(i)}(T_m) \approx 0$, 图 2 为 $m=0$ 时调制函数的前 3 阶导数 $g_0^{(i)}(t)$ ($i=1, 2, 3$).

改变尺度参数 m , 可得辨识所需的若干调制函数. 为了简化, 同一尺度调制函数下的调制窗口在时

间 The validity and efficiency of proposed algorithm are illustrated by simulated results. 轴上等距平移, Δt_m 为窗口平移间隔. 为了使采样时间区间 T_s 中所有输入输出采样序列均参与调制作用, 则: $k_{\max} = (T_n - T_m) / \Delta t_m$, k_{\max} 为该尺度下调制窗口数量.

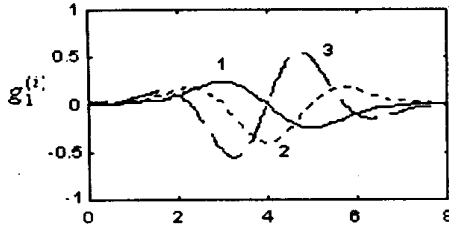


图 2 高斯调制函数导数(1: $i=1$; 2: $i=2$; 3: $i=3$)

Fig. 2 The derivatives of gaussian modulating functions

4 仿真算例(Simulation examples)

待辨识系统取自文献[9], 传递函数为: $G(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$, $b_0 = 5$, $b_1 = 0$, $a_0 = 4$, $a_1 = 2.8$. 输入为逆重复伪随机序列及叠加的零均值高斯白噪声, 逆 m

序列幅值为 $a = 1$, 信号长度 $N = 31$, 脉冲周期为 $\Delta t = 20\text{ms}$. 叠加的输入端噪声参数 $\mu = 0$, $\sigma_v = 0.1$. 输出端测量噪声 $v(k)$ 为 $\mu = 0$, $\sigma = \sigma_u$ 的正态分布白噪声序列.

定义噪信比: $N/S = \sigma_v / \sigma_y$, 其中: σ_v 、 σ_y 分别为测量噪声和系统输出的均方差. 为了排除计算中随机因素的干扰以验证本文方法的有效性, 定义误差值:

$$\delta = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|\hat{\theta}_i - \theta_0|}{|\theta_0|} \times 100\%$$

其中: N 为独立的实验次数, 本文取: $N = 100$, θ_0 为模型真值, $\hat{\theta}$ 为估计值.

为了研究不同调制函数参数辨识算法对噪声的敏感程度, 本文分别对高斯调制函数设计了单尺度和混合尺度多组参数, 各组参数设计依据以下原则:

- (1) 各组参数下采样数据长度相同, 数据区间长度 $T_s = 16\text{s}$;
- (2) 混合尺度参数下各尺度调制函数数量相同;
- (3) 各组参数下调制函数总数量相同. 表 1 为本文算例设计的 6 组参数.

表 1 调制函数参数

Tab. 1 Parameters of m modulating functions

参数组序号	$m = -4, T_m = 0.5$		$m = -3, T_m = 1$		$m = -2, T_m = 2$		$m = -1, T_m = 4$		$m = 0, T_m = 8$	
	K_{\max}	Δt_m	K_{\max}	Δt_m	K_{\max}	Δt_m	K_{\max}	Δt_m	K_{\max}	Δt_m
1	21	0.738	21	0.75	21	0.70	21	0.60	21	0.40
2	105	0.149								
3			105	0.144						
4					105	0.135				
5							105	0.115		
6									105	0.077

表 2 列出 6 种调制函数参数下噪信比分别为 20% 和 60% 时独立进行的 100 次辨识计算结果的均值和均方差. 图 3 为辨识误差与噪信比的关系曲线. 从图 3 可看出: 第 1、3、4 组参数辨识结果表现出较好的抗噪能力. 曲线 1 为多分辨尺度下的误差曲线, 在该组参数下, 不同尺度下调制函数的滤波效应有机组合, 使其在各种噪声强度下有较好的综合抗噪效果, 辨识结果与真值吻合良好(表 2). 其他各曲线均是单尺度调制函数辨识精度曲线, 曲线 4 是调制函数尺度 $m = -2$ ($T_m = 2\text{s}$) 时的曲线, T_m 与待辨识系统脉冲响应时间(约为 2.2s) 最接近, 通频宽度与待辨识系统基本吻合, 频带以外的噪声得到有效抑制, 因此效果最好. 曲线 3 对应的调制函数时窗宽度为 $T_m = 1\text{s}$, 与系统脉冲响应时间较接近, 效果次之. 曲线 2、5、6 对应的调制函数时窗分别为 0.5s 、 4s 、 8s , 均与系统脉冲响应时间差距较大, 效果不理

想. 曲线 6 效果最差, 辨识结果严重偏离真值.

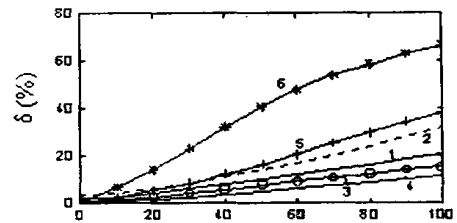


图 3 不同调制窗口下辨识误差曲线

Fig. 3 The error curves under the different modulation parameters

在实际系统辨识中, 由于缺乏系统先验知识, 难以得到准确的脉冲响应时间, 可先在较大尺度范围内采用混合尺度调制函数得到一组辨识结果, 以此为依据确定系统频谱特征或脉冲响应时间, 再设计单尺度调制函数对系统进行辨识, 以期得到系统最佳辨识效果.

表 2 模型辨识结果

Tab. 2 The results of model identification

N/S (%)	参数组 序号	\hat{a}_0 (4.0000)	\hat{a}_1 (2.8000)	\hat{b}_0 (5.0000)	\hat{b}_1 (0.0000)	$\delta(\%)$	N/S (%)	参数组 序号	\hat{a}_0 (4.0000)	\hat{a}_1 (2.8000)	\hat{b}_0 (5.0000)	\hat{b}_1 (0.0000)	$\delta(\%)$
20	1	4.0323 ± 0.1583	2.6294 ± 0.3084	4.9421 ± 0.1931	-0.0450 ± 0.018	4.2893	60	1	4.0766 ± 0.4750	2.2938 ± 0.8779	4.9408 ± 0.5679	-0.0352 ± 0.0546	12.3435
	2	4.3183 ± 0.2004	2.6491 ± 0.3978	4.8934 ± 0.1197	-0.0463 ± 0.0167	6.0578		2	4.9570 ± 0.6211	2.0927 ± 1.0256	4.8357 ± 0.3544	-0.0341 ± 0.0451	17.0994
	3	4.0371 ± 0.0520	2.6096 ± 0.0941	4.9394 ± 0.0652	-0.0410 ± 0.0056	2.2690		3	4.0588 ± 0.1506	1.7368 ± 0.2024	4.8408 ± 0.1853	-0.0008 ± 0.0168	9.2410
	4	3.9709 ± 0.0492	2.7308 ± 0.0574	4.9406 ± 0.0587	-0.0456 ± 0.0065	1.5098		4	3.8532 ± 0.1402	2.3925 ± 0.1366	4.7777 ± 0.1669	-0.0255 ± 0.0191	6.0981
	5	3.8678 ± 0.2072	2.7048 ± 0.1447	4.8281 ± 0.2606	0.0017 ± 0.0775	5.2483		5	3.1938 ± 0.4459	2.2279 ± 0.2770	3.9742 ± 0.5597	0.2265 ± 0.1897	20.9559
	6	3.5761 ± 0.5854	2.6084 ± 0.3008	4.4642 ± 0.7363	0.1348 ± 0.2672	13.8798		6	2.0617 ± 1.1138	1.9022 ± 0.4968	2.5624 ± 1.3975	0.7464 ± 0.5479	47.9185

5 结语(Conclusions)

(1) 调制函数法巧妙避免了信号微分的处理及初始条件的确定, 无需对输入输出信号进行预处理, 程序设计简单, 数值稳定性好, 在调制函数参数设计合理的情况下, 抗噪能力强, 非常适合信噪比较低的实验工况。

(2) 根据小波多分辨分析理论, 利用高斯函数优良的时频紧支特性及无限阶连续可微特性, 可设计综合滤波效果良好的多尺度调制函数。

(3) 用单尺度高斯函数作调制函数时, 时窗宽度与待辨识系统脉冲响应时间吻合时可获最佳抗噪效果。

(4) 调制窗口参数的选择有较强的经验性, 在难以准确获知待辨识系统脉冲响应时间常数的前提下, 宜选用一定尺度范围内的多尺度高斯小波为调制函数。

参 考 文 献 (References)

- 方崇智, 萧德云. 过程辨识[M]. 北京: 清华大学出版社, 1989
- Sinha N K, Lastman G J. Transformation of discrete-time models. In N K Sinha and G P Rao (Eds). Identification of Continuous-time systems. Kluwer Acad Publ Dordrecht, Kluwer, 1991: 123~137
- Sagara S, Z Y Zhao. Numerical Integration Approach to On-line Identification of Continuous time Systems. Automatica, 1990, 26(1): 63~74
- Zdzislaw Kowalczyk and Janusz Kozlowski. Continuous-time Approaches to Identification of Continuous-time Systems. Automatica, 2000, 36: 1229~1236
- Zhen-yu Zhao, Setsuo Sagara and Masayoshi Tomizuka. A New Bias-compensating LS Method for Continuous system Identification in the Presence of Coloured Noise. Int J Control. 1992, 56(6): 1441~1452
- Shinbrot M. On the Analysis of Linear and Nonlinear Systems. Trans. ASME. 1957, 79(3): 547~552
- Person A E, Lee F C. Parameter Identification of Linear Differential Systems Via Fourier-based Modulating Function. Control Theory Adv Technol. 1985, 1(4): 239~266
- Co T B, B E Ydstie. System Identification using Modulating Functions and Fourier transforms. Computers Chem. Engng. 1990, 14(10): 1051~1066
- Preisig H A, D W T Rippin. Theory and Application of the Modulating Function Method—I. Review and Theory of the Method and Theory of the Spline-type Modulating Functions. Computers Chem. Engng. 1993, 17(1): 1~16
- Preisig H A, D W T Rippin. Theory and Application of the Modulating Function Method—II. Algebraic representation of Maletinsky's spline-type Modulating Functions. Computers Chem. Engng. 1993, 17(1): 17~28
- Balestrino A, A Landi and L Sani. Parameter Identification of Continuous Systems with Multiple-input Time delays Via Modulating Functions. IEE Proc D, Contr. Theory Appl., 2000, 147(1): 19~27

作者简介

贺尚红(1965-), 男, 长沙交通学院副教授, 中南大学博士研究生. 研究领域为系统辨识、液压系统建模与优化、系统仿真。

钟 掘(1936-), 女, 中国工程院院士, 973 项目首席科学家, 中南大学教授, 博士生导师. 研究领域为冶金机械设计理论、工程新技术、故障诊断和塑性加工技术. 曾获国家科技进步一等奖 1 项、二等奖 2 项及省、部级奖多项。