第 31 卷第 5 期
2002 年 10 月

信 息 与 控 制
Information and Control

Vol. 31, No. 5
Oct., 2002

文章编号: 1002-0411(2002)05-391-05

离散事件动态系统性能评估的改进标准钟方法

周江华[1,2]　孙国基[1]　管晓宏[1]

(1. 西安交通大学系统工程研究所　西安　710049;　2. 第二炮兵工程学院 603 教研室　西安　710025)

摘　要: 标准钟(SC)方法是求解离散事件动态系统(DEDS)性能评估问题的十分有效的仿真手段. 文中在 SC 的基础上提出了一种新的仿真算法—— 改进标准钟方法(ISC). ISC 方法是一种和减小方差技术(VRT)中的条件期望法紧密结合的仿真算法, 其算法中去掉了 SC 方法中的核心概念—— 标准钟. 和 SC 方法相比, ISC 方法不但具有更小的计算负担, 而且还具有更好的评估精度. 文末给出的各种算例, 均验证了 ISC 方法的有效性. *

关键词: 离散事件动态系统; 性能评估; 马尔可夫过程; 仿真

中图分类号: TP391.9　　　　文献标识码: B

PERFORMANCE EVALUATION OF DISCRETE EVENT DYNAMIC SYSTEM USING IMPROVED STANDARD CLOCK

ZHOU Jiang-hua[1,2]　SUN Guo-ji[1]　GUAN Xiao-hong[1]

(1. *Institute of Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an*　710049　*China*;
2. 603 *Staff Room, Second Artillery Engineering College, Xi'an*　710025　*China*)

Abstract: The Standard Clock (SC) method is an efficient simulation approach to performance evaluation of Discrete Event Dynamic System (DEDS). In this paper, a new algorithm, Improved Standard Clock (ISC) method is proposed. ISC method has a close connection with the well-known variance-reduction techniques (VRT), conditional method. The clock, which is a core concept in the SC method, is no longer needed in the ISC method. Compared with SC method, ISC method has the advantages of less computation burden and higher evaluation precision. Finally, various examples including both transient and steady state performance evaluations are provided to certify the ISC method. The results have shown the power and simplicity of the ISC method

Keywords: DEDS, performance evaluation, markov process, simulation

1　引言(Introduction)

仿真一直是 DEDS 性能评估、优化及灵敏度分析的重要手段, 对于复杂系统, 仿真往往是唯一的手段. 然而仿真常是费时的工作, 因此设计高效率的仿真方法一直是 DEDS 研究的热点问题. 国内外在该领域已陆续提出了不少行之有效的方法[1], 如并行仿真、减小方差技术(VRT)、扰动分析法(PA)等等. 由 Vakili 提出的标准钟方法(Standard Clock)[2-6]是一种相当有效的方法, 可以极大的提高仿真的效率. 该方法的仿真流程简洁、计算负担小、易于并行程序实现[5,6], 而且可以并发构造出不同参数集下的多条样本路径, 适于进行灵敏度分析及性能优化. SC 方法的另一个好处是构造样本路径仅需少量的随机数, 对大规模复杂系统的仿真非常有利, 因为目前广泛应用的线性同余随机数发生器[1], 其周期一般不超过 20 亿, 常规的仿真方法有超出随机数发生器周期的危险. SC 方法的限制是仅适用于马尔可夫系统, 但诸多优点使其具有相当大的吸引力, 并得到广泛应用[2-6].

本文在 SC 方法的基础上进一步提出了改进标准钟方法(Improved Standard Clock). ISC 方法是一种和减小方差技术(VRT)中的条件期望法紧密结合的仿真算法, 其计算负担比 SC 方法更小, 而且具有更高的评估精度.

*　收稿日期: 2001-07-24
基金项目: 国家自然科学基金重点项目(59937150)和国家杰出青年基金(6970025)的支持

2 DEDS 性能评估问题的一般描述(General Description of Performance Evaluation Problem of DEDS)

DEDS 中性能评估问题通常归结于求[2-6]

$$J(\theta) = E[L(\theta, \omega)] \tag{1}$$

其中, θ 为系统的特征参数, ω 为定义在概率空间上的随机向量, $L(\theta, \omega)$ 为仿真得到的样本性能测度. $J(\theta)$ 的无偏估计由下式给出

$$\hat{J}(\theta) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} L(\theta, \omega) \tag{2}$$

式中 N 为仿真的次数.

如果在性能评估时采用条件期望的方式, 则可获得性能测度更精确的估计. 引入随机变量 Z, 将(1)式改为

$$J(\theta) = E[E[L(\theta, \omega) | Z]] \tag{3}$$

对应的估计式为

$$\hat{J}(\theta) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} E[L(\theta, \omega) | Z = z_i] \tag{4}$$

(3)式为减小方差技术(VRT)中的条件期望法(Conditioning Method)[1]. 由条件期望的性质[1,7]

$$\begin{aligned} Var[E[L(\theta, \omega) | Z]] &= Var[L(\theta, \omega)] - \\ &[E[Var[L(\theta, \omega) | Z]] \leqslant Var[L(\theta, \omega)] \end{aligned} \tag{5}$$

因而(4)式比(2)式具有更高的估计精度. 条件期望法的困难在于找到合适的特征随机变量 Z. Z 应满足下述条件[1]: 1) 其子样 z_i 可从样本路径中提取; 2) $E[L(\theta, \omega) | Z = z_i]$ 可用解析的方法计算. 对实际的性能评估问题, 找到合适的 Z 并非易事.

3 DEDS 仿真的标准钟方法(Standard clock method for DEDS simulation)

DEDS 可用一个五元组 $\{X, E, f, \Gamma, G\}$ 描述, 其中 X 为状态集合、E 为事件集合、f 为状态转移函数 $f: X \times E \to X$, $\Gamma(x) \subseteq E$ 为系统在状态 x 下的可行事件集, G 为 E 中事件对应的事件生成函数的集合.

DEDS 仿真的目的是抽样出系统动态演变的样本路径, 并据此求出样本性能测度 $L(\theta, \omega)$. 由于 DEDS 状态转移由事件决定, 因而样本路径可用序列 $\{x_{k-1}, e_k, t_k\}$ $k = 1, 2, \cdots$ 表示, 其中 $x_{k-1} \in X$ 为系统当前状态, $e_k \in E$ 为引起当前状态改变的事件, t_k 为事件发生的时间序列. DEDS 仿真通常采用事件调度法[1], 当系统比较复杂时, 该方法构造样本路径的流程非常繁琐. 如果事件生成函数均为指数分布, 则系统具有马尔可夫性, 此时事件及其发生时间可以解耦, 样本路径可用非常简洁的方法得到, 而且所需随机数很少.

设 G 中的函数均为指数分布, 分布参数分别为 λ_i, $i \in E$, , 系统当前的仿真钟为 t_{k-1}, 状态为 x_{k-1}. 由马尔可夫过程的特性, 在所有可行事件中, 事件 j 发生的概率为

$$P\{e_k = j | x_{k-1}\} = \frac{\lambda_j}{\Lambda(x_{k-1})} \tag{6}$$

其中, $\Lambda(x_{k-1}) = \sum_{j \in \Gamma(x_{k-1})} \lambda_j$. 由一(0, 1)内均匀分布的随机数, 按上述概率分布进行抽样, 即可得到导致系统状态发生改变的事件 e_k, 文献[1-5]分别给出了抽样 e_k 的多种方案.

设 e_k 的剩余触发时间(距系统当前时刻 t_{k-1} 的时间间隔)为 y^*, 显然 $y^* = \min_{i \in \Gamma(x_{k-1})}\{y_i\}$, y_i 为可行事件 i 的剩余触发时间. 由指数分布的无记忆性, y_i 服从参数为 λ_i 的指数分布, 因此 y^* 服从参数为 $\Lambda(x_{k-1})$ 的指数分布, 只需用另一个(0, 1)内均匀分布的随机数 u, 即可抽样出 y^*

$$y^* = -\frac{1}{\Lambda(x_{k-1})}\ln u \tag{7}$$

进而得到 e_k 的发生时刻, 以及 e_k 发生后系统的状态

$$t_k = t_{k-1} + y^* \tag{8}$$

$$x_k = f(x_{k-1}, e_k) \tag{9}$$

重复上述步骤至仿真结束, 即得到系统动态演变的样本路径 $\{x_{k-1}, e_k, t_k\}$, $k = 1, 2, \ldots$.

令(7)中的 $\Lambda = 1$, 这样得到的时间间隔序列 $\{\tilde{y}_k^*\}$, $k = 1, 2, \cdots$, 称为标准钟序列(原定义为时间序列[2-4], 但在应用中使用时间间隔序列更方便). $\tilde{y}_k^*$ 与实际的时间间隔序列 y_k^* 有以下关系

$$y_k^* = \tilde{y}_k^* / \Lambda(x_{k-1}) \tag{10}$$

以标准钟为基础构造样本路径的仿真算法称为标准钟方法[2-4](SC). 标准钟的引入不但方便了程序设计而且可以并发的估计出系统在不同参数集下性能测度. 这对求解性能评估问题非常有益, 实践中大量的评估问题, 往往涉及到从若干设计方案中寻找性能最优的配置, 传统的仿真手段只能对每一种配置分别估计出其性能测度, 仿真工作量很大.

设系统的特征参数集有 M 种可能的配置, 记为 $\{\lambda_i^m, i \in E\}$, $m = 1, 2, \cdots, M$, 文献[3, 4]给出了用 SC 方法并发构造 M 条样本路径的仿真流程, 但其中仿真钟的计算存在明显的问题, 修正后的仿真流程如下:

1) 构造标准钟 $\tilde{y}_k^*$

2) 产生 $u \backsim U(0,1)$

for $j=1$ to M do {

3) 根据(6)式抽样出 e_k^j

4) 更新的仿真钟, $t_k^j = t_{k-1}^j + \widetilde{y}_k^* / \Lambda(x_{k-1}^j)$

5) 状态更新, $x_k^j = f(x_{k-1}^j, e_k^j)$

}

6) Goto 1 直到仿真结束

4 改进标准钟方法(Improved standard clock method)

SC 方法的成功关键在于很好的利用了马尔可夫系统的特性: 1) 事件序列的产生仅与状态相关并不依赖于时间; 2) 相邻事件发生的时间间隔服从参数为 $\Lambda(x)$ 的指数分布.

对 DEDS 而言, 状态转移完全由事件决定, 既然事件序列的抽样与时间无关, 而相邻事件之间的时间间隔的分布规律又由状态完全确定, 这就给我们一个启发—— 对许多性能评估问题来说, 仿真钟可能并非必须, 只要充分利用上述特征, 不抽样出事件发生的时间序列也能估计出系统的性能测度. 本文将去掉 SC 中与仿真钟相关部分后得到的仿真流程称为改进标准钟方法(ISC), 其仿真流程如下

1) 产生 $u \backsim U(0,1)$

for $j=1$ to M do {

2) 根据(6)式抽样出 e_k^j

3) 状态更新, $x_k^j = f(x_{k-1}^j, e_k^j)$

}

4) Goto 1 直到仿真结束

按 ISC 仿真流程(以下为方便假定 $M=1$), 得到的是系统状态转移序列, $\{x_{k-1}, e_k\}$, $k=1,2,\cdots$, 并非完整的样本路径, 但由于状态转移时间间隔的分布规律已知, 仍可获得足够的信息用于性能评估. 记第 i 次仿真得到的事件序列为 $e_1, e_2, \cdots, e_k$, 显然所有可能得到的事件串构成一个样本空间, 以下称事件串空间. 对串空间中的每一个元素, 用一个整数变量 Z 对其进行标记: $Z = Z(e_1, e_2, \cdots, e_k)$, 则 Z 为定义在串空间上的随机变量.

ISC 方法的基本思想是以事件串 Z 作为特征随机变量, 对每次仿真得到的 z_i, 根据状态转移时间间隔服从参数为 $\Lambda(x)$ 的指数分布的特点, 用解析的方法求出样本性能测度的条件估计 $E[L(\theta,\omega) \mid Z = z_i]$, 进而用条件期望法得到性能测度的估计. 本文的“仿真算例”部分将结合若干具有代表性的性能评估问题来说明 ISC 方法的应用.

由于和条件期望法的紧密结合, ISC 方法的评估精度要好于 SC 方法, 再加上其仿真流程中不包含对时间的抽样, 因此仿真效率也要高于 SC 方法, 且所需随机数更少.

5 仿真算例(Simulation examples)

文中的算例均以 $M/M/1/K$ 或 $\hat{M}/M/1$ 队列为研究对象, 这类系统在应用中比较具有代表性, 理论分析亦非常完善(文献[8]), 用来确认仿真算法的有效性非常合适. 在下述算例中取队长作为系统的状态量, 顾客到达时间和服务时间分别服从参数为 λ、μ 的指数分布. $M/M/1/K$ ($M/M/1$) 系统对应的五元组描述为:

$$X = \{0,1,2,\cdots,\}, \quad E = \{1,2\},$$

$$G = \{1 - e^{-\lambda t}, 1 - e^{-\mu t}\} \tag{11}$$

$$\Gamma(x) = \begin{cases} \{1,2\}, & x > 0 \\ \{1\}, & x = 0 \end{cases},$$

$$f(x,e) = \begin{cases} x+1, & e=1 \\ x-1, & e=2 \end{cases} \tag{12}$$

其中, “1” 表示顾客到达事件, “2”表示顾客离去事件.

5.1 $M/M/1/K$ 队列的平均崩溃时间[4,5]

$M/M/1/K$ 队列的平均崩溃时间(MCT)常用于评估通信网络的可靠性[4,5]. 崩溃时间 T_c 本身为随机变量, 定义为在给定的初始状态下, 队长超出队列容量 K 所需的时间.

以队长大于 K 作为仿真结束标志, 按 ISC 方法的仿真流程, 构造系统状态转移序列. 设第 i 次仿真得到的串为 $z_i = Z(e_1, e_2, \cdots, e_n)$, 按定义本次仿真 T_c 的子样为

$$T_c = y_1^* + y_2^* + \cdots + y_n^* \tag{13}$$

又 y_i^*, $i=1,n$ 服从指数分布, 因此本次仿真 MCT 的条件期望为

$$E[T_c \mid Z = z_i] = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\Lambda(x_{i-1})} \tag{14}$$

式中 $x_{i-1}=0$ 时, $\Lambda(x_{i-1}) = \lambda$; $x_{i-1} > 0$ 时, $\Lambda(x_{i-1}) = \lambda + \mu$.

对系统进行 N 次仿真, 并将每次仿真所得结果代入(4)式, 即得到 MCT 的无偏估计. 表 1 给出了 $K=7$, $\mu=1$ 时, 不同 λ 下 MCT 的估计, 初始时刻队列为空. 表中 ISC 项和 SC 项分别为 ISC 方法和 SC 方法得到的结果. SC[4]项为文献[4]用 SC 方法进行 5000 次仿真得到的结果. 从中可看出, ISC 方法

所得结果优于 SC 方法的评估结果.

表 1 $M/M/1/K$ 队列平均崩溃时间估计(3000 次仿真)

Tab. 1 Mean crash time evaluation of $M/M/1/K$ system (3000 sample paths)

λ	ISC(s)	SC(s)	SC[4](s)	理论解(s)
0.60	348.83	358.38	348.92	345.86
0.72	137.47	138.02	133.07	135.29
0.84	69.51	69.61	66.93	68.53
0.96	41.76	41.00	40.65	41.38

5.2 $M/M/1/K$ 队列 t 时刻的崩溃概率

$M/M/1/K$ 队列 t 时刻的崩溃概率定义为该时刻队长超出队列容量的概率. 按算例 1 中的方法构造状态转移序列, 设第 i 次仿真得到的串为 $z_i = Z(e_1, e_2, \cdots, e_n)$, 则本次仿真, 崩溃时间 T_c 的条件概率密度为

$$f_z(T_c) = f(y_1^*) * f(y_2^*) * \cdots * f(y_n^*) \quad (15)$$

式中"*"为卷积运算. 由(15)式可求出崩溃时间条件分布的拉氏变换为

$$L[F_z(T_c)] = \frac{1}{s}L[f_z(T_c)] = \frac{1}{s}\prod_{i=1}^{n}\frac{\Lambda(x_{i-1})}{s+\Lambda(x_{i-1})} \quad (16)$$

对(16)式进行拉氏反变换即得到 $F_z(T_c)$. 由概率知识 $F_z(t)$ 即为第 i 次仿真系统在 t 时刻的崩溃概率. 对系统进行 N 次仿真, 并代入(4)式即可得到崩溃概率的无偏估计.

(16)式的反变换可用所谓的部分分式展开法[9], 当 $\Lambda(x_{i-1})$ 均不相同时, 易得出

$$F_z(t) = 1 - \sum_{i=1}^{n} C_i \exp[-\Lambda(x_{i-1})t] \quad (17)$$

其中, $C_i = \prod_{j=1, j\neq i}^{n}\frac{\Lambda(x_{j-1})}{\Lambda(x_{j-1}) - \Lambda(x_{i-1})}$.

当(16)式含有多个重根且 $n > 10$ 时反变换的计算比较繁琐, 此时可用下式近似计算: 由李雅普诺夫(Liapunov) 定理[10], 当 n 足够大时

$$F_z(t) \approx \Phi\left(\frac{t - \sum_{i=1}^{n} 1/\Lambda(x_{i-1})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} 1/\Lambda^2(x_{i-1})}}\right) \quad (18)$$

式中, Φ 为标准正态分布函数, 当 n 足够大时, (18)式具有很高的精度.

表 2 给出了 $\lambda = 0.6$, $\mu = 1$, $K = 7$ 时, 系统在不同时刻的崩溃概率, 初始时刻队列为空. 其中, ISC 方法中 $F_z(t)$ 的计算采用(18)式. 从表 2 可看出和 SC 方法相比, ISC 方法的评估结果和理论分析的结果更为接近.

表 2 $M/M/1/K$ 队列不同时刻的崩溃概率(2000 次仿真)

Tab. 2 Crash Probability of $M/M/1/K$ System (2000 Sample Paths)

t(s)	100	300	500	700	900
ISC	0.237	0.573	0.766	0.872	0.925
SC	0.227	0.561	0.759	0.869	0.922
理论解	0.239	0.578	0.767	0.871	0.928

5.3 $M/M/1$ 队列稳态平均队长

稳态型性能指标的评估, 只需进行一次长时间的仿真, 为了得到精度较高的估计通常采用再生法[1]. 取队列为空的状态为 $M/M/1$ 队列的再生状态, 引入随机向量

$$\begin{vmatrix} L_c \\ C \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{“再生周期内队长的积分”} \\ \text{“再生周期”} \end{vmatrix} \quad (19)$$

记系统再生周期内的事件串为 Z, 显然再生周期内所有可能的事件串的全体构成一个样本空间. 按 ISC 仿真流程对系统进行一次 n 个再生周期的仿真, 由再生理论平均队长的无偏估计由下式给出

$$\hat{L} = \frac{E[L_c]}{E(C)} = \frac{E[E[L_c|Z]]}{E[E[C|Z]]} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m(i)} x_{j-1}/\Lambda(x_{j-1})}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m(i)} I/\Lambda(x_{j-1})} \quad (20)$$

式中, $m(i)$ 为第 i 个再生周期内事件串的长度.

表 3 给出了 $\mu = 1$ 时, 用 ISC 进行一次长度为 2000 个再生周期的仿真所得到的稳态平均队长的估计. 从表中可看出 ISC 方法的评估精度优于 SC 方法.

表 3 $M/M/1$ 稳态平均队长的估计(2000 个再生周期)

Tab. 3 Mean Queue Length of $M/M/1$ (2000 Regenerative Cycles)

λ	ISC	SC	理论解
0.60	1.47	1.42	1.50
0.72	2.55	2.64	2.57
0.84	5.01	6.50	5.25
0.96	23.5	19.7	24.0

6 结论(Conclusions)

ISC 方法是一种和减小方差技术(VRT)中的条

件期望法紧密结合的一种方法, ISC 方法包容了 SC 方法固有的诸多优点, 如仿真流程简洁、可并发构造多条样本路径等, 并具有更高的评估精度和更小的计算负担, 文中给出的仿真算例均验证了这一点. ISC 方法主要适合于与仿真钟相关性不是很强的性能评估问题, 例如系统稳态性能指标的评估以及与特定状态相关的性能测度的估计. 这一类问题在实际应用中通常占大多数. 对某些与仿真钟相关性很强的性能评估问题, ISC 方法可能难以应用, 因此它还不能完全取代 SC 方法.

参 考 文 献 (**References**)

1 A M Law, W D Kelton. Simulation Modeling and Analysis (Third Edition). 北京: 清华大学出版社, 2000

2 P Vakili. Using a Standard Clock Technique for Efficient Simulation. Operation Research Letters, 1991, **10**: 6445~ 452

3 YU-CHI Ho, SU Li and P. Vakili. On the Efficient Generation of Discrete Event Sample Paths under Different Parameter Values. Mathematics and Computation in Simulation, 1988, **30**: 347 ~ 370

4 C G Gassandras, J I Lee, Y C Ho. Efficient Parametric Analysis of Performance Measure for Communication Networks. IEEE Journal on Selected Area in Communications, 1990, **8**(9): 1709 ~ 1722

5 C M Barnhart, A. Ephremides. Improvement in Simulation Efficientcy by Means of Standard Clock: A Quantitative Study. Proceeding of the IEEE 32th Conference on Decision and Control, 1993: 2217~ 2223

6 Y C Ho, C G Cassandras. Parallel Computation in the Design and Stochastic Optimization of Discrete Event Systems. Proceeding of the IEEE 32th Conference on Decision and Control, 1993: 2199~ 2204

7 伊曼纽尔• 帕尔逊. 随机过程[M]. 上海: 高等教育出版社. 1987: 44~ 66

8 Leonard Kleinrock. Queueing System Volumel 1: Theory. New York: John Wiley & Sons, Inc. 1975: 94~ 105

9 戴忠达, 吕林等. 自动控制理论基础[M], 北京: 清华大学出版社, 1991: 44~ 47

10 盛 骤, 谢式千, 潘承毅. 概率论与数理统计[M](第 2 版). 北京: 高等教育出版社, 1990: 135

作者简介

周江华(1973-), 男, 第二炮兵工程学院讲师, 西安交通大学博士生. 研究领域为复杂系统的建模与仿真.