

文章编号: 1002-0411(2005)03-0373-05

基于模型的网络化多速率采样控制系统

项林英, 郭 戈

(兰州理工大学电气工程与信息工程学院, 甘肃 兰州 730050)

摘要: 针对完美传输、延时传输及时变传输三种数据传输策略, 分别给出了离散域的基于模型状态反馈的网络化多速率采样控制系统全局指数稳定的充要条件. 在网络带宽一定的情况下, 提出保证系统稳定的最大通讯间隔的选取方法, 并分析了延时传输时模型误差对最大通讯间隔的影响, 指出模型误差越小, 保证系统稳定的最大通讯间隔值越大.

关键词: 基于模型的网络控制系统; 多速率采样; 状态反馈; 稳定性

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Model-based Networked Control System with Multi-rate Sampling

XIANG Lin-ying, GUO Ge

(College of Electric and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: In model-based networked control systems (MB-NCSs) with multi-rate sampling, three different transmission policies including perfect transmissions, delayed transmissions and time-varying transmissions are introduced. Necessary and sufficient conditions for global exponential stability are derived in the discrete time domain. Under the circumstance that the network bandwidth is determinate, a method for selecting the maximum communication interval which can guarantee the stability of discrete control system is presented and the model error influence on the maximum communication interval with delayed transmissions is studied. It is also to be noted that the smaller the model error, the larger the maximum transmitting time.

Keywords: model-based networked control system (MB-NCS); multi-rate sampling; state feedback; stability

1 引言 (Introduction)

控制回路通过网络形成闭环的反馈控制系统称为网络控制系统 NCS (networked control system), 其特征是控制指令、传感器数据和系统信息^[1]的传输通过通信网络来实现. 因此这种系统结构简单、连线少、适应能力强、成本和能耗较低、可靠性高, 而且资源可以共享, 便于安装和维护, 在设计和扩展方面具有很强的灵活性^[2,3]. 近年来, 随着网络化控制系统在流程工业过程控制、发电厂、机器人、远程医疗、军事指挥、航天航空和交通运输等领域的广泛应用^[4,5], 网络化控制系统的分析和设计已成为控制理论与应用领域的研究热点之一^[6-9]. 总体而言, 现有的研究成果中, 一般都假定所有的采样信号为同步均匀等间距采样^[10], 这种假设可以得到 LTI (Linear Time-Invariant, 线性时不变) 数据采样系统, 并

可大大简化对系统稳定性和性能的分析. 然而, 由于网络传输延时及其不确定性的存在以及节点分散化, 采用单一的采样速率是不现实的, 许多因素要求采用多速率采样, 以实现性价比最优化. 本文考虑的是多速率采样策略^[11], 即对被控对象以 T_0 为周期进行等周期采样, 而控制器的输出由周期为 T_i 的保持器转换得到. T_0 与 T_i 之间满足关系式 $T_0 = N_i T_i$, 其中 N_i 为正整数.

在网络控制系统中, 决策和控制功能, 包含信号处理, 分散在网络控制器中, 在设计一个网络控制系统时, 必须考虑通信网络的带宽限制. 已有很多文献旨在解决网络带宽对控制系统的影响^[12-15]. 其中, 文献 [12] 中 Luis 等人提出在采用模型状态反馈控制律的条件下, 尽可能地少用网络来传输数据, 在保证系统稳定的前提下, 找出最大通讯间隔以降低网

收稿日期: 2004-11-23

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50274003); 国家科技攻关计划资助项目 (2002BA901A28); 甘肃省省长基金资助项目 (GS015-A52-012); 甘肃省自然科学基金资助项目 (ZS021-A25-017-G)

络带宽对控制系统的影响.文[12]为了简化分析,仅仅考虑了连续系统及 h 为固定常数的情况,没有考虑到数据采样及 h 变化等问题.本文在此基础上针对完美传输、延时传输及时变传输三种数据传输策略,首先给出了离散域的基于模型状态反馈的网络化多速率采样控制系统稳定的充要条件,并在网络带宽一定的情况下,提出保证系统稳定的最大通讯间隔的选取方法,最后分析了模型误差对最大通讯间隔的影响.

2 系统描述 (System description)

我们研究图 1 所示的基于模型的网络控制系统.在此系统中,控制器和执行器位于同一个节点上,网络只存在于传感器到控制器之间. τ 为传感器到控制器的延时,网络每隔 h 秒传输一次数据. T_0 为输出采样周期, T_i 为第 i 个输入通道的输入采样周期.

我们对图 1 所示的网络控制系统做如下合理的假定:

- (1) 传感器节点采用时间驱动方式;
- (2) 控制器、执行器节点采用事件驱动方式;
- (3) 传感器和控制器的时序同步;
- (4) 系统每隔 p 个采样周期更新状态,即 $h = pT_0$, p 为正整数;
- (5) 网络延时 τ 是采样周期的整数倍,即 $\tau = qT_0$, q 为正整数,且模型的

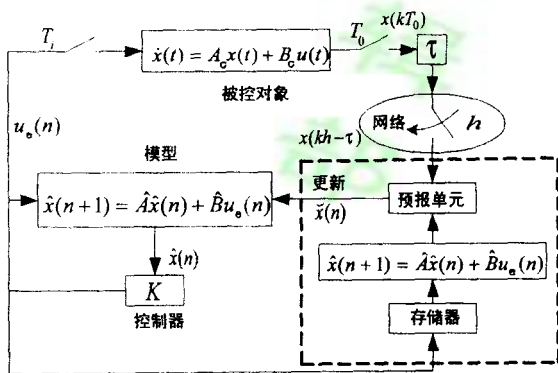


Fig. 1 The structure of model-based networked control system

考虑连续时间被控对象:

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) + B_c u(t) \quad (1)$$

由于多采样率特性,采用“提升”技术,定义输入扩展向量^[16]:

$$u_c(kT_0) = \begin{pmatrix} u_1(kT_0) \\ u_1(kT_0 + T_1) \\ \vdots \\ u_1(kT_0 + (N_1 - 1)T_1) \\ \vdots \\ u_m(kT_0) \\ u_m(kT_0 + T_m) \\ \vdots \\ u_m(kT_0 + (N_m - 1)T_m) \end{pmatrix} \quad (2)$$

以 T_0 为采样周期,可将被控对象离散化为:

$$x[(k+1)T_0] = Ax(kT_0) + Bu_c(kT_0) \quad (3)$$

其中,

$$A = e^{A_c T_0}, B = [B_1, \dots, B_m]$$

$$B_j = [e^{(N_0-1)A_c T} \hat{B}_j, \dots, e^{(N_0-(N_j-1)l_j)A_c T} \hat{B}_j, \hat{B}_j]$$

$$\hat{B}_j = \int_0^{\tau} e^{A_c \tau} B_c d\tau, l_j = \frac{N_0}{N_j}$$

N_0 是 (N_1, \dots, N_m) 的最小公倍数, T 是基本采样周期, $T = T_0 / N_0$, B_c 是 B_c 的第 j 列.

为分析方便,将式 (3) 改写为:

$$x(n+1) = Ax(n) + Bu_c(n) \quad (4)$$

模型取为:

$$\hat{x}(n+1) = \hat{A}\hat{x}(n) + \hat{B}u_c(n)$$

采用状态反馈控制器:

$$u_c(n) = K\hat{x}(n)$$

预报单元为:

$$\tilde{x}(n+1) = \hat{A}\tilde{x}(n) + \hat{B}u_c(n)$$

更新的规律为:

$$x \rightarrow \tilde{x}, n = n_{k+1}p - q \quad (5)$$

$$\tilde{x} \rightarrow \hat{x}, n = n_{k+1}p$$

首先定义状态误差:

$$\hat{e} = \tilde{x} - \hat{x}, \tilde{e} = x - \tilde{x}$$

模型误差

$$\bar{A} = A - \hat{A}, \bar{B} = B - \hat{B}$$

以及

$$\Lambda = \begin{vmatrix} A + BK & -BK & -BK \\ \bar{A} + \bar{B}K & \bar{A} - \bar{B}K & -\bar{B}K \\ 0 & 0 & \hat{A} \end{vmatrix}$$

$$I_0 = \begin{vmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, I_1 = \begin{vmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$I_2 = \begin{vmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & I \end{vmatrix}$$

令

$$z(n) = \begin{pmatrix} x(n) \\ \hat{e}(n) \\ \hat{v}(n) \end{pmatrix} \quad (6)$$

根据以上的定义,系统可改写为:

$$\begin{aligned} z(n+1) &= \Lambda z(n) \\ n \in [n_k p, n_{k+1} p), n_{k+1} - n_k &= 1 \end{aligned} \quad (7)$$

3 完美传输 (Perfect transmissions)

当数据在网络中传输时,传输通道只为一个用户连续服务,即不存在状态不更新的情况,相当于网络延时为零.这种传输我们称之为完美传输^[12],相当于图1中去掉虚线框部分.此时有 $q=0$.

我们有以下结论:

定理 1 系统(7)当且仅当 $M_0 = I_0 \Lambda^p I_0$ 的所有特征根在单位圆内时,系统解 $z = [x \ \hat{e} \ \hat{v}]^T = [0 \ 0 \ 0]^T$ 是全局指数稳定的.

证明

首先证明充分性.

假设初始时刻 $n = n_0$,系统(7)的初始状态为 $z(n_0) = [x_0 \ \hat{e}_0 \ \hat{v}_0]^T = [x_0 \ 0 \ 0]^T = z_0$.

在 $n \in [n_k p, n_{k+1} p)$ 内,系统的响应为:

$$\begin{aligned} z(n) &= \Lambda^{n-n_k p} z(n_k p) \\ &= \Lambda^{n-n_k p} I_0 \Lambda^p z(n_{k-1} p) \\ &\vdots \\ &= \Lambda^{n-n_k p} (I_0 \Lambda^p)^k z_0 \\ &= \Lambda^{n-n_k p} (I_0 \Lambda^p I_0)^k z_0 \\ &= \Lambda^{n-n_k p} M_0^k z_0 \end{aligned}$$

对上述等式两边取范数,有:

$$\|z(n)\| = \|\Lambda^{n-n_k p} M_0^k z_0\| \leq \|\Lambda^{n-n_k p}\| \cdot \|M_0\|^k \cdot \|z_0\|$$

因为:

$$\begin{aligned} \|\Lambda^{n-n_k p}\| &\leq \sigma(\Lambda)^{(n-n_k p)} \\ &< \sigma(\Lambda)^{(n_{k+1} p - n_k p)} \\ &= \sigma(\Lambda)^p = K_1 \end{aligned}$$

其中 $\sigma(\Lambda)$ 为矩阵 Λ 的最大奇异值;又因为 M_0 的所有特征根在单位圆内,即 $\|M_0\| \leq 1$,所以 $\|M_0\|^k$ 有上界.现对 $\|M_0\|^k$ 进行分析,有 $\|M_0\|^k \leq K_2 e^{-\alpha_1 k}$,其中 $K_2, \alpha_1 > 0$.因为 k 是时间的函数,所以有 $K_2 e^{-\alpha_1 k} < K_2 e^{-\alpha_1 (n-1)} = K_2 e^{\alpha_1} e^{-\alpha_1 n} = K_3 e^{-\alpha_1 n}$,其中 $K_3 > 0$,由此可得 $\|z(n)\| \leq K_1 \cdot K_3 e^{-\alpha_1 n} \cdot \|z_0\|$.

定理1的充分性得证.

下面用反证法证明定理1的必要性.

设系统(7)稳定,且 M_0 至少有一个特征根在单位圆外.既然系统稳定,则系统响应的周期采样也稳定,即系统响应周期采样的序列乘积随时间会收敛到零.以 $n = n_{k+1} p$ 为例,有:

$$z(n_{k+1} p) = \xi(k) = \Lambda^p M_0^k z_0$$

因为 M_0 至少有一个特征根在单位圆外,则 $z(n_{k+1} p)$ 将随着 k 的增大而增大,即当 $k \rightarrow \infty$ 时, $\|z(n_{k+1} p)\| = \|\xi(k)\| \rightarrow \infty$.

显然,系统不能稳定,这与假设矛盾,假设不成立.定理1的必要性得证.

4 延时传输 (Delayed transmissions)

网络以包的方式传递信息,信息包会产生传输延时.如果延时不能忽略,则必须考虑它对系统的影响.如图1所示,在控制器、执行器一端,我们引入与被控对象结构相同、参数随机的模型和一个预报单元,用真实对象的状态更新模型的状态.控制律为真实对象的反馈,整个系统形成闭环.在状态不更新的时候,就用模型的状态反馈形成控制律.这样控制律就不会间断.预报单元设在控制器、执行器一端,带有一个存储器.在 kh 时刻,预报单元从网络上接收到的对象的状态其实是传感器 $kh - \tau$ 时刻发送出来的,设这个状态向量值为 $x(kh - \tau)$.存储单元把过去的控制量和状态变量存储起来,预报单元根据以前的状态量和控制量来预报 $x(kh)$,预报值记为 $\hat{x}(kh)$ (即图中的 $\hat{x}(n)$),用 $\hat{x}(kh)$ 来更新模型的状态.

现给出本文的第二个结论:

定理 2 系统(7)当且仅当 $M_1 = I_1 \Lambda^q I_2 \Lambda^{p-q}$ 的所有特征根在单位圆内时,系统解 $z = [x \ \hat{e} \ \hat{v}]^T = [0 \ 0 \ 0]^T$ 是全局指数稳定的.

证明:

当 $n \in [n_0 p, n_1 p - q)$ 时,系统响应为:

$$z(n) = \Lambda^{n-n_0 p} z_0$$

在 $n = (n_1 p - q)$ 时, $z(n) = \Lambda^{p-q} z_0$

在 $n = n_1 p - q$ 时, $z(n) = I_2 \Lambda^{p-q} z_0$

当 $n \in [n_1 p - q, n_2 p)$ 时,系统响应为:

$$z(n) = \Lambda^{n-n_1 p+q} I_2 \Lambda^{p-q} z_0$$

在 $n = n_2 p$ 时, $z(n) = \Lambda^q I_2 \Lambda^{p-q} z_0$

在 $n = n_2 p$ 时, $z(n) = I_1 \Lambda^q I_2 \Lambda^{p-q} z_0$

由此递推可得:

当 $n \in [n_k p, n_{k+1} p - q)$ 时,

$$z(n) = \Lambda^{n-n_k p} M_1^k z_0$$

当 $n \in [n_{k+1} p - q, n_{k+1} p)$ 时,

$$z(n) = \Lambda^{n-n_{k+1} p + q} I_2 \Lambda^{p-q} M_1^k z_0$$

显然, $\|M_1^k\|$ 有界的充要条件是 M_1 的特征根在单位圆内. 具体证明过程可参见定理 1.

5 时变传输 (Time-varying transmissions)

由于网络的不可靠性等因素, 导致数据包不是等周期性传输的, 而是时变传输^[17], 即 h 是随时间变化的, 记为 $h(i) = p(i) T_0$. 假定 p 在某一个范围内 $[p_{\min}, p_{\max}]$ 变化, 且 p 为正整数, $q = 0$, 则系统可写为:

$$z(n) = \Lambda^{n-n_k p} \left| \prod_{i=1}^k M(i) \right| z_0 \quad (8)$$

$$n \in [n_k p, n_{k+1} p), p = p(i)$$

其中, $M(i) = I_0 \Lambda^{p(i)} I_0$.

因此有如下结论:

定理 3 系统 (8) 当且仅当 $\prod_{i=1}^k M(i)$ 的所有特征根在单位圆内时, 系统解 $z = [x \ \hat{e} \ \hat{v}]^T = [0 \ 0 \ 0]^T$ 是全局指数稳定的.

证明:

$$\begin{aligned} z(n) &= \Lambda^{(n-n_k p)} z(n_k) \\ &= \Lambda^{(n-n_k p)} I_0 \Lambda^{p(k)} z(n_{k-1}) \\ &= \Lambda^{(n-n_k p)} I_0 \Lambda^{p(k)} I_0 \Lambda^{p(k-1)} z(n_{k-2}) \\ &= \Lambda^{(n-n_k p)} \left| \prod_{i=1}^k I_0 \Lambda^{p(i)} \right| z_0 \\ &= \Lambda^{(n-n_k p)} \left| \prod_{i=1}^k I_0 \Lambda^{p(i)} I_0 \right| z_0 \\ &= \Lambda^{(n-n_k p)} \left| \prod_{i=1}^k M(i) \right| z_0 \end{aligned}$$

又

$$\begin{aligned} &\| \Lambda^{(n-n_k p)} \left| \prod_{i=1}^k M(i) \right| z_0 \| \\ &\leq \| \Lambda^{(n-n_k p)} \| \cdot \left\| \prod_{i=1}^k M(i) \right\| \cdot \| z_0 \| \\ &\leq \sigma(\Lambda)^{p_{\max}} \cdot \left\| \prod_{i=1}^k M(i) \right\| \cdot \| z_0 \| \end{aligned}$$

显然, 保证系统稳定的充要条件是矩阵序列

$$\prod_{i=1}^k M(i) \text{ 收敛到零. 定理 3 得证.}$$

6 模型误差对最大通讯间隔的影响 (Effects of model error on maximum communication interval)

下面研究延时传输时模型误差对最大通讯间隔的影响.

对于图 1 所示系统, 考虑单输入单输出双速率系统及网络延时的存在, 设 $\tau = T_0$, 即 $q = 1$.

设离散化后系统被控对象结构参数为:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.1 \\ 0.6 & 0.5 \end{bmatrix} \quad (9)$$

模型参数为:

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 1.3626 & 1.6636 \\ 0.2410 & 1.0056 \end{bmatrix}, \hat{B} = \begin{bmatrix} 0.498 & 0.098 \\ 0.598 & 0.498 \end{bmatrix}$$

易知, 模型误差为:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} -0.3626 & -0.6636 \\ -0.2410 & -0.0056 \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} 0.002 & 0.002 \\ 0.002 & 0.002 \end{bmatrix}$$

设计控制器增益为:

$$K = \begin{bmatrix} -0.8 & -2 \\ -0.1 & -0.02 \end{bmatrix} \quad (10)$$

通过 Matlab 仿真, 可得 M_1 阵的最大特征根幅值与 p 的关系, 如图 2(a) 所示. 当 $p > 2$ 时, M_1 的最大特征根的幅值大于 1, 说明相应的特征根不在单位圆内, 系统不稳定. 因此, 保证系统稳定的 p 的最大值为 2.

当改变模型参数为:

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 1.17 & 1.47 \\ 0.07 & 1.0 \end{bmatrix}, \hat{B} = \begin{bmatrix} 0.499 & 0.099 \\ 0.599 & 0.499 \end{bmatrix}$$

即模型误差减小为:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} -0.17 & -0.47 \\ -0.07 & 0 \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} 0.001 & 0.001 \\ 0.001 & 0.001 \end{bmatrix}$$

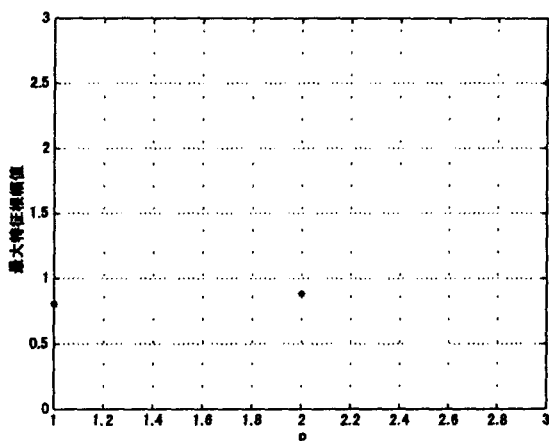
控制器增益不变, 这种情况下 M_1 阵的最大特征根幅值与 p 的关系, 如图 2(b) 所示. 易知, 保证系统稳定的 p 的最大值为 3.

继续减小模型误差, 使得:

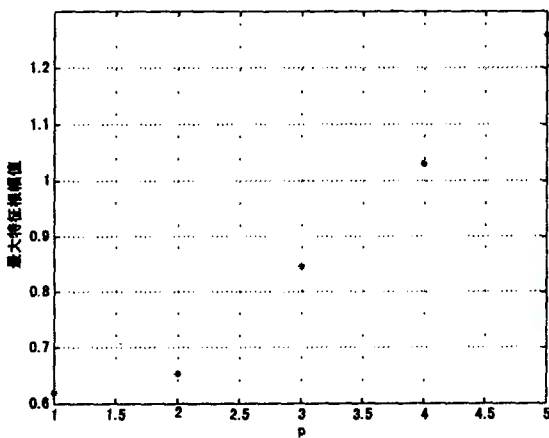
$$\bar{A} = \begin{bmatrix} -0.14 & -0.37 \\ -0.05 & 0 \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} 0.0008 & 0.0008 \\ 0.0008 & 0.0008 \end{bmatrix}$$

保持控制器增益不变, 得到 M_1 阵的最大特征根幅值与 p 的关系, 如图 2(c) 所示. 显然, 保证系统稳定的 p 的最大值为 5.

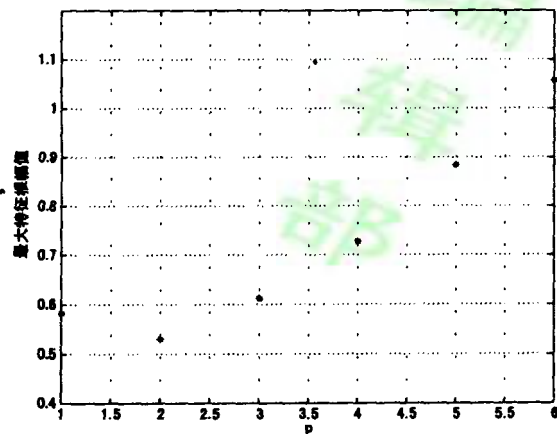
从图 2 可以看出, 模型误差对最大通讯间隔是有影响的. 模型误差越小, 系统所能容忍的 $h (h = pT_0)$ 值越大. 在网络带宽有限的情况下, 应尽可能减少网络的使用率, 即希望 h 越大越好, 模型越精确越好.



(a)



(b)



(c)

图 2 M_1 阵的最大特征根幅值与 p 的关系Fig. 2 Maximum eigenvalue magnitude of the test matrix M_1 versus p

7 结论 (Conclusion)

本文针对完美传输、延时传输及时变传输三种

数据传输策略,分别得到离散域的基于模型状态反馈的网络化多速率采样控制系统全局指数稳定的充要条件.在网络带宽一定的情况下,提出保证系统稳定的最大通讯间隔的选取方法,即通过选取使 M 阵的最大特征根幅值小于 1 的最大的 p 值来选取 h .最后分析了延时传输时模型误差对最大通讯间隔的影响,指出模型越精确,保证系统稳定的最大通讯间隔值越大,网络使用率也相应地提高.需要指出的是,本文的结论是在采用状态反馈控制律的基础上得出的,对于采用输出反馈控制律时系统的稳定性判据可由此推出.而对于考虑系统量化因素的影响和系统噪声,以及被控对象为非线性时,如何选取最大通讯间隔,还有待于进一步研究.

参 考 文 献 (References)

- [1] Walsh G C, Ye H. Scheduling of networked control systems [J]. IEEE Control Systems Magazine, 2001, 21(1): 57 ~ 65.
- [2] Raji R S. Smart network for control [J]. IEEE Spectrum, 1994, 31(6): 49 ~ 55.
- [3] Radford D. Spread-spectrum data leap through ac power wiring [J]. IEEE Spectrum, 1996, 33(11): 48 ~ 53.
- [4] Banuch J E F, Cox M J. Remote control and robots: an Internet solution [J]. Computing & Control Engineering Journal, 1996, 7(1): 39 ~ 45.
- [5] Lian F L, Moyné J R, Tilbury D M. Control performance study of a networked machining cell [A]. Proceedings of the American Control Conference [C]. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2000. 2337 ~ 2341.
- [6] Zhang W, Branicky M S, Phillips S M. Stability of networked control systems [J]. IEEE Control Systems Magazine, 2001, 21(1): 84 ~ 99.
- [7] Walsh G C, Ye H, Bushnell L G. Stability analysis of networked control systems [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2002, 10(3): 438 ~ 446.
- [8] Li S B, Wang Z, Sun Y X. Fundamental problems of networked control system from the view of control and scheduling [A]. Proceedings of the 2002 28th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society [C]. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2002. 2503 ~ 2508.
- [9] Branicky M S, Phillips S M, Zhang W. Stability of networked control systems: explicit analysis of delay [A]. Proceedings of the American Control Conference [C]. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2000. 2532 ~ 2537.
- [10] Astrom K J, Wittenmark B. Computer-controlled Systems: Theory and Design (Third Edition) [M]. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1997.
- [11] Berger C S, Peduto D. Robust digital control using multi-rate input sampling [J]. International Journal of Control, 1997, 67(5): 813 ~ 824.

(下转第 380 页)