文章编号: 1002-0411(2001)01-07-04

广义不确定系统的无脉冲鲁棒性和大范围脉冲鲁棒控制

贾新春　郑南宁
(西安交通大学人工智能与机器人研究所　西安　710049)

摘　要: 本文研究了广义不确定系统在两种参数摄动(结构参数摄动和非结构参数摄动)下的无脉冲鲁棒性问题, 给出了系统无脉冲鲁棒性的充分判据. 在此基础上, 进一步研究了广义不确定系统在结构参数摄动下的大范围脉冲鲁棒控制问题, 在理想系统满足一定条件和系统的结构参数摄动的摄动界任意给定的情况下, 提出了该类控制器的具体设计步骤. 最后, 通过一个例子说明结论的可行性. *

关键词: 广义不确定系统, 无脉冲鲁棒性, 参数摄动, 脉冲鲁棒控制

中图分类号: TP13　　文献标识码: B

IMPULSE-FREE ROBUSTNESS AND WIDE-RANGE IMPULSE ROBUST CONTROL OF GENERALIZED UNCERTAIN SYSTEMS

JIA Xin-chun　ZHENG Nan-ning
(*Institute of Artificial Intelligence and Robots, Xi'an Jiaotong University, Xi'an* 710049)

Abstract: The concept of impulse-free robustness of generalized uncertain systems with structured parameter perturbations and unstructured parameter perturbation is put forward, and some criteria for the impulse-free robustness of generalized uncertain systems are obtained. In addition, the wide-range impulse robust control of generalized uncertain systems with structured parameter perturbations is discussed. And the designed method of the impulse robust controllers for any given parameter bound of structured parameter perturbations are given. At last, an example illustrates the flexibility of the results in this paper.

Keywords: generalized uncertain systems, impulse-free robustness, parameter perturbations, impulse robust control

1　引言(Introduction)

近 20 多年来, 由于工程实际的需要, 鲁棒控制理论一直为国内外控制论界普遍关注的研究方向, 已经在一些领域取得了许多有价值的理论成果[1~10].

关于广义不确定系统的鲁棒控制, 已有一定的理论进展. 文献[2]首先研究了非结构参数摄动下的广义不确定系统的状态反馈式稳定鲁棒控制; 文献[3]也研究同一类广义不确定系统, 所用的控制是非线性状态反馈控制, 闭环系统稳定是在最小范数意义下的; 文献[4]研究了两种不确定型的广义系统在输出反馈下的脉冲鲁棒控制, 而其不确定量的结构是非结构参数摄动、不易操作; 文献[5]研究了广义不确定系统($u\equiv 0$)的稳定鲁棒性; 文献[6]研究了广义不确定系统的两类稳定鲁棒控制: 状态反馈、正常动态补偿器, 并且给出了选取最佳稳定鲁棒控制器的设计方案; 文献[7]研究了广义交联控制大系统的鲁棒稳定性.

众所周知, 广义系统有两个重要概念和两类重要的控制问题, 即稳定性、脉冲性和稳定控制、脉冲控制; 因而, 对广义不确定系统也相应地有稳定鲁棒性、无脉冲鲁棒性和稳定鲁棒控制、脉冲鲁棒控制. 为了广义不确定系统鲁棒控制理论的完善, 在本文中首先提出系统无脉冲鲁棒性的概念, 之后给出相应的一些判据. 在此基础上, 研究了广义不确定系统在结构参数摄动下的大范围脉冲鲁棒控制问题, 并且给出了这类控制器的设计步骤.

本文考虑下述广义不确定系统

$$E\dot{x} = (A + \Delta A)x + Bu, \tag{1}$$

$$y = Cx \tag{2}$$

* 收稿日期: 1999-11-29
基金项目: 国家自然科学基金(69805004 和 69674011)和山西省青年科学基金(991002)资助

其中, $x(t)\in R^n, u(t)\in R^m, y(t)\in R^p$ 分别为系统的状态、控制、输出矢量; E, A, B, C 为相应的常阵, $\mathrm{Rank}(E)=n_1<n$, $(sE-A)$ 为正则矩阵束, ΔA 为系统的不确定量(参数摄动).

为了方便起见, 先规定一些记号和给出有关引理.

设 $V=(v_{ij})_{s\times t}, M=(m_{ij})_{s\times t}, F=(f_{ij})_{s\times s}$.

<1>. $V\leqslant M$ (或 $V<M$) 是指 $v_{ij}\leqslant m_{ij}$ (或 $v_{ij}<m_{ij}$), $i=1,2,\cdots,s$, $j=1,2,\cdots,t$.;

<2>. $|V|_m=(|v_{ij}|_m)_{s\times t}$;

<3>. $\rho(F)$: 矩阵 F 的谱半径;

<4>. $\|M\|_2=\sqrt{\lambda_{\max}(MM^{\mathrm{T}})}$: 矩阵 M 的谱范数.

当 $\Delta A\equiv 0$ 时, 称系统(1)-(2)为理想系统, 即

$$E\dot{x}=Ax+Bu, \tag{3}$$

$$y=Cx. \tag{4}$$

引理 1[8] 系统(3)-(4)无脉冲行为的充要条件是 $\mathrm{degdet}(sE-A)=\mathrm{Rank}(E)$; 系统(3)-(4)脉冲能控(脉冲能观)的充要条件是: 存在 $M\in R^{m\times n}$, 使得 $\mathrm{degdet}(sE-A-BM)=\mathrm{Rank}(E)$ (存在 $G\in R^{n\times p}$, 使得 $\mathrm{degdet}(sE-A-GC)=\mathrm{Rank}(E)$).

引理 2[9] 设矩阵 $X, Y, Z\in R^{n\times n}$, $|X|_m<Z$, 则有

<1>. $|X+Y|_m\leqslant|X|_m+|Y|_m$;

<2>. $|XY|_m\leqslant|X|_m\cdot|Y|_m\leqslant Z\cdot|Y|_m$;

<3>. $\rho(X)\leqslant\rho(|X|_m)\leqslant\rho(Z)$;

<4>. 若 $\rho(|X|_m)<k$, 则有 $(kI_n\pm X)$ 为非奇异阵;

<5>. 若 $\|X\|_2<k$, 则 $(kI_n\pm X)$ 为非奇异阵.

2 广义不确定系统无脉冲鲁棒性(Impulse-free robustness for generalized uncertain systems)

一般地, 广义不确定系统(1)-(2)的参数摄动主要指结构参数摄动与非结构参数摄动[10], 即:

$$U_H^0=\{\Delta A:|\Delta A|_m<rH,\ r>0, H>0\ \text{为定常结构矩阵}\}. \tag{5}$$

$$\text{或: } U_H=\{\Delta A:|\Delta A|_m<\sum_{i=1}^{s}r_iH_i,\ r_i>0, H_i>0\ \text{为定常结构矩阵},\ i=1,2,\cdots,s\}. \tag{5'}$$

$$\text{和}\quad U_\alpha=\{\Delta A:\|\Delta A\|<\alpha, \alpha>0\ \text{为常数}\} \tag{6}$$

其中, r, r_i, $i=1,2,\cdots,s$ 为系统的结构参数摄动界, α 为系统的结构参数摄动界.

定义 1 设广义不确定系统的理想系统(3)-(4)是无脉冲的. 如果对任意给定的 $\Delta A\in U_H^0$ (或 U_H 或 U_α), 系统(1)-(2)均无脉冲, 则称系统(1)-(2)关于参数摄动 U_H^0 (或 U_H 或 U_α) 具有无脉冲鲁棒性.

根据文献[8], 广义不确定系统(1)-(2)受限制等价于:

$$\dot{x}_1=(A_{11}+\Delta A_{11})x_1+(A_{12}+\Delta A_{12})x_2+B_1u \tag{7}$$

$$0=(A_{21}+\Delta A_{21})x_1+(A_{22}+\Delta A_{22})x_2+B_2u \tag{8}$$

$$y=C_1x_1+C_2x_2 \tag{9}$$

其中,

$$x=Q(x_1^{\mathrm{T}},x_2^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}},\ x_1\in R^{n_1}, PB=[B_1^{\mathrm{T}},B_2^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$

$$P=[P_1^{\mathrm{T}},P_2^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},\ Q=[Q_1,Q_2],$$

$$P_1\in R^{n_1\times n},\ Q_1\in R^{n\times n_1},\ P(sE-A-\Delta A)Q=\begin{vmatrix} sI-A_{11}-\Delta A_{11} & -A_{12}-\Delta A_{12} \\ -A_{21}-\Delta A_{21} & -A_{22}-\Delta A_{22}\end{vmatrix}$$

$$PB=[B_1^{\mathrm{T}},B_2^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},\ CQ=[C_1,C_2], A_{ij}=P_iAQ_j,$$

$$\Delta A_{ij}=P_i\Delta AQ_j,\quad i,j=1,2 \tag{10}$$

此时, 理想系统(3)化为:

$$\dot{x}_1=A_{11}x_1+A_{12}x_2+B_1u \tag{11}$$

$$0=A_{21}x_1+A_{22}x_2+B_2u, \tag{12}$$

由文献[8]知, 广义系统(3)无脉冲的充要条件为系统(12)中 A_{22} 是非奇异矩阵. 对 A_{22} 存在非奇异阵 $P_3, Q_3\in R^{(n-n_1)\times(n-n_1)}$ 使得

$$P_3A_{22}Q_3=I_{(n-n_1)}, \tag{13}$$

记 $\overline{P}=\begin{vmatrix} I_{n_1} & 0 \\ 0 & P_3\end{vmatrix}$, $\overline{Q}=Q\begin{vmatrix} I_{n_1} & 0 \\ 0 & Q_3\end{vmatrix}$, 则系统(7)-(8)进一步地受限制等价于

$$\dot{x}_1=(A_{11}+\Delta A_{11})x_1+(\overline{A}_{12}+\Delta\overline{A}_{12})\overline{x}_2, \tag{14}$$

$$0=(\overline{A}_{21}+\Delta\overline{A}_{21})x_1+(I_{n-n_1}+\Delta\overline{A}_{22})\overline{x}_2, \tag{15}$$

这里 $x_2=Q_3\overline{x}_2$, 易知 $\Delta\overline{A}_{22}=P_3P_2\Delta AQ_2Q_3$.

定理 1 设理想系统(3)-(4)无脉冲, 则有:

(1) 当 $r<\dfrac{1}{\rho(|P_3|_m\cdot|P_2|_m\cdot H\cdot|Q_2|_m|Q_3|_m)}$ 时, 广义不确定系统(1)-(2) 关于参数 U_H^0 摄动具有无脉冲鲁棒性;

(2) 当 $\rho(\sum_{i=1}^{s}r_i|P_3|_m\cdot|P_2|_m\cdot H_i\cdot|Q_2|_m\cdot|Q_3|_m)<1$ 时, 广义不确定系统(1)-(2)关于参数摄动 U_H 具

有无脉冲鲁棒性;

(3) 当 $\alpha< \dfrac{1}{\|P_3\|_2\cdot\|P_2\|_2\cdot\|Q_2\|_2\cdot\|Q_3\|_2}$ 时, 广义不确定系统(1)-(2)关于参数摄动 U_α 具有无脉冲鲁棒性.

证明　(1) 由引理 2, 可得: $\rho(\Delta\overline{A}_{22})=\rho(P_3P_2\Delta AQ_2Q_3)\leqslant\rho(|P_3P_2\Delta AQ_2Q_3|_m)\leqslant\rho(|P_3|_m\cdot|P_2|_m\cdot H\cdot|Q_2|_m\cdot|Q_3|_m)<1$, 因此$((I_{n-n_1}+\Delta\overline{A}_{22}))$是非奇异阵, 从而由定义 1 及引理 1 知, 广义不确定系统(14)-(15)也即(1)-(2)关于参数摄动 U_H^0 具有无脉冲鲁棒性;

(2) 证明类同于(1), 略.

(3) 由于$\|\Delta\overline{A}_{22}\|_2=\|P_3P_2\Delta AQ_2Q_3\|_2\leqslant\|P_3\|_2\cdot\|P_2\|_2\cdot\|\Delta A\|_2\cdot\|Q_2\|\cdot\|Q_3\|_2\leqslant\alpha\|P_3\|\cdot\|P_2\|_2\cdot\|Q_2\|\cdot\|Q_3\|_2<1$, 由引理 2 知$(I_{n-n_1}+\Delta\overline{A}_{22})$是非奇异阵, 由定义 1 及引理 1 知广义不确定系统(14)-(15)也即(1)-(2)关于参数摄动 U_α 具有无脉冲鲁棒性.

注 1. 关于参数摄动的其他类型均可化为此二类, 从而广义不确定系统关于各种参数摄动的无脉冲鲁棒性就可统一起来(例如不确定量矩阵为区间矩阵型).

3　广义不确定系统大范围脉冲鲁棒控制 (Wide-range impulse robust control for generalized uncertain systems)

在本节, 我们研究如下鲁棒控制问题

问题　对于广义不确定系统(1)-(2), 如果对任意给定的结构摄动 U_H^0 中的摄动界 r, H (或 U_H 中的摄动界 r_i, H_i), 都有输出反馈 $u=Fy$, 使得闭环不确定系统

$$E\dot{x}=(A+BFC)x \tag{16}$$

关于 U_H^0(或 U_H)具有无脉冲鲁棒性, 则称该输出反馈为广义不确定系统(1)-(2)关于U_H^0(或U_H)的大范围脉冲鲁棒控制器.

定理 2　设广义不确定系统(1)-(2)的不确定量的信息结构为 U_H^0, 且系统(1)-(2)的理想系统(3)-(4)满足:

$$\mathrm{Rank}(E\ B)=\mathrm{Rank}(E^{\mathrm{T}}\ C^{\mathrm{T}})=n \tag{17}$$

则广义不确定系统(1)-(2)关于 U_H^0 存在大范围脉冲鲁棒控制 $u=Fy$.

证明　由条件(19)及变换(10)知 B_2 行满秩, C_2 列满秩. 取如下输出反馈:

$$u=Fy,\ F=fB_2^{\mathrm{T}}(B_2B_2^{\mathrm{T}})^{-1}(C_2^{\mathrm{T}}C_2)^{-1}C_2 \tag{18}$$

$$f>\rho(|A_{22}|_m+r|P_2|_m\cdot H\cdot|Q_2|_m) \tag{19}$$

注意到式(7)-(10), 广义不确定系统(1)-(2)经输出反馈(18)-(19), 闭环不确定系统(16)受限制等价于

$$\dot{x}_1=(A_{11}+\Delta A_{11}+B_1FC_1)x_1+(A_{12}+\Delta A_{12}+B_1FC_2)x_2 \tag{20}$$

$$0=(A_{21}+\Delta A_{21}+B_2FC_1)x_1+(A_{22}+\Delta A_{22}+B_2FC_2)x_2 \tag{21}$$

系统(20)-(21)无脉冲行为的充要条件是$(A_{22}+\Delta A_{22}+B_2FC_2)$对任意的 $\Delta A\in U_H^0$ 均是非奇异的, 下证$(A_{22}+\Delta A_{22}+B_2FC_2)$对任意 $\Delta A\in U_H^0$ 均是非奇异阵.

$$\begin{aligned}\rho(A_{22}+\Delta A_{22})&\leqslant\rho(|A_{22}|_m+|\Delta A_{22}|_m)\\&\leqslant\rho(|A_{22}|_m+|P_2|_m\cdot|\Delta A|_m\cdot|Q_2|_m)\\&\leqslant\rho(|A_{22}|_m+r|P_2|_m\cdot H\cdot|Q_2|_m)<f,\end{aligned}$$

$$A_{22}+\Delta A_{22}+B_2FC_2=(A_{22}+\Delta A_{22})+fI_{n-n_1}$$

由引理 2 知, 对任意 $\Delta A\in U_H^0$, $(A_{22}+\Delta A_{22}+B_2FC_2)$都是非奇异阵, 故反馈(18)-(19)是广义不确定系统(1)-(2)关于 U_H^0 的大范围脉冲鲁棒控制.

定理 3　设广义不确定系统(1)-(2)的不确定量的信息结构为 U_H, 且满足(17), 则系统(1)-(2)有关于 U_H 的大范围脉冲鲁棒控制器(18), 其中

$$f>\rho(|A_{22}|_m+\sum_{i=1}^{S}r_i|P_2|_m\cdot H_i\cdot|Q|_m) \tag{22}$$

证明. 类似于定理 2 的证明过程, 略.

推论　设广义不确定系统(1)-(2)的不确定量的信息结构为 U_H, 若 $\mathrm{Rank}(E,\ A)=n$, 则系统(1)存在关于 U_H 的大范围脉冲鲁棒状态反馈控制器:

$$u=Kx,\ K=sB_2^{\mathrm{T}}(B_2B_2^{\mathrm{T}})^{-1},\ s>\rho(|A_{22}|_m+r|P_2|_m\cdot H\cdot|Q|_m).\ (\text{证略}).$$

注 2. 由上述结论可见, 不论参数结构 U_H^0 中的 r, H (U_H 中的 r_i, H_i)多么大, 但只要事先知道, 我们都可以设计广义不确定系统(1)-(2)关于 U_H^0(或 U_H)的大范围脉冲鲁棒控制器(18)-(19)(或(18),(22)).

下面以定理 2 为例, 给出系统(1)-(2)的关于 U_H^0 的大范围脉冲鲁棒控制器的设计步骤.

系统(1)-(2)的脉冲鲁棒控制器的设计步骤:

(1) 首先判断式(17)是否成立, 若成立, 继续<2>, 否则, 系统(1)-(2)没有大范围脉冲鲁棒控制器;

(2) 根据实际系统的情况, 首先测定广义不确

定系统的不确定量 $\Delta A\in U_H^0(U_H)$ 中的 r, H ($r_i, H_i, i = 1, 2, \cdots, s$);

(3) 对系统(1) - (2)作受限制等价变换(10), 可得矩阵 $P_2, Q_2, A_{22}, B_2, C_2$;

(4) 计算 $\rho(\|A_{22}\|_m + r\|P_2\|_m \cdot H \cdot \|Q_2\|_m)$, 利用(18) - (19)构造系统(1) - (2)的关于 U_H^0 的大范围脉冲鲁棒控制器 $u = Fy$.

4 例子(Example)

考虑下述广义不确定系统

$$\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\\dot{x}_2\\\dot{x}_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&-1&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix} + \Delta A\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}1&0\\1&0\\0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_1\\u_2\end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix}y_1\\y_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0&0&1\\2&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}$$

易知理想系统有脉冲行为, 且满足 $\mathrm{Rank}(E, B) = \mathrm{Rank}(E^T, C^T) = 3$. 假设不确定量具有如下结构 $U_H^0 = \{\Delta A: \|\Delta A\|_m < rH, \}$, 其中 $H = \begin{bmatrix}2&0&1\\0&1&2\\0&2&1\end{bmatrix}$. 易得: $\rho(\|A_{22}\|_m + r\cdot\|P_2\|_m \cdot H \cdot \|Q_2\|_m) \leqslant 1 + 3r$, 从而,

$$F = fB_2^T(B_2B_2^T)^{-1}(C_2^TC_2)^{-1}C_2^T = f\begin{bmatrix}0&1\\1&0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0&f\\f&0\end{bmatrix}$$

因此, 该系统有大范围脉冲鲁棒控制器: $u = Fy = \begin{bmatrix}fy_2\\fy_1\end{bmatrix}$, $f > 1 + 3r$.

5 结束语(Conclusions)

本文提出了广义不确定系统在两类参数摄动(U_H^0 和 U_H)下的无脉冲鲁棒性的概念, 得到了相应的判别条件. 之后, 讨论了广义不确定系统在结构参数摄动(U_H^0 和 U_H)下的大范围脉冲鲁棒控制问题, 并给出了脉冲鲁棒控制器的具体设计步骤. 这里的结构参数摄动和脉冲鲁棒控制器的设计都是容易操作、实现的. 最后, 我们给出一例说明结论的可行性.

参 考 文 献(References)

1 Jyhn-Horng Chou. Stability Robustness of Linear State-space Models with Structured Perturbations. System & Control letters 1990, **15**: 207~210

2 王朝珠, 戴立意, 贾新春. 一类广义不确定系统稳定控制. 控制理论与应用, 1990, **7**(2): 18~25

3 温香彩, 刘永清. 广义不确定系统的稳定化控制器设计, 自动化学报, 1996, **22**(3): 263~269

4 贾新春. 广义系统的两个不确定型的脉冲控制. 自动化学报, 1994, **20**(3): 366~370

5 C H Fang, F R Chang. Analysis of Stability Robustness for Generalized State-space Systems with Structured Perturbation. System & Control Letters, 1993, **21**: 109~114

6 贾新春, 胡桂荣. 广义不确定系统稳定鲁棒控制. 自动化学报, 1999, **25**(4): 548~552

7 张庆灵著. 广义大系统的分散控制与鲁棒控制. 西北工业大学出版社, 1997

8 L Dai. Singular Control Systems. Spring-Verlag, Berlin, Heideberg. 1989

9 J M Ortega. Numerical Analysis. Academic Press, New York, 1972

10 R K Yedavalli. Perturbation Bounds for Robust Stability in Linear State Space Models. International Journal Control, 1985, **42**(6): 1507~1517

作者简介

贾新春(1964-), 在职博士生, 副教授. 研究领域为鲁棒控制, 智能控制, 智能信息处理等领域的研究, 现已在国内外各种重要期刊及会议上发表论文近 20 篇.

郑南宁(1952-), 博士, 中国工程院院士. 研究领域为图象处理, 计算机视觉和模式识别, 智能控制等领域的理论与应用研究, 现已在国内外各种重要期刊及会议发表论文 100 余篇.