文章编号:1002-0411(2005)03-0257-06

基于 TS模型的二型模糊控制器和观测器分析与设计

陈 薇, 孙增圻
(清华大学智能技术与系统国家重点实验室, 北京 100084)

摘 要:主要探讨一种新的系统方法——二型模糊系统在控制上的应用.文章先介绍了二型模糊集合和系统的基本概念和基本方法,然后集中推导 TS模型下规则的输出形式,推广一型系统的特性,从而获得二型模糊控制器和观测器的表达式、稳定性以及其它特性分析方法,并以小车倒立摆仿真验证.最后文章从整体上分析和比较了传统系统、一型模糊系统和二型模糊系统的主要特点和不同点.

关键词:二型模糊系统; TS模糊控制器; TS观测器; 模糊控制
中图分类号: TP301 文献标识码: A

Analysis and Design of Type-2 Fuzzy Controller and Observer Based on TS Model

CHEN Wei, SUN Zeng-qi
(*National Key Laboratory of Intelligent Technology and Systems, Tsinghua University, Beijing* 100084, *China*)

Abstract: This paper addresses the application to controlling of a new system method, type-2 FLS(fuzzy logic system). The basic concept and operations of type-2 fuzzy sets and systems are introduced, the output forms of type-2 FLS rules are deduced based on the TS model, and the analysis and design of the type-2 fuzzy controller and observer are given on the basis of the TS model. The numerical simulation on an inverted pendulum cart is given to confirm the theory. At the end of this paper, the analysis and comparison among the traditional method, type-1 FLS method and type-2 FLS method are discussed.

Keywords: type-2 FLS; TS fuzzy controller; TS fuzzy observer; fuzzy control

1 二型模糊系统简介 (Type-2 FLS overview)

传统模糊方法是对精确数值集合中的元素用隶属度值给予模糊化,这种传统的模糊集合称为一型模糊系统(type-1 fuzzy systems).对于一些不确定程度较高的系统,模糊集合中元素的隶属度值也是模糊的,这种扩展的一般模糊集合称为二型模糊集合(type-2 fuzzy sets).二型模糊集合的论述见文献[1].

基于一型模糊集建立的系统称为一型模糊系统(type-1 FLS),基于二型模糊集的则称为二型模糊系统(type-2 FLS).二型模糊系统是一个新的系统工具,1998年,由南加州大学电子工程系的一个工作小组提出并成功应用在时变信道均化上,效果显著[2~5].在整个过程中,他们初步提出完整的二型模糊系统方法.此后国际上有研究机构将这类方法成功应用于通信、生物、金融等领域.

下面先简单介绍二型模糊集合和系统的基本概念.

定义:如果 $\tilde{A}$是定义域在 X上的二型模糊集, $x \in X$,有:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = f_x(\mu_1)/\mu_1 + f_x(\mu_2)/\mu_2 + \cdots + f_x(\mu_m)/\mu_m \quad \mu_i \in J_x \subseteq [0,1] \tag{1}$$

每个 $\tilde{A}$中的元素的隶属度值本身 $\mu_i \in J_x \subseteq [0,1]$也是一个一型模糊集.域 $\mu_{\tilde{A}}(x)$中的所有元素称为 $\tilde{A}$上的 x的主隶属度值(primary membership),主隶属度值的隶属度值 $f_x(\mu_i)$称为次隶属度值(secondary membership).

二型模糊集合的基本操作是交、并、补,在 Za-

收稿日期: 2004-06-09
基金项目:国家 973计划资助项目(G2002cb312205); 国家自然科学基金资助项目(60174018);国家自然科学基金重大研究计划专项基金资助项目(90205008)

deh的有关文献,应用所谓的"扩展原则"[1],将二型模糊集合的交、并、补定义如下(设$\tilde{A}$和$\tilde{B}$是定义在域X上的二型模糊集合):

交:
$$\tilde{A}\cap'\tilde{B}\Leftrightarrow \mu_{\tilde{A}\cap\tilde{B}}(x)=\mu_{\tilde{A}}(x)\cap\mu_{\tilde{B}}(x)=\int_u\int_w (f_x(u)*g_x(w))/(u*w) \tag{2}$$

并:
$$\tilde{A}\cup'\tilde{B}\Leftrightarrow \mu_{\tilde{A}\cup\tilde{B}}(x)=\mu_{\tilde{A}}(x)\cup\mu_{\tilde{B}}(x)=\int_u\int_w (f_x(u)*g_x(w))/(u\vee w) \tag{3}$$

补:
$$\bar{\tilde{A}}\Leftrightarrow \mu_{\bar{\tilde{A}}}(x)=\neg\mu_{\tilde{A}}(x)=\int_u f(x)(u)/(1-u) \tag{4}$$

其中∩′、∪′、-分别表示二型模糊集合的交、并、补运算,它们的作用对象是二型模糊集合,而∩、∪和¬则是作用在一型模糊集合上的运算 meet、join和negation(国内也有文献把它们也翻成交、并、补,但它们的具体运算已经不同).* 表示某类计算操作,而∨表示取大运算.

在系统模块中使用二型模糊集,这个系统就属于二型模糊系统.典型的二型模糊系统与一型模糊系统构造十分相似,如图 1,一般也包括输入模糊器(fuzzifier)、规则库(rules)、推理引擎(interference)、精确器(defuzzifier),但由于系统操作的对象是二型模糊集合,所以增加了降型器(type-reducer).具体的内容可以参考文献[2]~[5].

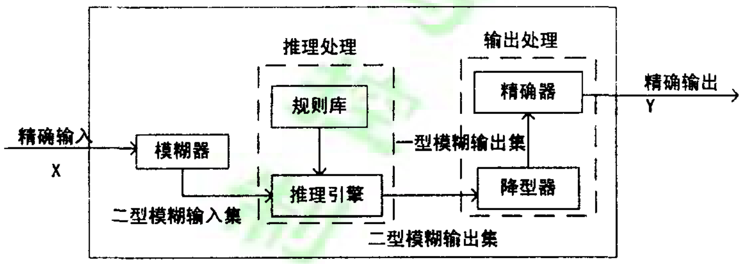

图 1 二型模糊系统框架

Fig. 1 Type-2 FLS frame

2 二型模糊控制器分析和设计(Analysis and design of type-2 fuzzy controller)

对于高不确定性、高复杂性的控制对象和过程,完整和严格的数学模型很难建立,但其中很多可以由多个简单数学模型拟合.TS模型就是用多个简单线性模型来拟合复杂非线性系统的模糊模型.这里就用这样的模型来表达多输入输出系统,它可以是多个可分析的简单线性系统,通过模糊集合、模糊逻辑等模糊系统方法来加以拟合.和传统 TS模糊系统不同的是,这里使用的是二型模糊系统.

设第 l条规则描述的系统为:

$$\text{IF } z_1(t) \text{ is } \tilde{F}_1^l \text{ and } z_2(t) \text{ is } \tilde{F}_2^l \text{ and} \cdots \text{and } z_p(t) \text{ is } \tilde{F}_p^l \text{ THEN } \left|\begin{array}{l}\dot{x}(t)=A_lx(t)+B_lu(t)\\ y(t)=C_lx(t)\end{array}\right. \tag{5}$$

其中 $l=1,2,\cdots,M$, $\tilde{F}_j^l(j=1,2\cdots p)$是二型模糊集,$x\in R^n$是 n维的状态向量,$u\in R^r$是 r维输入向量,$y\in R^m$是 m维的输出向量,$A_l\in R^{n\times n}$,$B_l\in R^{n\times r}$,$C_l\in R^{m\times n}$,$z_1(t)\sim z_p(t)$是系统的 p个可测变量.规则的前件是一个二型模糊集合:$\mu_{\tilde{F}_1^l\times\tilde{F}_2^l\times\cdots\times\tilde{F}_p^l}(z)$,这里$\tilde{F}_1^l\times\tilde{F}_2^l\times\cdots\times\tilde{F}_p^l$是个二型模糊笛卡尔积.如果将$z'=\{z_1',\cdots,z_p'\}$经模糊化得到一个二型模糊集量$\tilde{Z}'$,推理的过程就是输入模糊集和以规则表示的模糊关系进行合成运算.因此,可以得:

$$\mu_{\tilde{Z}'\circ\tilde{F}_1^l\times\tilde{F}_2^l\times\cdots\times\tilde{F}_p^l}(z)=\bigcup_{z\in\tilde{Z}'}[\mu_{\tilde{Z}'}(z)\cap\mu_{\tilde{F}_1^l\times\tilde{F}_2^l\times\cdots\times\tilde{F}_p^l}(z)] \tag{6}$$

如果对 z采用单点模糊化方法,则上式可以化简为:

$$\mu_{\tilde{Z}'\circ\tilde{F}_1^l\times\tilde{F}_2^l\times\cdots\times\tilde{F}_p^l}(z)=\mu_{\tilde{F}_1^l\times\tilde{F}_2^l\times\cdots\times\tilde{F}_p^l}(z)=\mu_{\tilde{F}_1^l}(z_1)\cap\cdots\cap\mu_{\tilde{F}_p^l}(z_p)=\bigcap_{i=1}^{p}\mu_{\tilde{F}_i^l}(z) \tag{7}$$

这时输出的模糊关系是个二型模糊集,不妨设为$\tilde{W}^l$,则降型可表示为:

$$\tilde{Y}(\tilde{W}^1, \cdots, \tilde{W}^M) = \int_{w^1} \cdots \int_{w^M} \Gamma_{l=1}^{M} \mu_{\tilde{W}^l}(w^l) \Big/ \frac{\sum_{l=1}^{M} w^l y^l}{\sum_{l=1}^{M} w^l} \qquad \Gamma_{l=1}^{M} \mu_l = \mu_1 * \mu_2 * \cdots * \mu_M \tag{8}$$

输出是一个一型模糊集.然后再按照一般的方法精确化.将式(5)的后件代入式(8)可以得:

$$\dot{\tilde{X}}(\tilde{W}^1, \cdots, \tilde{W}^M) = \int_{w^1} \cdots \int_{w^M} \Gamma_{l=1}^{M} \mu_{\tilde{W}^l}(w^l) \Big/ \frac{\sum_{l=1}^{M} w^l (A_l x + B_l u)}{\sum_{l=1}^{M} w^l} \tag{9}$$

$$\tilde{Y}(\tilde{W}^1, \cdots, \tilde{W}^M) = \int_{w^1} \cdots \int_{w^M} \Gamma_{l=1}^{M} \mu_{\tilde{W}^l}(w^l) \Big/ \frac{\sum_{l=1}^{M} w^l C_l x}{\sum_{l=1}^{M} w^l} \tag{10}$$

为了便于实现,通常将 w^l 离散为 N_l 个值,则降型输出集合有 $N = \prod_{l=1}^{M} N_l$ 个元素,式(9)可化为:

$$\dot{\tilde{X}}(\tilde{W}^1, \cdots, \tilde{W}^M) = \sum_{j=1}^{N} \frac{w_j}{\sum_{l=1}^{M} w_{jl}(A_l x + B_l u)} \qquad \left(\sum_{l=1}^{M} w_{jl} = 1,\ w_j = \Gamma_{l=1}^{M} \mu_{\tilde{W}^l}(w^l)\right) \tag{11}$$

精确化为:

$$\dot{x} = \frac{\sum_{j=1}^{N} w_j \sum_{l=1}^{M} w_{jl}(A_l x + B_l u)}{\sum_{j=1}^{N} w_j \sum_{l=1}^{M} w_{jl}} = \frac{\sum_{j=1}^{N} \sum_{l=1}^{M} w_j w_{jl}(A_l x + B_l u)}{\sum_{j=1}^{N} \sum_{l=1}^{M} w_j w_{jl}} = \frac{\sum_{d=1}^{NM} w_d (A_d x + B_d u)}{\sum_{d=1}^{NM} w_d} \tag{12}$$

同理可得:$y = \dfrac{\sum_{d=1}^{NM} w_d C_d x}{\sum_{d=1}^{NM} w_d}$ (13)

其中 $w_d = w_j w_{jl}$ 且 $d = 1, \cdots, NM;\ j = 1, \cdots, N;\ l = 1, \cdots, M;$ 当 $l = \mathrm{mod}(d, M) + 1$ 时,$A_d(B_d, C_d) = A_l(B_l, C_l)$.

系统的输出形式与一型模糊系统是相似的,根据文献[6]的证明,可知若系统满足可控和可观的条件,则系统满足分离原则,即是控制器和观测器分离的设计.下面给出相应的二型模糊系统的定义和定理.

定义 1 如果系数矩阵对 (A_l, B_l), $l = 1, \cdots, M$,表示的系统是可控的,则系统规则库所表示的二型模糊系统是局部可控的.

二型模糊控制器可以表达为规则 l:

IF $z_1(t)$ is $\tilde{F}_1^l$ and $z_2(t)$ is $\tilde{F}_2^l$ and… and $z_p(t)$ is $\tilde{F}_p^l$ THEN $u(t) = -K_l x(t)$ (14)

控制矩阵 K_l 可以由极点配置或最优控制等方法得到.

定理 1 如果存在一个正定矩阵 P_1 满足:

$$(A_l - B_l K_l)^{\mathrm{T}} P_1 + P_1 (A_l - B_l K_l) < 0 \quad (l = 1, \cdots, M) \tag{15}$$

且

$$\left(\frac{A_l - B_l K_m + A_m - B_m K_l}{2}\right)^{\mathrm{T}} P_1 + P_1 \left(\frac{A_l - B_l K_m + A_m - B_m K_l}{2}\right) < 0 \quad (l < m \leqslant M) \tag{16}$$

则系统是渐近稳定的. P_1 可以由 LMI(线性矩阵不等式)方法求得.另外,此条件是充分条件而非充要条件.定理的详述和证明见文献[6].

3 二型模糊观测器分析和设计(Analysis and design of type-2 fuzzy observer)

在实际应用中,不是所有的状态都是完全可测的,所以为了实现控制,观测器是必要的.在二型模糊系统下设计和实现观测器与一型相似,对系统方程的分析如控制器设计部分.同样,一型模糊系统观测器定理可适用于二型系统.

设二型模糊系统方程描述如式(5),则:

定义 2 如果系数矩阵对 (A_l, C_l), $l = 1, \cdots, M$,表示的系统可观,则系统规则库表示的二型模糊系统是局部可观的.

二型模糊系统观测器可以表达为规则 l:

$$\text{IF } z_1(t) \text{ is } \tilde{F}_1^l \text{ and } z_2(t) \text{ is } \tilde{F}_2^l \text{ and } \cdots \text{ and } z_p(t) \text{ is } \tilde{F}_p^l \quad \text{THEN} \left| \begin{array}{l} \dot{\hat{x}}(t) = A_l \hat{x}(t) + B_l u(t) + G_l[y(t) - \hat{y}(t)] \\ \hat{y}(t) = C_l \hat{x}(t) \end{array} \right. \tag{17}$$

观测矩阵 G_l可以由极点配置等方法得到.

定理 **2** 如果存在一个正定矩阵 P_2满足:

$$(A_l - G_l C_l)^{\mathrm{T}} P_2 + P_2 (A_l - G_l C_l) < 0 \qquad (l = 1, \cdots, M) \tag{18}$$

且

$$\left(\frac{A_l - G_l C_m + A_m - G_m C_l}{2}\right)^{\mathrm{T}} P_2 + P_2 \left(\frac{A_l - G_l C_m + A_m - G_m C_l}{2}\right) < 0 \qquad (l < m \leqslant M) \tag{19}$$

则系统是渐近稳定的. P_2可以由 LMI方法求得.另外此条件是充分条件而非充要条件.定理的详述和证明见文献[6].

4 离散条件下的分析与设计(**Analysis and design for discrete-time case**)

离散的 TS二型模糊动态系统可以用 IF-THEN规则库来表示,不妨设存在如下二型模糊系统,其第 l条规则为:

$$\text{IF } z_1(t) \text{ is } \tilde{F}_1^l \text{ and } z_2(t) \text{ is } \tilde{F}_2^l \text{ and } \cdots \text{and } z_p(t) \text{ is } \tilde{F}_p^l \quad \text{THEN} \left| \begin{array}{l} x(k+1) = A_l^d x(k) + B_l^d u(k) \\ y(k) = C_l^d x(k) \end{array} \right. \quad l = 1, 2, \cdots, M \tag{20}$$

按照第 2节的计算方法,不妨设系统用单点模糊,输入向量 z'经过推理、降型和精确化,系统输出表示为:

$$x(k+1) = \frac{\sum_{j=1}^{N} w_j \sum_{l=1}^{M} w_{jl} (A_l^d x(k) + B_l^d u(k))}{\sum_{j=1}^{N} w_j \sum_{l=1}^{M} w_{jl}} = \frac{\sum_{d=1}^{NM} w_d (A_d^d x(k) + B_d^d u(k))}{\sum_{d=1}^{NM} w_d} \tag{21}$$

$$y(k) = \frac{\sum_{d=1}^{NM} w_d C_d^d x(k)}{\sum_{d=1}^{NM} w_d} \tag{22}$$

其中 $A_d^d(B_d^d, C_d^d) = A_l^d(B_l^d, C_l^d)$,当 $l = \mathrm{mod}(d, M) + 1$.

从输出的形式可以看出,其与一型系统的输出也是类似的,根据文献[6]可以将相关定理改写如下.根据分离原则,我们可将控制器和观测器分开设计.

设二型模糊离散系统方程描述如式(20),则:

定义 **3** 如果系数矩阵对(A_l^d, B_l^d), $l=1, \cdots, M$,表达的离散系统是可控的,则系统规则库所示的二型模糊离散系统是局部可控的.

定义 **4** 如果系数矩阵对$(A_l^d, C_l^d,)$, $l=1, . \cdots, M$,表达的离散系统可观,则系统规则库表示的二型模糊离散系统是局部可观的.

根据系统(18)模糊控制器和模糊观测器的规则库可分别表示如下:

控制器规则 l:

$$\text{IF } z_1(t) \text{ is } \tilde{F}_1^l \text{ and } z_2(t) \text{ is } \tilde{F}_2^l \text{ and } \cdots \text{and } z_p(t) \text{ is } \tilde{F}_p^l \quad \text{THEN } u(k) = -K_l^d x(k) \tag{23}$$

定理 **3** 如果存在一个正定矩阵 P_1满足:

$$(A_l^d - B_l^d K_l)^{\mathrm{T}} P_1 + P_1 (A_l^d - B_l^d K_l^d) < 0 \quad (l = 1, \cdots, M) \tag{24}$$

且

$$\left(\frac{A_l^d - B_l^d K_m^d + A_m^d - B_m^d K_l^d}{2}\right)^{\mathrm{T}} P_1 + P_1 \left(\frac{A_l^d - B_l^d K_m^d + A_m^d - B_m^d K_l^d}{2}\right) < 0 \ (l < m \leqslant M) \tag{25}$$

则系统是渐近稳定的, P_1可以由 LMI方法求得.

观测器规则 l:

$$\text{IF } z_1(k) \text{ is } \tilde{F}_1^l \text{ and } z_2(t) \text{ is } \tilde{F}_2^l \text{ and } \cdots \text{ and } z_p(t) \text{ is } \tilde{F}_p^l \quad \text{THEN} \left| \begin{array}{l} \hat{x}(k+1) = A_l^d \hat{x}(k) + B_l^d u(k) + G_l^d [y(k) - \hat{y}(k)] \\ \hat{y}(k) = C_l^d \hat{x}(k) \end{array} \right. \tag{26}$$

定理 **4**　如果存在一个正定矩阵 P_2 满足:

$$(A_l^d - G_l^d C_l^d)^{\mathrm{T}} P_2 + P_2 (A_l^d - G_l^d C_l^d) < 0 \qquad (l = 1, \cdots, M) \tag{27}$$

且

$$\left(\frac{A_l^d - G_l^d C_m^d + A_m^d - G_m^d C_l^d}{2}\right)^{\mathrm{T}} P_2 + P_2 \left(\frac{A_l^d - G_l^d C_m^d + A_m^d - G_m^d C_l^d}{2}\right) < 0 \qquad (l < m \leqslant M) \tag{28}$$

则系统是渐近稳定的. P_2 可以由 LMI方法求得.以上两个定理都是充分非必要条件.控制矩阵 K_l^d 和观测矩阵 G_l^d ($l = 1, \cdots, M$)的求法可以参见文[7]、[8].

5　仿真结果 (Simulation result)

本文选用倒立摆小车作为仿真的例子.小车的模型由两条规则模糊拟合,即分别是 0°和 ±60°时系统的线性化系.系统输入为倒立摆与垂直方向的初始偏角,系统输出是施加在小车上的控制力,状态向量分别是:[偏角,偏角速度,位移,速度],位移为离原位置的偏差,所有量都为国际标准单位.规则的前件选择区间二型模糊集,即模糊集主隶属度值为次隶属度值恒为 1的区间,主隶属度函数选用三角函数.图 2、3分别是初始偏角为 20°、60°时仿真结果.

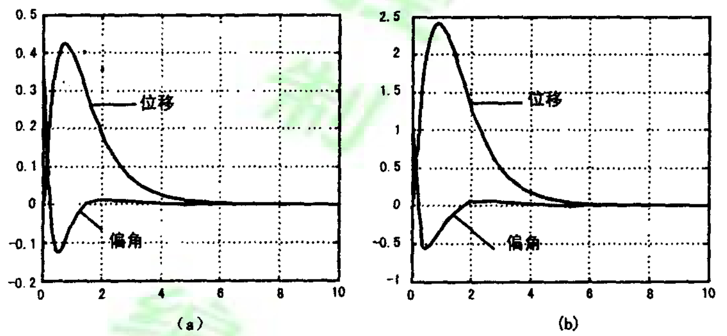

图 2　初始偏角分别为 20°(a)和 60°(b)时实验系统状态变量位移和偏角

Fig. 2　Displacement and angle for the cases of initial angles are 20°(a) and 60°(b)

注:图 2中横坐标为系统运行时间(s);纵坐标分别为仿真系统位移(m)和偏角(rad).

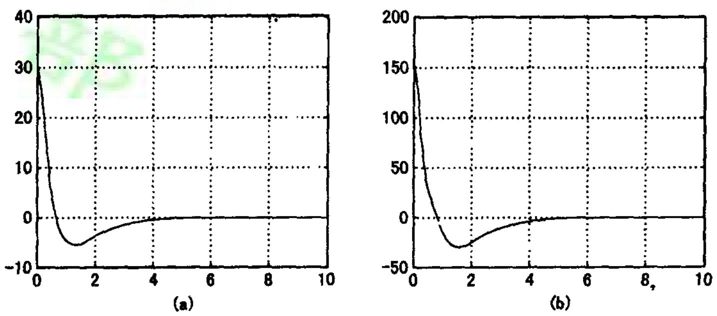

图 3　初始偏角分别为 20°(a)和 60°(b)时实验系统输出

Fig. 3　Output for the cases of initial angles are 20°(a) and 60°(b)

注:图 3横坐标为系统运行时间 (s),纵坐标是系统输出(N).

6　分析与总结 (Analysis and conclusion)

复杂和高不确定性系统的处理方式就是将此系统化简为某些条件下的简单系统,再按照简单系统的处理方法,逐一处理.模糊在这里的作用相当于一个平滑的作用,即通过权值调节,用多个简单系统拟合原系统.而简单系统,特别是线性控制系统的研究

已经相当成熟,因此利用已经熟悉的理论和方法,并使用模糊的系统方法,我们可以对更复杂更不确定的系统进行辨识、分析和相应的操作控制.

图 4是几种系统方法的图示.图 4(a)是传统方法,它要求对对象有严格表述,然后再根据这些确定知识进行操作.图 4(b)是一型模糊系统方法,根据专家经验或其它方法将系统化简为若干简单系统.一型 TS模糊控制系统中,系统多化为若干个线性系统,然后根据分离原则,为每个线性系统分别设计控制器和观测器,并可讨论研究此一型模糊控制系统的特性.虽然从精确化表达式上象线性组合,但权值的获得由输入动态决定,所以这个系统是动态地由某些简单系统线性组合的,而不是简单的线性构成,这样的形式更加接近被拟合的系统,以获得较好的非线性和动态性能.图 4(c)是二型 TS模糊系统方法,处理方式与一型相似,主要差别是简单系统拟合成复合系统的方式.在一型系统中,简单系统复合的权值直接由输入影响最后输出比重,即规则的前件传递给后件.二型模糊系统的复合经过两步,首先利用前件中的主隶属度值组合成所有可能的简单复合系统集合,再根据其上的次隶属度值得到最后系统输出.所以二型模糊系统用较少的规则,考虑了较多的复合系统,从而加强对原系统的非线性和动态性能很好拟合.

图4 传统系统、一型模糊系统和二型模糊系统

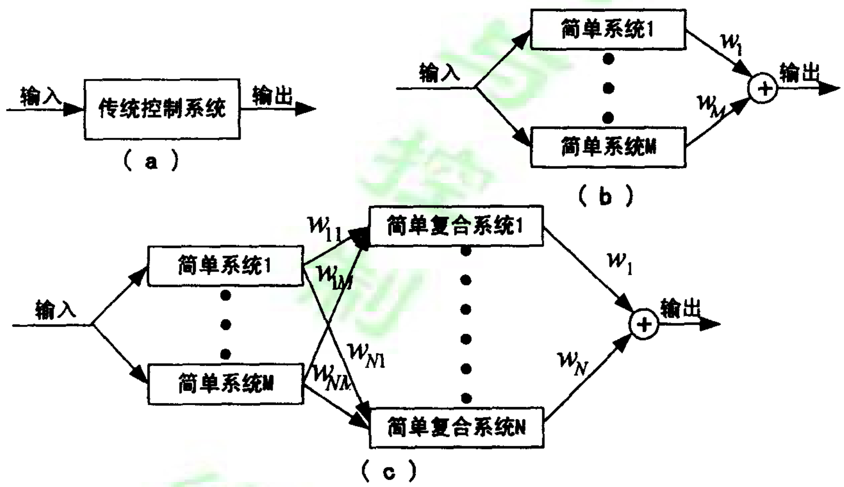

Fig. 4 Traditional control systems, type-1 FLS and type-2 FLS

本文将二型模糊系统与已经证明和应用的一型 TS模糊系统的特性联系起来,给出基于 TS模型的二型模糊控制器和观测器的分析设计方法.由于二型模糊系统方法是比较新的概念,文章主要是将二型的概念和一型的方法进行延伸,随着对这个系统方法的深入研究,对二型系统将有更深入的了解,二型模糊系统将会有更广阔的应用前景.

参 考 文 献 (References)

[1] Zadeh L A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning [J]. Information Sciences, 1975, 8(3): 199 ~ 249.

[2] Karnik N N, Mendel J M. Operation on type-2 fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2001, 122(2): 327 ~ 348.

[3] Karnik N N, Mendel J M. Introduction to type-2 fuzzy logic systems [A]. Proceedings of 1998 IEEE International Conference on Fuzzy Systems [C]. New York, NY, USA: IEEE. 915 ~ 920.

[4] Karnik N N, Mendel J M. Type-2 fuzzy logic systems: type-reduction [A]. Proceedings of 1998 International Conference on Systems, Man, and Cybernetics [C]. New York, NY, USA: IEEE, 1998. 2046 ~ 2051.

[5] Karnik N N, Mendel J M, Liang Q. Type-2 fuzzy logic systems [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 1999, 7(6): 643 ~ 657.

[6] Ma X J, Sun Z Q, He Y Y. Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 1998, 6(1): 41 ~ 51.

[7] 孙增圻. 计算机控制理论及其应用 [M]. 北京:清华大学出版社, 1989.

[8] 孙增圻. 系统分析与控制 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1994.

作者简介

陈 薇 (1979 -),女,硕士研究生.研究领域为智能控制,模糊系统,二型模糊系统应用.

孙增圻 (1943 -),男,教授,博士生导师.研究领域为智能控制及机器人.