

文章编号: 1002-0411(2002)03-256-04

基于滑模产生条件的模糊滑模控制及其稳定性分析

傅 春 谢剑英

(上海交通大学自动化系 上海 200030)

摘 要: 通过将表示滑模运动特征的代数值作为模糊系统的一维输入, 本文简化了模糊滑模控制的系统结构, 从根本上消除了规则的组合爆炸, 并针对一类特定系统进行了稳定性分析. PM 同步电机位置伺服控制的仿真表明了这种控制算法的有效性和简便性.*

关键词: 模糊滑模控制; 滑模产生条件; 同步电机

中图分类号: TP13

文献标识码: A

FUZZY SLIDING MODE CONTROL BASED ON SLIDING MODE CONDITION AND STABILITY ANALYSIS

FU Chun XIE Jian-ying

(Department of Automation of Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

Abstract: By taking a variable representing the characteristics of the sliding mode as the solitary input to the fuzzy system, this paper simplifies the structure of the fuzzy sliding mode control system, eliminates the combination explosion of rules, and investigates the stability for a class of special systems. The simulation of position servo control of a synchronous motor indicates the method's effectivity and simplicity.

Keywords: fuzzy sliding mode control, sliding mode condition, synchronous motors

1 引言 (Introduction)

90 年代以来, 模糊逻辑和滑模控制的相互结合得到了很多研究和应用, 其中一个重要的方面就是具有启发式特征的模糊滑模控制 (Fuzzy Sliding Mode Control, FSMC)^[1,2,3]. 其基本思想和方法是, 针对确切模型未知的受控对象, 首先按滑模控制的方法定义滑模函数 s , 用实时的 s 值及其变化 \dot{s} 代替一般模糊控制中的跟踪误差 e 及其变化 \dot{e} , 控制器输出控制量的变化 Δu . FSMC 结合了模糊控制具有的不需对象模型的优点和滑模控制具有的鲁棒性等优点, 控制器直接输出 Δu 而不是 u 也有助于避免常规滑模控制中的抖振. FSMC 的第二个优势是, 对于阶数大于 2 的高阶系统, 在理想结构的模糊控制器中, 输入应为系统的状态变量, 其维数大于 2, 而在 FSMC 中, 模糊系统的输入总是两个, 即 (s, \dot{s}) , 因而对高阶系统而言, FSMC 具有降低模糊控制系统结构复杂性的作用. 然而对于普遍存在的二阶系统, FSMC 在降低模糊控制器结构复杂性方面已无优势, 在这种情况下, 对 FSMC 的基本结构进行改进

势属必然. 文献[4]运用了模糊并推理 (Fuzzy Union Reasoning) 方法, 将“AND”连接的双前件规则分解成单独以 s 或 \dot{s} 为输入的单前件规则; [5]则在建立 FSMC 的基础上, 将比例化的 s 和 \dot{s} 通过加法运算融合成一个新的变量 s' 使输入降为一维. 本文将基于滑模产生条件, 将表征滑模运动特征的数值作为模糊系统的一维输入从而得到具有最少规则的 FSMC. 不仅如此, 作为在 FSMC 中进行稳定性分析的尝试, 本文还将就新方法应用于一类特定系统时的滑模稳定性问题得出一个重要结论.

2 滑模控制与滑模产生条件 (Sliding mode control and sliding mode condition)

考察 n 阶的 SISO 非线性系统

$$\begin{aligned} \dot{x}^{(n)}(t) = & f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)} + g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) \cdot \\ & u(t) + d(t) \end{aligned} \quad (1)$$

$X = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T$ 为状态变量, 设其约束域为 $\Omega_x, X \in \Omega_x$. $f(x)$ 为未知的有界函数, $g(X)$ 为未知有界的控制增益函数, 不失一般性, 设 $g(X)$ 非零且

* 收稿日期: 2001-02-21

不变号, $u(t) \in R$ 为控制输入, $d(t)$ 为外界扰动. 设被跟踪信号为 x_d , 记 $X_d = [x_d, \dot{x}_d, \dots, x_d^{(n-1)}]^T$, X 、 X_d 及 $x_d^{(n)}$ 可测. 控制目标为 X 实时跟踪 X_d .

定义跟踪误差为

$$e = x - x_d$$

在滑模控制中定义滑模函数为

$$s = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} e \triangleq \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i-1)} + e^{(n-1)} \quad (3)$$

其中 $\lambda > 0$. 可知 s 含关于 $\frac{d}{dt}$ 的 Hurwitz 多项式, 只要设计控制律使系统运动到滑动面 $s = 0$ 并保持在其上滑动, 则有 $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{(i)}(t) = 0 (i = 0, 1, 2, \dots, n-1)$, X 能跟踪 X_d . 将(3)对时间微分, 有

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + e^{(n)} = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + \\ & f(X) + g(X) \cdot u + d(t) - x_d^{(n)} \end{aligned} \quad (4)$$

当系统状态尚不在滑动面 $s = 0$ 上时, 基本滑模产生条件为

$$\dot{s} < 0 \quad (5)$$

即 \dot{s} 与 s 反号. 不仅如此, 有时为了把握系统抵达滑动面的快慢, 还可以确定与 s 和正常数 γ 相关的指定滑模产生条件为

$$\dot{s} \leq -\gamma s^2 \quad (6)$$

显然当 $s \neq 0$ 时, 满足(6)必定满足(5), 而相反未必成立. 由(6)可得

$$\frac{\dot{s}}{s} \leq -\gamma \quad (7)$$

于是可由 \dot{s} 与 s 的比值确定系统运动是否满足指定滑模产生条件.

3 基于滑模产生条件的模糊滑模控制 (Fuzzy sliding mode control based on sliding mode condition)

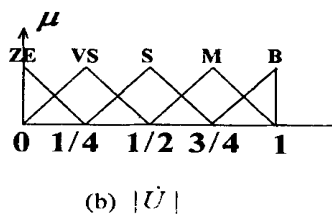
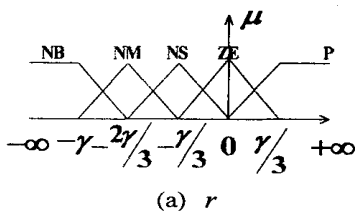


图1 输入输出变量论域上的模糊集

Fig.1 Fuzzy sets on input and output variables' domain

如果图1和表1决定 $|\dot{u}| = FLC(r)$, 则若确定输出比例因子为 $G_{|u|}$, 得控制量变化率为

$$\dot{u} = -\text{sgn}(s) \cdot FLC(r \cdot G_{|u|}) \quad (8)$$

现在研究如何基于 $r = \frac{\dot{s}}{s}$ 构造模糊滑模控制系统, 为此作如下分析:

(a) 当 $r \leq -\gamma$ 时, 系统运动满足(6), 这说明当前控制输入 u 满足指定滑模产生条件, 此时的控制策略为 u 不变. 令 \dot{u} 表示控制量的变化率, 应有 $\dot{u} = 0$.

(b) 当 $r > 0$ 时, \dot{s} 与 s 同号, 系统运动背离滑动面, 这说明当前控制输入 u 连基本滑模产生条件都不能满足, 此时控制量需要一个很大的改变. \dot{u} 的具体符号则与 s 和 $g(X)$ 有关. 不失一般性, 设 $g(X) > 0$, 当 $s > 0$ 时, 应有 $\dot{u} < 0$; 当 $s < 0$ 时, 应有 $\dot{u} > 0$.

(c) 当 $r = 0$ 时, $\dot{s} = 0$, 滑模产生运动停滞. 这说明当前控制输入也不能满足基本滑模产生条件, 控制量需要较大的改变, 关于 \dot{u} 的符号分析与(b)相同.

(d) 当 $-\gamma < r < 0$ 时, 系统向滑动面运动, 这说明当前控制输入 u 能满足基本滑模产生条件但不满足指定滑模产生条件, 若要满足后者, 控制量需要一个适当的改变, \dot{u} 的符号分析同(b)(c).

根据以上分析, 我们设计一个模糊系统, 该模糊系统以 r 为输入, 以控制量变化率绝对值 $|\dot{u}|$ 为输出. 根据分析, 将 $|\dot{u}|$ 乘以 $-\text{sgn}(s)$ 即得到真实的控制量变化率.

估计 r 的论域为 $U_r = (-\infty, +\infty)$, 在其上形成 5 个模糊子集, 负大(NB)、负中(NM)、负小(NS)、零(ZE)、正(P), 其隶属函数如图1(a)所示, γ 即为预先指定的滑模产生条件参数. 在标准输出 $|\dot{u}|$ 的论域 $[0, 1]$ 上亦形成 5 个模糊子集, 其隶属函数如图1(b)所示. 在此基础上形成如表1所示的针对 $g(X) > 0$ 的模糊滑模控制规则.

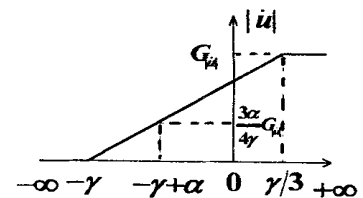


图2 模糊系统输入输出关系

Fig.2 Relation between the output and the input of the fuzzy system

(8)中除 $G_{|u|}$ 外, 其余皆为时间量. 若规定控制器初始输出为零, 则针对 $g(X) > 0$ 的控制律为

$$\begin{cases}
 u(t) = \int_0^t \dot{u}(\tau) dt \\
 \dot{u}(\tau) = -\operatorname{sgn}(s(\tau)) \cdot FLC\left[\frac{\dot{s}(\tau)}{s(\tau)}\right] \cdot G_{|u|} \\
 \text{if } s(\tau) \neq 0 \\
 \dot{u}(\tau) = 0 \quad \text{if } s(\tau) = 0
 \end{cases} \quad (9)$$

表 1 模糊滑模控制规则

r	NB	NM	NS	ZE	P
u	ZE	VS	S	M	B

4 关于稳定性的一个结论 (A conclusion about the stability)

一般很难就完全启发式的模糊滑模控制进行稳定性分析,若强化关于系统(1)的条件,则可尝试进行本文方法的稳定性分析,下面提出一个关于滑模稳定性的重要结论。

定理 当系统(1)和模糊滑模控制器(9)满足下列条件时,对任一初始时刻 $t=0$ 时 $s \neq 0$ 且 $s \dot{s} \geq 0$, 必 $\exists G_{|u|} \in R^+$ 使模糊滑模控制器(9)在有限时间后将系统转为滑模产生条件 $s \dot{s} < 0$ 并保持之。(1)控制增益为正常数,即对 $\forall X \in \Omega_x$ 有 $g(X) = g_c > 0$ 。(2)所有变量及其变化率有界。(3)模糊系统的推理方法为单点模糊化和中心平均去模糊化。

证明 先针对 $t=0$ 时 $s(0) > 0$ 且 $\dot{s}(0) \geq 0$ 的情形。根据(4),两边对时间微分得

$$\begin{aligned}
 \dot{s} &= \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i+1)} + df(X)/dt + g_c \cdot \dot{u} + \dot{d}(t) - \\
 x_d^{(n+1)} &= \sum_{i=1}^{n-2} c_i e^{(i+1)} + c_{n-1} f(X) + df(X)/dt + \\
 &\quad c_{n-1} \dot{d}(t) + \dot{d}(t) - c_{n-1} x_d^{(n)} - x_d^{(n+1)} + \\
 &\quad c_{n-1} g_c u + g_c \cdot \dot{u} \quad (10)
 \end{aligned}$$

令 $A = \sum_{i=1}^{n-2} c_i e^{(i+1)} + c_{n-1} f(X) + df(X)/dt + c_{n-1} \dot{d}(t) + \dot{d}(t) - c_{n-1} x_d^{(n)} - x_d^{(n+1)}$, (10) 写成

$$\dot{s} = A + c_{n-1} g_c u + g_c \dot{u}$$

当模糊系统采用单点模糊化以及中心平均去模糊化时,模糊系统输入输出关系如图 2 所示。对于 $\forall \alpha \in [0, \gamma]$, 从图 2 及(9)可知,当 $s > 0$ 且 $\frac{\dot{s}}{s} \geq -\gamma + \alpha$

时有 $\dot{u} \leq -\frac{3\alpha}{4\gamma} G_{|u|} < 0$ 。因 $u(0) = 0$, 于是 $u(t) = \int_0^t \dot{u}(\tau) d\tau < 0$ 。另外,所有变量及其变化率有界,所

以 A 有界, $\exists A_L, A_U$ 使 $A_L \leq A \leq A_U$, 所以有

$$\dot{s} < A_U - \frac{3\alpha}{4\gamma} g_c G_{|u|}$$

令

$$G_1 = \frac{4\gamma}{3\alpha g_c} (A_U + K) \quad (K > 0) \quad (11)$$

取 $G_{|u|} = G_1$, 必能保证当 $s > 0$ 且 $\frac{\dot{s}}{s} \geq -\gamma + \alpha$ 时总有 $\dot{s} < -K$ 。首先对 $\frac{\dot{s}}{s} \geq 0$ 是完全成立的,所以 $\exists t' < \frac{s(0)}{K}$, 当 $t > t'$ 后 \dot{s} 为负。在 \dot{s} 为负之前系统保持 $s > 0$, 所以一旦 \dot{s} 转负后滑模产生条件 $s \dot{s} < 0$ 成立,即有限时刻后滑模产生条件成立。不仅如此,由于 $\frac{\dot{s}}{s} \geq -\gamma + \alpha$ 时 $\dot{s} < -K$ 都成立,所以已有 $s \dot{s} < 0$ 但系统尚未到达滑动面即 $s > 0$ 时,只要 $\frac{\dot{s}}{s} \geq -\gamma + \alpha$, s 将继续减小,这使滑模产生条件得到维持。

同样的分析方法可以应用于 $s(0) < 0$ 且 $\dot{s} \leq 0$ 的情形并可得到 $G_{|u|} = G_2$ 使 $\dot{s} > K$, 具体过程从略。输出比例因子的最后取值应为 $G_{|u|} = \max\{G_1, G_2\}$ 。

从(11)可见, α 的取值对 $G_{|u|}$ 有较大影响, α 愈靠近 0, $G_{|u|}$ 愈大,同时滑模运动也就愈能接近指定滑模产生条件。另外,从进一步柔化控制器输出减轻抖振这个目的出发,在实际控制中还可对控制律(9)做进一步变形,也就是将符号函数 $\operatorname{sgn}(s)$ 改为限幅函数 $\operatorname{sat}\left(\frac{s}{\varphi}\right) (\varphi > 0)$ 。

5 仿真算例 (Simulation)

在控制仿真中研究永磁同步电机的位置伺服控制问题。当采用基于磁场定向的建模和控制时,电磁力矩 T_e 可写成

$$T_e = K_t i_q^* \quad (12)$$

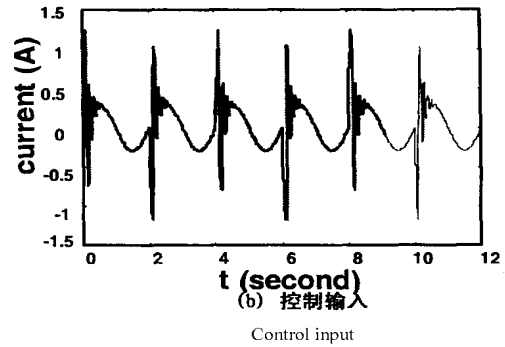
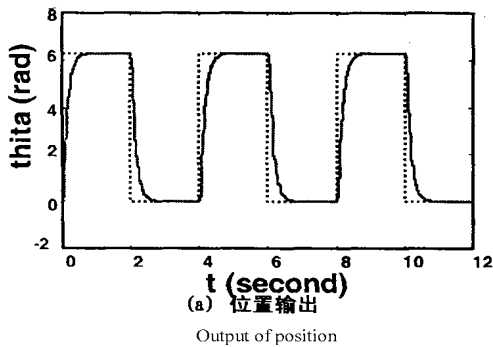
其中 $K_t = \frac{3}{2} P L_{md} I_{fd}$ 为电磁力矩常数。因为对给定的 PM 同步电机,极对数 P 、 d -轴互感 L_{md} 和等价 d -轴励磁电流 I_{fd} 一定,所以 K_t 为常数, T_e 完全由转矩电流指令 i_q^* 决定,故以 i_q^* 为控制输入。若转子加负载体的转动惯量为 J , 转矩负载为 T_L , 转动阻尼系数为 B , 转子位置输出为 θ , 则系统动力学方程可写成

$$J \ddot{\theta} = K_t i_q^* - B \dot{\theta} - T_L \quad (13)$$

仿真中的被跟踪信号分别为周期 4.0s 幅值 2.0π 的方波信号 θ_d^* 和正弦波信号 $\theta_d^*(t) = \pi s \sin \pi t$ 。 K_t 、 J 和 B 取值为 $K_t = 0.6732 \text{ Nm/A}$, $J = 1.32 \times 10^{-3}$

kgm², B = 5.78 × 10⁻³ Nm s/rad, 时变负载转矩 T_L = 0.2 sin πt Nm, 所有这些参数对控制器都是未知

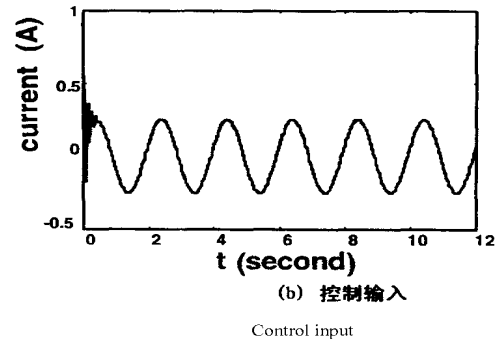
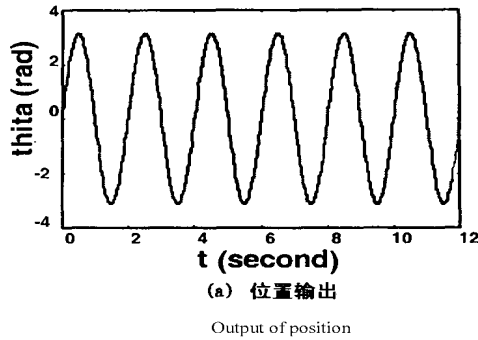
的. 取 s = e + 8e, γ = 5, G_{1d} = 100.0, Q = 10.0, 仿真周期 0.005s. 图 3、4 为仿真结果.



(a) 位置输出 (b) 控制输入

图 3 跟踪信号 θ_d θ_d: ---- θ: ——

Fig. 3 Track the signal, θ_d θ_d: ---- θ: ——



(a) 位置输出 (b) 控制输入

图 4 跟踪 θ_d θ_d: ---- θ: ——

Fig. 4 Track the signal, θ_d θ_d: ---- θ: ——

6 结论(Conclusion)

本文将表示滑模运动特征的代数值作为 FSMC 的一维输入, 只用 5 条规则就实现了模糊滑模控制, 控制系统的结构得以简化. PM 同步电机位置伺服控制的仿真结果表明了本方法的有效性和简便性. 另一方面, 关于这一方法有继续研究的必要, 如控制输入在动态过程中发生振荡(不是抖振)的原因, 以及如何将这种 PI 型控制器和 PD 型控制器集成起来以进一步加快跟踪阶跃信号时的动态响应. 最后, 本文关于方法稳定性的分析是针对特定系统而言, 在将启发式模糊滑模控制应用到一般系统时其稳定性分析仍然是一个重要的理论问题.

参 考 文 献 (References)

- 1 Hwang G C, Cheng S. A Stability Approach to Control Design for Nonlinear Systems, Fuzzy Sets and Systems, 1992, 48(3): 279~ 287

- 2 Lin F J, Fung R F et al. Sliding Mode and Fuzzy Control of Toggle Mechanism Using PM Synchronous Servomotor Drive. IEE Proc. Control Theory Application, 1997, 144(5): 393~ 402
- 3 吴 捷, 钱 来, 杨金明. 感应电动机锁相及模糊滑模控制. 控制理论与应用, 2000, 17(2): 198~ 203
- 4 Kung C C, Chen T H. Fuzzy Sliding Mode Controller Design Based on Fuzzy Union Reasoning. Proc. of the IEEE Int. Conf. on Systems, Man and Cybernetics, 3, 1999, 320~ 325
- 5 Kung C C, Lai W C. GA- Based Design of a Region - Wise Fuzzy Sliding Mode Controller. Proc. of IEEE Canadian Conf. on Electrical and Computer Engineering, 1999, 971~ 976

作者简介

傅 春(1973-), 男, 博士生. 研究领域为模糊滑模控制.

谢剑英(1940-), 男, 上海交通大学自动化系教授, 博士生导师, 控制工程与网络技术研究室主任, 全国高校自动控制专业教学指导委员会委员, 中国自动化学会应用专业委员会委员. 研究领域为复杂工业过程智能和优化控制, 计算机网络等.