文章编号: 1002-0411(2001)06-555-03

一种模糊逻辑系统的快速学习算法

邓建军 徐立鸿 吴启迪
(同济大学电气工程系 上海 200092)

摘 要: 本文提出了一种模糊逻辑系统的快速学习算法. 算法要求预先确定各输入变量上模糊集合的数目及分布; 模糊规则前件可以是任意形状的模糊集合, 后件则必须采用单值模糊集合; 模糊推理采用乘积推理; 解模糊方法采用 Tsukamoto 方法. 算法由输入- 输出数据对提取模糊规则. 模糊规则的后件采用最小二乘方法一次计算得出. 本算法对目标对象的逼近精度取决于输入参数上模糊集合的数目, 数目越多, 精度越高. 算法所需计算量小.

关键词: 模糊逻辑系统; 规则学习; 参数学习; 最小二乘法
中图分类号: TP13 文献标识码: B

FAST LEARNING ALGORITHM FOR FUZZY LOGIC SYSTEM

DENG Jian-jun XU Li-hong WU Qi-di
(*Dept. of Electrical Engineering, Tongji University, Shanghai* 200092)

Abstract: In this paper a fast learning algorithm is presented for fuzzy logic system. The number and the distribution of fuzzy sets in input variables must be previously settled. The antecedent part of fuzzy rules could be any form of fuzzy sets and the consequent must be singleton form; Fuzzy inference adopts product method. Defuzzification is Tsukamoto method. Fuzzy rules are obtained from the input-ouput data pairs. The value of fuzzy rule' consequent is calculated just one time by least square method. The precision that it could reach depends on the the number of fuzzy sets in input variables. This algorithms consumes realtively less computing power than other learning algorithms.

Keywords: fuzzy logic system, rule learing, parameter learning, least square method

1 引言(Introduction)

模糊逻辑系统可以作为通用的模糊逼近器以任意精度逼近一个非线性函数已被证明[1,2]. 但是这些证明只是存在性定理, 实际问题要求我们找到一种有效的模糊逻辑系统学习方法, 以确定所需模糊规则个数及参数. 目前常用的参数学习算法是反向传播算法, 但是这种算法容易陷入局部最优, 而且效率低, 需要对参数反复进行学习. 遗传算法是一种有效的全局算法, 但是在优化模糊逻辑系统的问题上, 遗传个体要由所有的模糊逻辑系统参数组成, 而且适应度函数通常是在整个学习样本空间上定义的, 计算量极大, 不实用.

本文提出了一种简便快速的模糊逻辑系统学习方法, 其中模糊规则从输入- 输出数据对进行提取, 参考了文献[3, 4]; 模糊规则的后件采用最小二乘方法进行计算; 方法要求预先设定各输入变量上模糊集合数目及其在输入空间上的分布.

2 算法介绍(Fast Learning Algorithm For Fuzzy Systems)

考虑采用乘积推理、单值模糊产生器和 Tsukamoto[5]模糊消除器, 以及模糊后件为单值模糊集合的多输入单输出模糊逻辑系统, 表示为如下形式:

$$f(x)=\frac{\sum_{l=1}^{M}\overline{y}^{l}\left[\prod_{i=1}^{n}\mu_{F_i}^{l}(x_i)\right]}{\sum_{l=1}^{M}\left[\prod_{i=1}^{n}\mu_{F_i}^{l}(x_i)\right]},\quad x=(x_1,x_2,\cdots,x_n) \tag{1}$$

式中 $\overline{y}^{l}$ 为规则后件所对应的值, M 为模糊规则个数, n 为输入量的个数.

收稿日期: 2001- 02- 15
基金项目: 高等学校骨干教师计划资助项目(教技司[2000]); 上海市曙光计划资助项目(合同号 99068)

算法的学习步骤如下:

1) 确定各输入变量上模糊集合数目及其在输入空间上的分布

将每个输入变量 x_i 的取值范围$[x_i^-, x_i^+]$划分为 F 个区间(不同的变量可选择不同的 F, 且区间的宽度可以相等, 也可以不相等). 每个区间对应一个模糊集合, 可以为任意形状的隶属度函数. 为了计算简便, 通常认为区间宽度相等, 并且隶属函数的形状取为三角形, 区间中点对应于三角形的纵向顶点, 这一顶点上隶属度为 1; 三角形的另两个横向顶点分别位于两个相邻区间的中点上, 且隶属函数在这两个顶点上值为零.

2) 由输入-输出数据对产生模糊规则

针对第 j 个样本数据, 求出不同区间上 $x_1^j, x_2^j, \cdots, x_n^j$ 所对应的隶属度, 将数据 $x_1^j, x_2^j, \cdots, x_n^j$ 分别定位于最大隶属度对应的区间上, 则该数据对所对应的规则, 其前件是上述对应变量模糊集合的逻辑与, 后件待定. 如果具有这样规则前件的规则尚不存在, 就创建这样一条规则; 否则处理下一个样本数据.

3) 确定模糊规则的后件

由式(1), 模糊逻辑系统可以表示成一个模糊基函数展开式:

$$f(x)=\sum_{l=1}^{M}p_l(x)a_l, \text{其中 } P_l(x)=\frac{\prod_{i=1}^{n}\mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^{M}\left[\prod_{i=1}^{n}\mu_{F_i^l}(x_i)\right]},\quad a_l=\overline{y}^l$$

我们看到, 模糊逻辑系统实际上是一组模糊基函数的线性组合. 当模糊规则的个数以及规则前件都确定下来, 即已经确定 M 和 $p_l(x)$ $(l=1,2,\cdots,M)$ 时, 所求解的最优模糊逻辑系统就等价于, 对给定的数据对(x^j, y^j) $(j=1,2,\cdots,N)$, 求解函数

$$I(a_1,a_2,\cdots,a_M)=\sum_{j=1}^{N}\left[\sum_{l=1}^{M}p_l(x^j)a_l-y^j\right]^2,\quad a_1,a_2,\cdots,a_M\in R$$

的极小值点$\{a_1^*, a_2^*, \cdots, a_M^*\}$.

由多元函数取极值的必要条件: $\frac{\partial I}{\partial a_k}=0$ $(k=1, 2, \cdots, M)$

即$\frac{\partial I}{\partial a_k}=2\sum_{j=1}^{N}\{\sum_{l=1}^{M}p_l(x^j)a_l-y_j\}p_k(x^j)=0$, 得出方程组:

$$\sum_{k=1}^{M}(P_k,P_q)a_k=(f,P_q),\quad (q=1,2,\cdots,M)$$

其中, $(P_k, P_q)=\sum_{j=1}^{N}P_k(x^j)P_1(x^j)$, $(f, p_q)=\sum_{j=1}^{N}y^jP_q(x^j)$. 因为每个模糊基函数对应着一条模糊规则, 如果能保证模糊规则互不相同, $P_1, P_2, \cdots, P_M$ 线性无关, 则方程组有唯一解: $a_k=a_k^*$ $(k=1,2,\cdots,M)$, 从而得到模糊逻辑系统的最小二乘解:

$$f^*(x)=\frac{\sum_{l=1}^{M}a_k^*\left[\prod_{i=1}^{n}\mu_{F_i}^l(x_i)\right]}{\sum_{l=1}^{M}\left[\prod_{i=1}^{n}\mu_{F_i}^l(x_i)\right]}$$

3 语言信息的利用(Import of Lingual Information)

模糊逻辑系统的实际设计中, 往往要接触到专家所提供的大量语言信息, 这些语言信息描述了对象系统的主要特性. 如果能够很好地利用这些信息, 则可以加快模糊逻辑系统的设计并且提高系统的辨识精度.

在上述算法中, 模糊规则后件规定为单值模糊集合, 它实际上是一个确定值, 而语言信息提供的模糊规则的前件和后件一般都是模糊信息. 问题是如何把这些语言信息融入到由实际输入输出数据对生成的模糊逻辑系统中. 本算法的解决方案是只取专家信息所提供模糊规则的前件, 其后件与其它规则的后件一起进行最小二乘方法的学习, 这样就可以由专家信息和单纯数据信息共同得到一个最优模糊逻辑系统. 甚至模糊逻辑系统的所有规则都可由专家确定, 而非从数据中获得, 规则后件的最小二乘法学习可以提供基于专家信息的最优模糊逻辑系统.

4 仿真结果(Simulation Results)

例 **1** 辨识曲线

$$y=\sin(2x)\cdot e^{-0.25x},\quad x\in[0,15]$$

将输入 x 划分成 80 个区间. 因为是单输入单输出模糊逻辑系统, 输入空间上的模糊集合数目就等于模糊规则数目. 从输入[0, 15]每隔 0.05 取一个样本数据, 共 301 个. 对象和模糊逻辑系统的输出见图 1. 均方误差 $RMSE$ 为 0.00145.

例 **2** 辨识 Mackey-Glass 混沌时间序列

Mackey-Glass 混沌时间序列由如下差分方程产生:

$$\dot{x}(t)=\frac{0.2x(t-\tau)}{1+x^{10}(t-\tau)}-0.1x(t)$$

我们用 $x(t-18)$, $x(t-12)$, $x(t-6)$ 和 $x(t)$ 预测 $x(t+6)$. 训练数据由 Runge-Kutta 过程以步长 0.1 生成. $x(0)=1.2$ 且 $\tau=17$. 我们取从 $t=118$ 到 1117 之间的 1000 个数据, 其中前 500 个作为训练数据, 后 500 个作为校验数据.

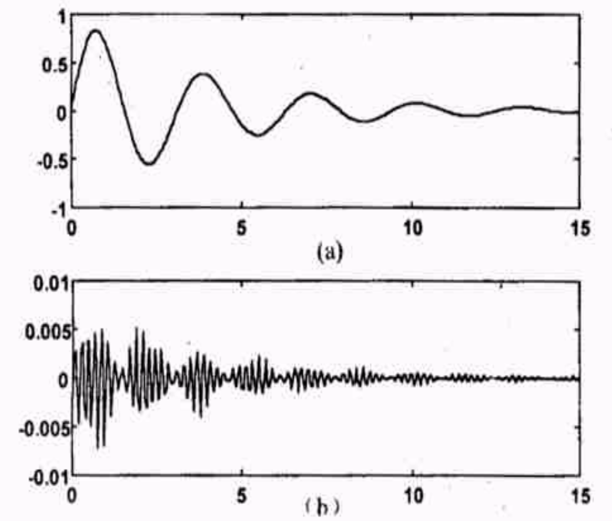

图 1 (a) 对象输出(实线)和模糊逻辑的输出(虚线) (b) 辨识误差

Fig.1 (a) The object's output(solid) and the FIS's output(dotted) (b) Identification error

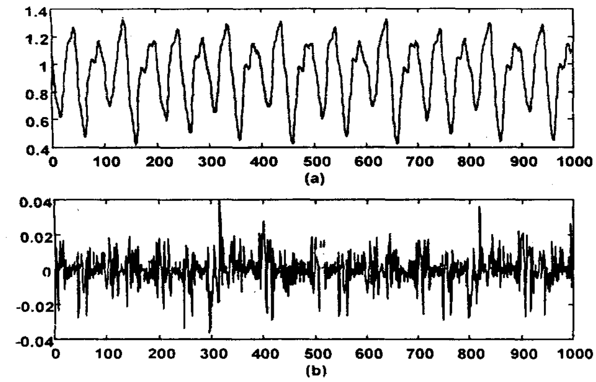

图 2 (a) Mackey-glass 对象输出(实线)和模糊逻辑的输出(虚线) (b) 辨识误差

Fig.2 (a) The Mackey-glass object's output(solid) and the FIS's output(dotted) (b) Identification error

四输入单输出的模糊逻辑系统用来逼近这个时间序列. 每个输入变量均布 7 个模糊集合, 模糊集合的类型和分布情况均按照步骤 1 中缺省规定.

图 2 给出了学习后的模糊逻辑系统输出和原对象输出以及它们之间的误差曲线. 横坐标 1- 500 表示的是训练数据集, 501- 1000 是校验数据集. 共生成 116 条规则. 均方误差 $RMSE$, 训练数据是 0.00959, 校验数据是 0.00907. 对比 NEFPROX[3]系统, 其规则学习方法相同, 应用反传算法学习规则参数. 在相同的初始条件下, 经过 260 代学习后, 生成 129 条规则, 均方误差 RMSE, 训练数据是 0.0315, 校验数据是 0.0332.

如果增加输入变量的模糊集合数, 则系统的逼近精度会相应提高. 当每个输入变量的模糊集合数为 10 时, 系统生成 213 条规则, 均方误差 $RMSE$, 训练数据是 0.00729, 校验数据是 0.00739.

5 结论(Conclusion)

本方法优点是在模糊规则前件确定的前提下, 通过使用最小二乘法计算规则的后件, 可以得到模糊逻辑系统最优解; 计算过程分两步, 规则学习和规则后件的参数学习; 计算量小; 无需进行规则前件参数的学习, 只要分割输入参数空间的模糊集合数目足够多, 就可以以任意精度逼近一个目标函数.

缺点是需要经过数次试验, 才能确定要达到预期精度所需的输入量模糊集合的个数; 而且从仿真例 1 中可以看出, 如果能够实现根据数据变化程度而局部自动增减模糊集合, 则可以在满足精度的前提下, 减少模糊集合的数目, 从而达到减少模糊规则的目的.

本方法还可以将专家信息方便地融入到由输入输出数据对产生的模糊逻辑系统中.

参考文献(References)

1 Kosko B., Neural Networks and Fuzzy Systems: A Dynamical Approach to Machine Intelligence, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1992

2 Wang L X, Mendel J M. Fuzzy Basis Functions, Universal Approximation, and Orthogonal Least-Squares Learning. IEEE Transactions on Neural Networks, 1992, 3(5): 807~814

3 D Nauck, R Kruse. Neuro-fuzzy systems for function approximation, Fuzzy Sets and Systems 101, 1999, 261~271

4 王立新. 自适应模糊系统与控制—— 设计与稳定性分析, 国防工业出版社, 北京, 1995

5 Tsukamoto Y. An approach to fuzzy reasoning method. In: Advances in Fuzzy Set Theory and Applications (M.M. Gupta, R.K. Ragade, R.R. Yager, eds.), North-Holland, Amsterdam, 1979, 137~149

作者简介

邓建军(1971-), 男, 现为同济大学电气系博士研究生. 研究领域为模糊逻辑系统, 进化算法, 工业自动化技术.

徐立鸿(1960-), 男, 现为同济大学教授, 博士生导师. 研究领域为预测控制与自适应模糊控制.

吴启迪(1948-), 女, 现为同济大学校长, 教授, 博士生导师. 研究领域为智能控制理论与技术, 并行工程, 计算机集成制造技术等.