第15卷 第10期 1959年10月
物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA
Vol. 15 No. 10 Oct., 1959

核子結構对質子俘獲μ^-介子的影响*

朱洪元 何祚庥 戴元本

(原子能研究所及数学研究所)

提 要

本文指出由于費曼-盖尔曼理論中弱相互作用与电磁相互作用的相似性，矢量耦合部分对質子俘获μ^-介子的貢献与核子的电磁形狀因子相联系．本文給出了在重正化的$V-A$弱作用下質子俘获μ^-介子几率的公式，并根据电子核子散射的实驗結果估計了核子的电荷、磁矩分布对μ^-介子俘获几率中矢量耦合部分貢献的修正．

在費曼-盖尔曼的弱相互作用理論中[1]，除$V-A$型費米作用外，还包含π介子与輕子之間的直接作用．相互作用哈密頓量密度有如下的形式：

$$H_w=-(J^A_{w\mu}+J^V_{w\mu})\,\mathrm{i}\,\bar{\psi}_l\gamma_\mu(1+\gamma_5)\psi_\nu,$$

$$J^A_{w\mu}=\frac{\mathrm{i}}{2}G\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\tau^+\psi,$$

$$J^V_{w\mu}=\frac{\mathrm{i}}{2}G\bar{\psi}\gamma_\mu\tau^+\psi+\mathrm{i}\,G[\varphi^*T^+\nabla_\mu\varphi-(\nabla_\mu\varphi^*)T^+\varphi]. \tag{1}$$

这里$\psi,\psi_l,\psi_\nu,\varphi$分别是核子、荷电的輕子、中微子及$\pi$介子的场算符；$\tau^+,T^+$分别是通常的核子及$\pi$介子同位旋算符，哈密頓量密度$H_w$中矢量耦合部分与核子、$\pi$介子与电磁场相互作用的哈密頓量密度$H_e$非常相似：

$$H_e=-J_{e\mu}A_\mu,$$

$$J_{e\mu}=\mathrm{i}\,e\left\{\bar{\psi}\gamma_\mu\left(\frac{1}{2}\tau_z+\frac{1}{2}\right)\psi+\mathrm{i}[\varphi^*T_z\Delta_\mu\varphi-(\nabla_\mu\varphi^*)T_z\varphi]\right\}. \tag{2}$$

如果考虑K介子的貢献，(1)和(2)中还有相应的項．盖尔曼[2]指出这种相似性导致核子的弱"反常磁矩"及β衰变与γ衰变間的一些关系．

在研究質子俘获μ^-介子时必須考虑强相互作用的重正化效应．我們指出，由于哈密頓量密度H_w与H_e的相似性，矢量耦合部分的貢献与核子的电磁形狀因子紧密相关，所以可以利用例如电子、核子散射的实驗結果来决定矢量耦合部分的貢献．在μ^-介子俘获时傳递給核子的能量較β衰变时为大，所以在准确的計算中，俘获的几率不仅与弱"电荷"和弱"磁矩"的数值有关，而且与它們的分布也有关，本文估計了这个效应的大小．

描述質子俘获μ^-介子的S矩陣元利用平移不变性可表为

$$S_{fi}=-i\int\langle f|H_w(X)|i\rangle d^4x=-i\delta(P_i-P_f)(2\pi)^4\langle f|H_w(0)|i\rangle. \tag{3}$$

* 1959年4月29日收到

这里始态 i⟩ 和終态 ⟨f 都是强相互作用和电磁相互作用的本征态，P_{i}, P_{f} 分别是始态和終态的总动量、能量四矢量．由考虑到輕子不参加强相互作用幷忽略 μ 介子原子的結合能，始态的态矢量可以近似地表为

$$\mathrm{i}\rangle=\iint F_{SS'}(\mathbf{P}_\mu,\mathbf{P}_P)a^*_{S'}(\mathbf{P}_\mu)|\mathbf{P}_P S\rangle d^3P_\mu d^3P_P, \tag{4}$$

这里 $\mathbf{P}_P S\rangle$ 表动量为 $\mathbf{P}_P$、自旋为 S 的物理質子，$a^*_{S'}(\mathbf{P}_\mu)$ 是动量为 $\mathbf{P}_\mu$、自旋为 S' 的 μ 介子产生算符，$F_{SS'}(\mathbf{P}_\mu\,\mathbf{P}_P)$ 为表示始态的波包在动量表象中的波函数，对 S 及 S' 求和．同样終态可以表为

$$\langle\mathrm{f}=\langle\mathbf{P}_n|b(\mathbf{P}_\nu). \tag{5}$$

$\langle\mathbf{P}_n$ 表动量为 $\mathbf{P}_n$ 的物理中子，$b(\mathbf{P}_\nu)$ 是动量为 $\mathbf{P}_\nu$ 的中微子的消灭算符．由于輕子不参加强作用，可以利用下面的对易关系：

$$\{\psi_\mu(X),a^*_S(\mathbf{P}_\mu)\}=\frac{1}{(2\pi)^3}e^{\mathrm{i}P_\mu x}u^S_\mu(\mathbf{P}_\mu),$$

$$\{b(\mathbf{P}_\nu),\bar{\psi}_\nu(X)\}=\frac{1}{(2\pi)^3}e^{-\mathrm{i}P_\nu x}\bar{v}_\nu(\mathbf{P}_\nu). \tag{6}$$

由 (4), (5), (6) 式可將(3)式改写为

$$S_{\mathrm{fi}}=-\delta(P_{\mathrm{i}}-P_{\mathrm{f}})(2\pi)^{-2}\iint\langle\mathbf{P}_n|J^A_{w\mu}(0)+$$
$$+J^V_{w\mu}(0)|\mathbf{P}_P S\rangle\bar{v}_\nu(\mathbf{P}_\nu)\gamma_\mu(1+\gamma_5)u^{S'}_\mu(\mathbf{P}_\mu)F_{SS'}(\mathbf{P}_\mu,\mathbf{P}_P)d^3P_\mu d^3P_P. \tag{7}$$

考虑到强相互作用对洛倫茲变換、时間反演及同位旋空間轉动的不变性，我們有

$$\langle\mathbf{P}_n|J^A_{w\mu}(0)+J^V_{w\mu}(0)|\mathbf{P}_P S\rangle=\frac{iG}{\sqrt{2}}\bar{u}_n(\mathbf{P}_n)[a(q^2)\gamma_\mu+b(q^2)\gamma_\mu\gamma_5+$$
$$+c(q^2)\sigma_{\mu\nu}q_\nu+d\mathrm{i}\gamma_5 q_\mu]u^S_P(\mathbf{P}_P), \tag{8}$$

这里 $q=P_n-P_P$, a,b,c,d 是 q^2 的实函数，

$$\sigma_{\mu\nu}=\frac{\mathrm{i}}{2}(\gamma_\mu\gamma_\nu-\gamma_\nu\gamma_\mu).$$

取質量中心参考系，$F_{SS'}(\mathbf{P}_\mu,\mathbf{P}_P)$ 只在动量 $|\mathbf{P}_P|$ 的絕对値处于区間 $0-\frac{1}{a_\mu}=\alpha m_\mu$ 內时显著地不等于零，a_μ 是 μ 介子的波尔半徑．在这个区間內，$a(q^2)$, $b(q^2)$, $c(q^2)$, $d(q^2)$ 变化很少，所以我們有

$$\iint(\bar{u}_n a(q^2)\gamma_\mu u^S_P)(\bar{v}_\nu\gamma_\mu(1+\gamma_5)u^{S'}_\mu)F_{SS'}(\mathbf{P}_\mu,\mathbf{P}_P)d^3P_\mu d^3P_P\simeq$$
$$\simeq a(q^{0^2})\iint(\bar{u}_n\gamma_\mu u^S_P)(\bar{v}_\nu\gamma_\mu(1+\gamma_5)u^{S'}_\mu)F_{SS'}(\mathbf{P}_\mu,\mathbf{P}_P)d^3P_\mu d^3P_P=$$
$$=(2\pi)^6 a(q^{0^2})\bar{u}_n\times\bar{v}_\nu[\gamma_\mu\times\gamma_\mu(1+\gamma_5)]\phi(0,0). \tag{9}$$

这里 $q^0=P_n-P^0_P$, $P^0_P=(0,0,0,\mathrm{i}M)$; $\times$ 表外积．

$$\phi(x_\mu,x_P)=\frac{1}{(2\pi)^6}\iint u^S_P(\mathbf{P}_P)\times u^{S'}_\mu(\mathbf{P}_\mu)F_{SS'}(\mathbf{P}_\mu,\mathbf{P}_P)e^{\mathrm{i}(\mathbf{P}_P\mathbf{x}_P+\mathbf{P}_\mu\mathbf{x}_\mu)}d^3P_\mu d^3P_P$$

是坐标表象內 μ 介子原子的波函数．(9)式中所作的近似所引起的誤差約为重正化修正項的 $\alpha=\frac{1}{137}$．对于 b, c, d 項有相似的結果，所以我們有

$$S_{fi}=-i\delta(P_i-P_f)(2\pi)^4\frac{G}{\sqrt{2}}\bar{u}_n(\mathbf{P}_n)\times\bar{u}_\nu(\mathbf{P}_\nu)[O_\mu\times\gamma_\mu(1+\gamma_5)]\phi(0,0),$$

其中

$$O_\mu=a\gamma_\mu+b\gamma_\mu\gamma_5+c\sigma_{\mu\nu}q_\nu+diq_\mu, \tag{10}$$

在上式中已將 q^0 改写为 q，对始态波函数取非相对論近似：

$$\phi(0,0)\simeq\frac{1}{\sqrt{2\pi a_\mu^6}}(\alpha_P\times\beta_\mu-\beta_P\times\alpha_\mu), \tag{11}$$

其中 α,β 是泡利旋量，这里考虑了佘列多維奇[8]等所指出的，μ 介子原子在俘获发生前处于超精細結構的單重态。由(10)及(11)式利用标准的方法得到俘获几率为

$$W=\frac{G^2}{4\pi^2a_\mu^6}\;\frac{P_\nu^2}{1+\frac{P_\nu}{M}}K^2,$$

$$K^2=\left(1+\frac{M}{E_n}\right)\Big\{a+3b-c(P_n+E_n-M)+$$
$$+[3(a+2cM)+b+d(P_n+E_n-M)]\frac{P_n}{E_n+M}\Big\}^2. \tag{12}$$

由哈密頓量密度 H_w 与 H_e 的相似性得到 $a(q^2),c(q^2)$ 与通常的核子电磁形狀因子 $F_1(q^2)$' $F_2(q^2)$[4]有如下的关系：

$$a(q^2)=2F_1^V(q^2)=F_1^p(q^2)-F_1^n(q^2),$$
$$c(q^2)=\frac{\mu^V}{M}F_2^V(q^2)=\frac{1}{2M}[\mu_pF_2^p(q^2)-\mu_nF_2^n(q^2)]. \tag{13}$$

由电子、核子散射的实驗結果[4]，F_1 和 F_2 可以表示为

$$F_1^p(q^2)=F_2^p(q^2)=F_2^n(q^2)=\frac{1}{\left(1+\frac{1}{12}r_0^2q^2\right)^2},$$

$$F_1^n(q^2)=0,$$
$$r_0=0.80\times10^{-13}\text{cm}.$$

由此得到

$$a(q^2)=\frac{1}{\left(1+\frac{1}{12}r_0^2q^2\right)^2},$$

$$c(q^2)=\frac{3.7}{2M}\;\frac{1}{\left(1+\frac{1}{12}r_0^2q^2\right)^2}.$$

对于μ介子俘获 $q^2=(P_n-P_p)^2\simeq M_\mu^2$，$a(q^2)$ 和 $c(q^2)$ 与 $a(0)$ 以及 $c(0)$ 相較降低了 3%，因此若只考虑矢量部分的貢献，則俘获几率的修正为 6%。由于贋矢量耦合部分还沒有准确的重正化理論，所以現在还不能准确的計算核子結構对贋矢量耦合部分所作貢献的修正。在超子衰变为核子和輕子时，由于动量能量的轉换更大，核子結構和超子結構对于衰变几率的影响可能更显著些。

参 考 文 献

[1] Feynman and Gell-mann, *Phys. Rev.* **109** (1958), 193.

[2] Gell-mann, *Phys. Rev.* **111** (1958), 362.

[3] Герштейн, *ЖЭТФ.* **34** (1958), 463.

[4] Hofstadter, Bumiller and Yearian, *Rev. Modern Phys.* **30** (1958), 482.

THE EFFECT OF THE STRUCTURE OF THE NUCLEON ON THE CAPTURE OF μ^- MESON BY PROTON

TZU H. Y. HO T. H. DAI Y. B.

(*Institute of Atomic Energy Research and Institute of Mathematics Academia Sinica*)

ABSTRACT

It is pointed out that, owing to the similarity existing between electromagnetic interaction and the vector part of the weak interaction proposed by Feynman and Gell-mann, the contribution of the vector part of the weak interaction to μ^- capture by proton is closely related to the electromagnetic form factors of the nucleon. Formula for the capture probability calculated with the renormalized $V-A$, weak interaction is given. The correction to the contribution of the vector part of the weak interaction due to the charge and magnetic moment distribution of the nucleon is estimated on the basis of the data of electron-nucleon scattering experiment.