第16卷第7期 物理学报 Vol. 16, No. 7
1960年7月 ACTA PHYSICA SINICA July, 1960

# $\mu^-$介子在$Be^7$原子核上的俘获*

彭宏安 夏宇正 黄世益 曹亨道 等
(北京大学)

**提 要**

利用考虑到重正化效果的普适 $V-A$ 理論，本文計算了 $\mu^-$ 被 $Be^7$ 俘获后跃迁到 $Li^7$ 的基态与第一激发态的俘获几率，$Li^7$ 核第一激发态的极化，以及由此跃迁到其基态时放出 $\gamma$ 光的圆偏振度。其中对于不同的超精細結构态分別进行了計算，計算过程中，采用了壳层模型的原子核波函数。并假定忽略二次效应下，$S$ 态的四个核子没有参加作用。

## 一、引 言

費曼(Feynman)，盖尔曼(Gell-Mann)[1]，馬尔夏克(Marshak)和苏达珊(Sudarshan)[2]提出的 $V-A$ 普适理論，迄今已取得了很大的成功，但还存在一些尚待解决的問題。如 $\Lambda$ 及 $\Sigma$ 超子的 $\beta$ 和 $\mu$ 衰变的几率較普适理論計算的值小得多[3]，我們猜想普适理論不适用于奇异粒子的衰变，但在核子对 $pn$，与輕子对 $\mu\nu$，及 $e\nu$，的相互作用仍然有极大的可能符合 $V-A$ 普适理論。由实驗定出 $\mu$ 俘获中 $pn$，与 $\mu\nu$，之間的耦合型式及耦合常数将有助于闡明这一問題。研究 $\mu$ 俘获有助于了解由強作用引起的重正化效应[4,5]。

本文討論了 $\mu^- + Be^7 \to \nu + Li^7$ 的俘获。如果忽略了 $Be^7$ 与 $Li^7$ 核中的庫仑作用(数量級为 $^1/_{137}$)，則它們的基态波函数是一样的，这样便減少了由原子核波函数所引起的誤差。我們計算了：

(i) $Be^7$ 的基态过渡到 $Li^7$ 的基态和第一激发态的几率；

(ii) 末态 $Li^7$ 第一激发态上的极化；

(iii) 由 $Li^7$ 第一激发态跃迁到其基态时放出 $\gamma$ 光的圆偏振度。

以上各量均对超精細結构的不同的态分別进行了計算。

在計算中，我們作了如下几个近似：

(i) $Be^7$ 与 $Li^7$ 的波函数采用了壳层模型；

(ii) 在 $\mu$ 俘获过程中，假定了 $\mu^-$ 介子不为 $Be^7$ 内部 $S$ 态的四个核子所俘获，这相当于忽略二次效应，而四个核子作为一个整体仍然具有运动学的效果。

## 二、$\mu^-$介子为$Be^7$核俘获的公式及原子核矩陣元

根据 $V-A$ 弱作用理論，$\mu^-$ 俘获的哈密頓量密度为

$$H(x) = J_\alpha(x)\bar{\psi}_\nu\gamma_\alpha(1+\gamma_5)\psi_\mu, \tag{1}$$

* 1960年3月6日收到。

其中 $J_\alpha = \frac{g_0}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_n \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \psi_p$ 为核子弱作用电流的四維矢量，$g_0$ 为未經重正化的耦合常数；$\gamma_\alpha$ 为狄拉克算符. (1) 式中的哈密顿量密度是对 $\alpha$ 求和.

設原子核的初态末态分别为 $|i\rangle$, $|f\rangle$, $\mu^-$ 开始时处于最低的波尔軌道上，且忽略 $\mu^-$ 的波函数 $\varphi(x)$ 在原子核上的变化，则 $\mu^-$ 在原子核上俘获的跃迁矩陣可以表成下列形式[6]:

$$T_{fi} = \int \langle f | J_\alpha(x) | i \rangle \frac{1}{(2\pi)^3} \bar{u}_\nu(k) \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) u_\mu \varphi(0) e^{-i(k-p_\mu)\cdot x} d^4x^{1)}, \tag{2}$$

其中 $u_\mu$ (其动量 $\mathbf{p}_\mu = 0$), $u_\nu(k)$ 各为 $\mu^-$, $\nu$ 的狄拉克旋量. 上式中 $J_\alpha(x)$ 对强作用来講是处于海森堡表象之中，$|i\rangle$ 及 $|f\rangle$ 为原子核 (物理的核) 的状态矢量. 强作用的影响全部包含在 $\langle f | J_\alpha(x) | i \rangle$ 之中.

如果保留核子速度 $v/c$ 的一級近似时，由(2)式[6]得

$$\begin{aligned}
&(2\pi)^3 \langle f | J_\alpha^N(0) | i \rangle \bar{u}_\nu \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) u_\mu \psi(0) = \\
&= \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_j \int \langle \nu | \Big\{ \Phi_f^* \tau_j^{(-)} \Big[ A + \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\sigma}_j + \frac{1}{N} (\mathbf{P}_f + \mathbf{P}_i) \cdot (\mathbf{C} + D\boldsymbol{\sigma}_j) \Big] \Phi_i + \\
&+ (i\nabla_{\xi_j} \Phi_f^*) \cdot \tau_j^{(-)} (\mathbf{C} + D\boldsymbol{\sigma}_j) \Phi_i - \Phi_f^* \tau_j^{(-)} (\mathbf{C} + D\boldsymbol{\sigma}_j) \cdot \nabla_{\xi_j} \Phi_i \Big\} e^{i\mathbf{q}\cdot\xi_j} | \mu \rangle dV_\xi,
\end{aligned} \tag{3}$$

其中

$$\left.\begin{aligned}
&A = \frac{1}{\sqrt{2}} (1 - \boldsymbol{\sigma}_L \cdot \mathbf{e}_\nu) \psi(0), \\
&\mathbf{B} = \frac{-i}{2\sqrt{2}M} \Big\{ \Big[ (1 + \mu) \mathbf{q}_\Lambda \mathbf{e}_\nu + 2iM\lambda \mathbf{e}_\nu - \frac{if}{m} \mathbf{q} (\mathbf{q} \cdot \mathbf{e}_\nu) \Big] + \\
&\quad + [i(1 + \mu)(\mathbf{q} \cdot \mathbf{e}_\nu) - 2iM\lambda] \boldsymbol{\sigma}_L - i(\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\sigma}_L) \Big[ (1 + \mu) \mathbf{e}_\nu - \frac{f}{m} \mathbf{q} \Big] + \\
&\quad + \boldsymbol{\sigma}_\Lambda [(1 + \mu) \mathbf{q} - 2M\lambda \mathbf{e}_\nu] + \frac{f}{m} \mathbf{q} (\boldsymbol{\sigma}_L \cdot \mathbf{e}_{\nu\Lambda} \mathbf{q}) \Big\} \psi(0), \\
&\mathbf{C} = \frac{1}{2\sqrt{2}M} (\boldsymbol{\sigma}_L - \mathbf{e}_\nu - i\boldsymbol{\sigma}_{L\Lambda} \mathbf{e}_\nu) \psi(0), \\
&D = \frac{1}{2\sqrt{2}M} \lambda (\boldsymbol{\sigma}_L \cdot \mathbf{e}_\nu - 1) \psi(0) \qquad g \text{ 为重正化后的 } g_V., \\
&\qquad\qquad \psi(0) = 2 \left( \frac{1}{m_\mu e^2 Z} \right)^{-3/2}.
\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

由于我們忽略了内层 $S$ 态的四个核子的 $\mu^-$ 俘获，因此在 $\sum_j$ 中只对三个粒子进行求和，但在計算运动学的效果时，必須将它們和 $P$ 层的三个核子作为一个整体来考虑. $\mathbf{P}_i$ 与 $\mathbf{P}_f$ 是原子核初态与末态的动量；$\mathbf{q} = \mathbf{P}_f - \mathbf{P}_i$ 是原子核的动量轉移；$g$, $\lambda$, $\mu$, $f$ 均为标量 $(p_f - p_i)^2$ 的函数；$M$ 为核子的質量；$\mathbf{e}_\nu$ 是中微子运动方向的单位矢量；$\boldsymbol{\sigma}_L$ 是輕子的自旋

1) 这里采用了 $\hbar = C = 1$ 的自然单位.

算符；$\boldsymbol{\xi}_i$ 是第 $i$ 个核子相对于质心的核子坐标；$\Phi_i$ 与 $\Phi_f$ 分别代表去掉了质心运动的 $Be^7$ 及 $Li^7$ 的波函数；$\tau_i^{(-)}$ 是质子变中子的同位旋算符。

## 三、$\mu^-$ 为 $Be^7$ 俘获的俘获几率与末态核 $Li^7$ 在第一激发态的极化

因为 $\mu^-$ 与 $Be^7$ 的自旋均不为零，它們之間超精細結构的效应引起 $\mu$ 介原子能級的分裂，这种分裂的間距远大于相应于 $\mu^-$ 寿命的譜綫寬度，則 $\mu^-$ 在不同超精細結构态中的俘获几率是不相干的迭加。因此 $\mu$ 介原子应由 $I^2, \sigma_\mu^2, I_z, \sigma_{\mu z}$ 表象变換到 $F^2, F_z, I^2, \sigma_\mu^2$ 表象中去。其中 $\mathbf{F} = \mathbf{I} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}_\mu$ 不同的超精細結构态相应于 $F_\pm = I \pm \frac{1}{2}$。引入投影算符

$$P_- = \frac{I - \mathbf{I}\cdot\boldsymbol{\sigma}_\mu}{2I+1}, \qquad P_+ = \frac{(I+1)+\mathbf{I}\cdot\boldsymbol{\sigma}_\mu}{2I+1},$$

滿足

$$P_-|F_+\rangle = 0, \qquad P_+|F_+\rangle = |F_+\rangle,$$
$$P_-|F_-\rangle = |F_-\rangle, \qquad P_+|F_-\rangle = 0$$

及

$$P_- + P_+ = 1. \tag{5}$$

如不考虑超精細結构的效应，則初态的密度矩陣应为：

$$\rho = \frac{1}{2(2I+1)}(1 + \mathbf{P}_\mu\cdot\boldsymbol{\sigma}_\mu). \tag{5a}$$

由 (5) 式得

$$\rho = (P_+ + P_-)\rho(P_+ + P_-) = \rho_{++} + \rho_{+-} + \rho_{--} + \rho_{-+}.$$

不相干的效应就表現为

$$\rho_{+-} = \rho_{-+} = 0.$$

所以

$$\rho = \rho_{++} + \rho_{--} = \rho_+ + \rho_-,$$

其中

$$\begin{aligned}\rho_+ = \frac{1}{2(2I+1)}\Big\{&1 + \frac{\boldsymbol{\sigma}_\mu\cdot\mathbf{I}}{I+1} + P_+\mathbf{e}_\mu\cdot\left(\frac{3}{I+1}\mathbf{I} + \boldsymbol{\sigma}_\mu\right) + \\ &+ \frac{3P_+}{(2I+3)(I+1)}\Big[(\mathbf{e}_\mu\cdot\mathbf{I})(\boldsymbol{\sigma}_\mu\cdot\mathbf{I}) + (\boldsymbol{\sigma}_\mu\cdot\mathbf{I})(\mathbf{e}_\mu\cdot\mathbf{I}) - \\ &- \frac{2}{3}I(I+1)\mathbf{e}_\mu\cdot\boldsymbol{\sigma}_\mu\Big]\Big\},\\ \rho_- = \frac{1}{2(2I+1)}\Big\{&1 - \frac{1}{I}\mathbf{I}\cdot\boldsymbol{\sigma}_\mu + P_-\mathbf{e}_\mu\cdot\left(\frac{3}{I}\mathbf{I} - \boldsymbol{\sigma}_\mu\right) - \\ &- \frac{3P_-}{(2I+1)I}\Big[(\mathbf{e}_\mu\cdot\mathbf{I})(\boldsymbol{\sigma}_\mu\cdot I) + (\boldsymbol{\sigma}_\mu\cdot\mathbf{I})(\mathbf{e}_\mu\cdot\mathbf{I}) - \\ &- \frac{2}{3}I(I+1)\mathbf{e}_\mu\cdot\boldsymbol{\sigma}_\mu\Big]\Big\}.\end{aligned} \tag{6}$$

我們有

$$\mathbf{P}_+ = P_+\mathbf{e}_\mu = \frac{(2I+3)\mathbf{P}_\mu}{3(2I+1)}, \qquad _- = P_-\mathbf{e}_\mu = \frac{2I-1}{3(2I+1)}\mathbf{P}_\mu.$$

$\mathbf{P}_+, \mathbf{P}_-$ 是 $\mu$ 介原子在 $F_+, F_-$ 态的极化矢量，$\mathbf{P}_\mu$ 为在形成 $\mu$ 介原子以前 $\mu^-$ 的极化矢量.

当 $Be^7(I=3/2)$ 俘获 $\mu^-$ 后跃迁到 $Li^7$ 的第一激发态 $(I=1/2)$ 时，这可能是組态激发（三个核子仍在 $P_{3/2}$ 壳层），也可能是粒子激发（二个核子在 $P_{3/2}$ 壳层，一个核子在 $P_{1/2}$ 壳层）. 现在还很难断定那种可能性大. 因此，对于这二种情况我們都做了計算.

在計算时，忽略了(3)中原子核的反冲项 $\frac{1}{N}(\mathbf{P}_f+\mathbf{P}_i)\cdot(\mathbf{C}+D\boldsymbol{\sigma}_i)$ 与后面的微分项，由(3)，(4)可以看到它們的貢献約为 $A$, $\mathbf{B}$ 項的 1/10.

具体計算跃迁矩陣元时，将 $e^{i\mathbf{q}\cdot\boldsymbol{\xi}_j}$ 作如下展开：

$$e^{i\mathbf{q}\cdot\boldsymbol{\xi}_j} = 1 + i\mathbf{q}\cdot\boldsymbol{\xi}_j + \frac{(i)^2}{2!}(\mathbf{q}\cdot\boldsymbol{\xi}_j)^2 + \cdots =$$

$$= \left(1 - \frac{1}{6}q^2\xi_j^2\right) + i\mathbf{q}\cdot\boldsymbol{\xi}_j - \frac{1}{6}\left(3(\mathbf{q}\cdot\boldsymbol{\xi}_j)(\mathbf{q}\cdot\boldsymbol{\xi}_j) - q^2\xi_j^2\right) + \cdots, \tag{7}$$

其中 $q^2 \approx m_\mu^2$，$\mathbf{q}$ 为中微子带走的动量.

(a) $Be^7$ 核基态到 $Li^7$ 核基态的計算

由实驗知道，$Be^7$ 与 $Li^7$ 核基态自旋均为 3/2，宇称亦均为奇的，因此在(7)式中第二項 $i\mathbf{q}\cdot\boldsymbol{\xi}_1$ 由于強作用宇称守恆而不产生貢献. 第三項代入跃迁矩陣元内卽相当于 $Be^7$ 的电四极矩，以下計算时将它忽略，估計将引起 5% 左右的誤差.

用 $\mathscr{M}_{M'M}$ 表示跃迁矩陣元，則

$$\mathscr{M}_{3/2,3/2} = 3\int \Phi_{f3/2}^*\tau_1^{(-)}(A+\mathbf{B}\cdot\boldsymbol{\sigma}_1)\left(1-\frac{1}{6}q^2\xi_1^2\right)\Phi_{i3/2}dV =$$

$$= \left(A + \frac{11}{15}B_0\right)\left(1 - \frac{1}{6}q^2\langle\xi_1^2\rangle\right), \tag{8}$$

其中 $\langle\xi_1^2\rangle = \int R^2\xi_1^4 d\xi_1 \Big/ \int R^2\xi_1^2 d\xi_1$ 为核子在 $P_{3/2}$ 层中半径的平方平均値，$R$ 为它的径向波函数，当然它們可以由壳层理論中在給出具体的相互作用后計算出来.

由(8)，用 Wigner-Eckart 定理得出：

$$\mathscr{M}_{M_f^*M_i} = \left[A\delta_{M_f,M} + \frac{11}{3\sqrt{15}}\sum_n(-)^n B_{-n}C\left(\tfrac{3}{2},1,\tfrac{3}{2};M_i n M_f\right)\right]\left(1-\frac{1}{6}q^2\langle\xi_1^2\rangle\right). \tag{8a}$$

用算符形式表出：

$$\mathscr{M} = \left(A + \frac{22}{9\sqrt{5}}\mathbf{B}\cdot\mathbf{I}\right)\left(1 - \frac{1}{6}q^2\langle\xi_1^2\rangle\right). \tag{8b}$$

因此 $\mu^-$ 的基态跃迁俘获几率为

$$\frac{d\omega}{d\Omega} = \frac{g^2}{2(2\pi)^2}|\psi(0)|^2 T_r(\mathscr{M}\rho\mathscr{M}^+)\left(\frac{P_{f0}P_\nu^2}{M_i+m_\mu}\right)\left(1-\frac{1}{6}q^2\langle\xi_1^2\rangle\right)^2, \tag{9}$$

$$T_r(\mathscr{M}\rho\mathscr{M}^+) = T_r(\mathscr{M}\rho_+\mathscr{M}^+) + T_r(\mathscr{M}\rho_-\mathscr{M}^+) = \mathscr{A} + \mathscr{B}(\mathbf{e}_\nu\cdot\mathbf{e}_\mu),$$

$$\mathscr{A}=\left(\frac{1}{2}+1.09\frac{\alpha}{M}-0.36\frac{\beta}{M}+0.73\frac{\gamma}{M}+1.94\frac{\alpha^2}{M^2}+0.74\frac{\beta^2}{M^2}+\right.$$
$$\left.+1.30\frac{\gamma^2}{M^2}-1.39\frac{\alpha\beta}{M^2}+2.49\frac{\alpha\gamma}{M^2}+0.10\frac{\beta\gamma}{M^2}\right),$$
$$\mathscr{B}=P_\mu\left(-0.117+1.28\frac{\alpha}{M}-1.28\frac{\beta}{M}+0.29\frac{\alpha^2}{M^2}-0.11\frac{\beta^2}{M^2}+\right.$$
$$\left.+0.81\frac{\gamma^2}{M^2}+0.62\frac{\alpha\beta}{M^2}+0.41\frac{\beta\gamma}{M^2}+1.19\frac{\alpha\gamma}{M^2}\right); \tag{10}$$

其中

$$\alpha=2M\lambda,\ \beta=fq/m_\mu,\ \gamma=(1+\mu)q,\ \lambda=g_A/g_V\approx 1.2.$$

由色散关系計算出:

$$\mu(q^2)=1.7\times\frac{16}{3\pi}\left(\frac{f^2}{4\pi}\right)\left[1-\frac{0.12}{6}\frac{q^2}{m_\pi^2}+\cdots\right]\approx 1.7\times\frac{16}{3\pi}\left(\frac{f^2}{4\pi}\right)\cong 2.31,$$
$$\frac{f(q^2)}{m_\mu}\cong\frac{\sqrt{2}GF(-m_\pi^2)}{q^2+m_\pi^2}\approx 8\lambda=9.6. \tag{11}$$

如果認为(11)的估計还是近似准确的,則

$$\mathscr{A}\approx\left(14.3-13.3\frac{q}{M}+114.2\frac{q^2}{M^2}\right),$$
$$\mathscr{B}\approx P_\mu\left(4.62+11.45\frac{q}{M}+11.72\frac{q^2}{M^2}\right). \tag{12}$$

将它們代入(9),再由壳模型理論算出 $\langle\xi_1^2\rangle$ 后,我們卽可估計出俘获几率的具体能譜形式以及总几率. 这数値与实验比较将对驗証 $V-A$ 理論普适性提供一点知識.

(b) $Be^7$ 核跃迁到 $Li^7$ 核第一激发态的計算

由实驗知道 $Li^7$ 第一激发态 $I=1/2$, 宇称亦为奇,因此在与(a)中忽略相同的項的情形下,跃迁矩陣元計算得:

$$\mathscr{M}_{M_f,M_i}=\sqrt{\frac{2}{3}}(-)^{1+M_f-M_i}B_{-(M_f-M_i)}C(3/2,1,1/2;M_i,M_f-M_i)\langle\|\rangle, \tag{13}$$

其中 $\langle\|\rangle$ 表示跃迁的約化矩陣元:

$$\langle\|\rangle=\begin{cases}\dfrac{2}{\sqrt{3}}\displaystyle\int R'R\left(1-\frac{1}{6}q^2\xi_1^2\right)\xi_1^2d\xi_1 & \text{当 Li}^7\text{ 是由 }P_{3/2}\text{ 层組态激发时;}\\[2ex] \displaystyle\int R''R\left(1-\frac{1}{6}q^2\xi_1^2\right)\xi_1^2d\xi_1 & \text{当 Li}^7\text{ 是由 }P_{3/2}\text{ 层的单粒子激发时.}\end{cases} \tag{14}$$

$R'$, $R''$ 各为激发态的相应于組态激发和粒子激发的单个核子在 $P_{3/2}$ 和 $P_{1/2}$ 径向波函数.

跃迁到 $Li^7$ 第一激发态的几率:

$$\frac{d\omega}{d\Omega}=\frac{g^2}{2(2\pi)^2}|\psi(0)|^2T_r(\mathscr{M}\rho\mathscr{M}^+)|\langle\|\rangle|^2, \tag{15}$$

其中

$$T_r(\mathscr{M}\rho\mathscr{M}^+)=\frac{1}{M^2}\{(-0.37\alpha^2-0.10\beta^2-0.22\gamma^2+0.28\alpha\beta-0.5\alpha\gamma+$$
$$+0.07\beta\gamma)+(\mathbf{e}_\nu\cdot\mathbf{e}_\mu)P_\mu(-0.013\alpha^2+0.020\beta^2+$$
$$+0.03\gamma^2+0.02\alpha\beta-0.01\alpha\gamma+0.06\beta\gamma)\}. \tag{16}$$

对于組态激发或粒子激发，它們不同点仅在于在(16)中用不同的約化矩陣元 $|\langle\|\rangle|^2$ 用(14)中不同的式子代入，$Li^7$ 末态的极化 $\mathbb{P}$:

$Li^7$ 核末态的极化 $\mathbb{P}$ 为

$$\mathbb{P} = T_r(\mathscr{M}\rho\mathscr{M}^+\boldsymbol{\sigma})/T_r(\mathscr{M}\rho\mathscr{M}^+), \tag{17}$$

$$\begin{aligned} T_r(\mathscr{M}\rho\mathscr{M}^+\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{M^2}\mathbf{e}_\nu\{(0.061\alpha^2 - 0.016\beta^2 + 0.081\gamma^2 + 0.036\alpha\beta + \\ + 0.158\alpha\gamma + 0.004\beta\gamma) + P_\mu(\mathbf{e}_\nu\cdot\mathbf{e}_\mu)(-0.032\alpha^2 - 0.017\beta^2 + \\ + 0.005\gamma^2 + 0.053\alpha\beta - 0.011\alpha\gamma + 0.019\beta\gamma)\} + \\ + \frac{\mathbf{e}_\mu}{M^2}P_\mu\{-0.048\alpha^2 - 0.051\beta^2 - 0.063\gamma^2 + 0.034\alpha\beta - \\ - 0.062\alpha\gamma - 0.068\beta\gamma\} \end{aligned}$$

$\boldsymbol{\sigma}$ 为 $Li^7$ 末态核的自旋.

由(17)显見，对于組态激发或粒子激发，由它們計算得到的 $\mathbb{P}$ 是相同的.

## 四、$Li^7$ 核由第一激发态跃迁到其基态所放 $\gamma$ 光的圓偏振度的計算

由上知，对于 $Li^7$ 核跃迁放 $\gamma$ 光来說，$I_i = 1/2$，宇称为奇；$I_f = 3/2$，宇称为奇，因此这种跃迁只可能是磁偶极与电四极跃迁. 它們两者一般說来是同数量級的. 作为初步的探索，我們只計算了磁偶极跃迁的情况. 这时有效的哈密頓量 $H$ 为

$$H = \omega(\boldsymbol{\chi}\wedge\boldsymbol{\varepsilon}^{\pm})\cdot\mathbf{M}_j, \tag{19}$$

其中 $\mathbf{M}_j = \frac{1}{2}[(1+\tau_{3j})(\mathbf{j}+\mu_p\boldsymbol{\sigma}_j) + (1-\tau_{3j})\mu_n\boldsymbol{\sigma}_j]$，以 $\frac{e\hbar}{2Mc}$ 为单位. $\boldsymbol{\chi} = \frac{\mathbf{K}}{|\mathbf{K}|}$，而 $\boldsymbol{\varepsilon}^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\boldsymbol{\varepsilon}_1 \pm i\boldsymbol{\varepsilon}_2)$ 为左右圓偏振的单位复矢量，而 $\mathbf{K}$, $\boldsymbol{\varepsilon}_1$, $\boldsymbol{\varepsilon}_2$ 是相互垂直的. $\mu_n$, $\mu_p$ 各为中子，質子的反常磁矩.

$\gamma$ 跃迁的初态密度矩陣为

$$\rho = \frac{1}{2}(1 + \mathbb{P}\cdot\boldsymbol{\sigma}). \tag{20}$$

$\mathbb{P}$ 为 $Li^7$ 第一激发态的极化矢量，它正是由(17)中求出的.

由(19)，(20)計算得

$$\begin{aligned} T_r(\mathscr{T}\rho\mathscr{T}^+) &\propto \omega^2\left(\frac{9}{2} + 3\mu_p - \mu_n\right)^2\left(1 \pm \frac{1}{2}\mathbb{P}\cdot\boldsymbol{\chi}\right) \quad (\text{組态激发}), \\ &\propto \omega^2\mu_n^2\left(1 \pm \frac{1}{2}\mathbb{P}\cdot\boldsymbol{\chi}\right) \quad (\text{粒子激发}). \end{aligned} \tag{21}$$

因跃迁的左旋右旋 $\gamma$ 光子的角分布 $N_\pm(\theta) \propto T_r(\mathscr{T}\rho\mathscr{T}^+)$，因此圓偏振度为

$$\frac{N_+(\theta) - N_-(\theta)}{N_+(\theta) + N_-(\theta)} = \frac{1}{2}\mathbb{P}\cdot\boldsymbol{\chi}. \tag{22}$$

它們也是与 $Li^7$ 初态是組态激发或粒子激发的不同情况无关.

## 五、結 束 語

(1) 本文对于 $\mu^-$ 在 $Be^7$ 上的俘获进行了討論和計算，因为 $Be^7$ 和 $Li^7$ 属于輕核类的

鏡象核，故在 $\mu^-$ 俘获的过程中原子核結构的影响較小，这点对于确定普适弱作用的 $V-A$ 理論是很重要的．尽管 $Be^7$ 可以 $\beta$ 衰变到 $Li^7$ 核，但它的半寿期长达 52 天多，因此作 $Be^7$ 的 $\mu^-$ 俘获实驗是可能的．对于它作上述計算了的物理量的測量将对决定 $V-A$ 理論提供重要的知識，因此我們建議能尽快地作这个实驗．

(2) 如果要将理論与实驗結果作定量的比較时，应該再用上述的方法进行更精确的計算．作为初步的尝試，我們曾忽略了一些項的貢献和計算过程中作了一些近似(已如上述)，估計由它們产生的誤差为 $\sim 15\%$．

(3) 由于目前 $\mu^-$ 被輕原子核俘获的实验太少，且原子核的結构的影响还不能清楚地計算，因而不能作出明确的結論；但将以上的計算結果与实驗比較，作为检驗 $V-A$ 理論的正确性还是有意义的．

## 参　考　文　献


[1] Feymann, R. P. and Gell-mann, M., *Phys. Rev.* **109** (1958), 193.

[2] Sudershann, E. C. G. and Marshak, R. E., *Proe. of the Paduavenice Conference*, September, 1957.

[3] Crawford et al., *Phys. Rev. Lett.* **1** (1958), 377; Nordin et al., *Phys. Rev. Lett.* **1** (1958), 380.

[4] Goldberger, H. L. and Treiman, S. B., *Phys. Rev.* **111** (1958), 354; Wolfenstein, L., *Nuovo Cimento*, **8** (1958), 882; Иоффе, Б. Л., *ЖЭТФ*, **37**, (1959), 159.

[5] 周光召、B. 馬那夫斯基，物理学报，**15** (1959), 377.

[6] 朱家珍、周光召、彭宏安，物理学报，**16** (1960), 61.


# MUON CAPTURE IN $Be^7$ NUCLEUS


PENG HONG-AN　XIA YU-ZHENG　HUANG SHI-YI　CAO HENG-DAO

(*Peking University*)



ABSTRACT

Starting from the renovmalized universal V–A Coupling Hamiltonian, which includes the induced pseudoscalar term and weak magnetic moment term, we have calculated the rate of the muon capture reaction $\mu^- + Be^7 \rightarrow \nu + Li^7$ both to the ground state and first excited state of the $Li^7$ nucleus, the polarization of the $Li^7$ at its first excited state, and the polarization of the $\gamma$-rays following the transition of $Li^7$ from the first excited state to the ground state. Different hyperfine states are considered in this paper.

Of the nuclear wave functions, we have made use of the shell structure theory and assume that the four nucleons in S state do not take part in the capture process, since they only cause second order correction, which is neglected in the calculation.