文章编号:1002-0411(2003)05-0426-05

基于预测控制的混沌系统参数微调控制方法

李冬梅[1,2], 王正欧[1]

(1.天津大学系统工程研究所,天津 300072; 2.河北科技大学经济管理学院,河北 石家庄 050018)

摘 要:本文将预测控制理论引入混沌系统的控制研究中,提出一种基于预测控制的混沌系统参数微调控制方法,通过对控制参数进行微调,将模型未知时的混沌运动稳定到系统的不稳定不动点处.与现有同类方法相比,本控制系统具有快得多的响应速度,需要较短的时间就能实现混沌系统的控制.本方法能够控制超混沌系统,算法简便,控制算法的收敛性和控制系统的稳定性能够保证,理论分析和仿真实验都表明了本方法的有效性.*

关键词:混沌控制;预测控制;参数微调

中图分类号:TP13 文献标识码:B

SMALL PARAMETER PERTURBATIONS CONTROL ALGORITHM OF CHAOTIC SYSTEMS BASED ON PREDICTIVE CONTROL

LI Dong-mei[1,2], WANG Zheng-ou[1]

(1. *Institute of Systems Engineering, Tianjin University, Tianjin* 300072, *China*;
2. *School of Economy and Management, Hebei University of Science and Technology, Shijiazhuang* 050018, *China*)

Abstract: In this paper, we introduce the predictive control theory into the control of chaotic systems and propose a small parameter perturbations control algorithm based on predictive control. By making small control parameter perturbations, the chaotic motion in an unknown chaotic system is stabilized onto the unstable fixed point. Compared with the existing similar algorithms, the proposed control system has much faster response, so it requires much shorter time to stabilize the chaotic system. The proposed approach can control hyperchaos and the algorithm is simple. The convergence of the control algorithm and the stability of the control system can be guaranteed. The theoretic analysis and simulations demonstrate the effectiveness of the approach.

Keywords: chaos control; predictive control; small parameter perturbations

1 引言(Introduction)

混沌是自然界与人类社会普遍存在又极其复杂的运动形态.近年来,混沌系统的控制研究已经日益得到广泛的关注,提出了不少有效的方法[1~5],其中著名的有 Ott、Grebogi 和 Yorke 等人提出的参数微调方法(即 OGY 方法)[2].由于 OGY 方法的线性化误差,导致控制效果不够理想,迭代次数较多,为此,人们对 OGY 方法进行了改进[6~9],但仍需较多的迭代次数.

预测控制是近年来发展起来的一类新型控制方法,由于它采用预测模型、滚动优化和反馈校正等控制策略,因而控制效果好,适用于控制不易建立精确数学模型且比较复杂的过程.本文将预测控制思想引入混沌控制研究中,提出了基于预测控制的混沌系统参数微调控制方法,通过求解有约束的非线性规划问题来实现对控制参数的微调,将模型未知时的混沌运动稳定到系统的不稳定不动点处.与现有同类方法相比,本方法具有更快的响应性能,迭代次数大大减少,因而需要更短的控制时间就能实现混沌系统的镇定,同时,本方法能够对超混沌系统进行控制,并且算法简便,控制算法的收敛性和控制系统的稳定性能够保证.我们证明了控制算法的收敛性和控制系统的稳定性,仿真实验结果也证实了本控制方法的有效性.

* 收稿日期:2002-07-25

2　控制方法(Control method)

2.1　算法

考虑如下的混沌系统:

$$X(t+1) = F(X(t), \mu(t)) \qquad t = 1, 2, 3, \cdots\cdots \tag{1}$$

$X(t) = [X_1(t), X_2(t), \cdots, X_n(t)]^{\mathrm{T}}$ 是 t 时刻的状态向量,非线性映射 $F: R^n \times R^m \to R^n$ 是未知的光滑函数,$\mu(t) = [\mu_1(t), \mu_2(t), \cdots, \mu_m(t)]^{\mathrm{T}}$ 是 t 时刻系统的控制参数,设 $X_f(\mu_0)$ 代表参数为 μ_0 时系统(1)的一个不稳定不动点.控制问题可以描述为:对于一个模型未知的混沌系统,我们可以通过对控制参数 μ 进行微调使系统稳定到这个不动点处.

定义 $U = \mu - \mu_0$,取 U 为控制参数,式(1)变为

$$X(t+1) = F(X(t), U(t)) \qquad t = 1, 2, 3, \cdots\cdots \tag{2}$$

控制系统包括被控混沌系统、在线训练的带反馈校正的神经网络预测器和优化计算等部分.我们可以事先利用神经网络(如 RBF 网络)对未知的混沌系统(2)进行辨识,然后在控制系统进行工作时在线训练这个神经网络辨识器.设用神经网络(此处用 RBF 网络)辨识出的对应系统(2)的模型为 G,则系统的模型输出为:

$$\hat{X}(t+1) = G(X(t), U(t)) \tag{3}$$

当混沌系统满足

$$\| X(t) - X_f(\mu_0) \|_2 < \varepsilon \tag{4}$$

时便可以对控制参数 μ 进行微调,控制器传递一个控制信号到混沌系统,当(4)式不满足时,控制参数 μ 不进行微调,控制信号为零(此时 $\mu = \mu_0$),其中 ε 为一个正数,$\| U(t_k) \|_\infty \leqslant \mu^*$(即 $U(t_k)$ 中各元素绝对值的最大值小于或等于 μ^*),μ^* 为参数 μ 的允许最大调整范围,t_k 是控制次数为 k 时混沌系统的迭代次数.

令 $X(t_k)$ 是 t_k 时刻的 X 值,$t_k + 1$ 时刻的模型输出为:

$$\hat{X}(t_k+1) = G(X(t_k), U(t_k)) \tag{5}$$

考虑到模型有误差,引入偏差项 $X(t_k) - \hat{X}(t_k)$,得系统预测输出:

$$\hat{X}^p(t_k+1) = \hat{X}(t_k+1) + X(t_k) - \hat{X}(t_k) \tag{6}$$

控制器的目标函数为 $J(k)$.

$$J(k) = J_P(k) + \alpha J_U(k) \tag{7}$$

$$\begin{aligned} J_p(k) &= \frac{1}{2}[\hat{X}^p(t_k+1) - X_f(\mu_0)]^{\mathrm{T}} \cdot \\ &\quad [\hat{X}^p(t_k+1) - X_f(\mu_0)] \\ J_U(k) &= \frac{1}{2}[U(t_k) - U(t_k - 1)]^{\mathrm{T}} \cdot \\ &\quad [U(t_k) - U(t_k - 1)] \end{aligned} \tag{8}$$

其中 α 为控制增量的加权系数.优化计算是建立在上述预测输出基础上的,要获得最优控制律,需要求解有约束的非线性规划问题(可采用制约函数法),使式(7)所示的性能指标函数 $J \to \min$,同时约束条件为:$-\mu^* \leqslant U_i(t_k) \leqslant \mu^*$,$i = 1, 2, \cdots, m$.控制算法的收敛性和控制系统的稳定性的分析与证明见附录.

2.2　步骤

首先训练一个神经网络作为预测用的初始模型,将得出的权值作为预测模型的初始权值,然后进行在线训练(训练辨识器).

(1) 混沌系统按式(2)迭代一步(此时取 $U(t-1) = 0$),$X(t) = F(X(t-1), U(t-1))$;

(2) 如果 $\| X(t) - X_f(\mu_0) \|_2 < \varepsilon$ 成立,则转入步骤(3),否则转入步骤(6);

(3) 系统 $t_k + 1$ 时刻的预测值可由神经网络预测模型得到(按式(5)、式(6)).由于 $\hat{X}^p(t_k+1)$ 中包含有 $U(t_k)$ 项,所以先取初始值 $U(t_k) = U(t_{k-1})$,求解有约束的非线性规划问题,得到最优的 $U(t_k)$;

(4) 将得到的 $U(t_k)$ 送入混沌系统产生下一时刻的输出 $X(t_k+1)$;

(5) 训练一步辨识器(此时 $U(t_k)$ 取为用优化算法得到的 $U(t_k)$ 值,期望输出为 $X(t_k+1)$),然后令 $t \leftarrow t_k + 1$,回到步骤(2);

(6) 混沌系统按式(2)迭代一步(此时取 $U(t) = 0$);

(7) 训练一步辨识器(此时 $U(t)$ 取零),然后令 $t \leftarrow t+1$,回到步骤(2).

上述步骤重复进行,混沌轨道将被稳定在期望的不动点处.

3　仿真实验(Simulations)

$$\begin{aligned} X_1(t+1) &= a - X_1(t)^2 + bX_2(t) \\ X_2(t+1) &= X_1(t) \end{aligned} \tag{1}$$

其中 a 作为可调的控制参数,不动点为 $X_{1f} = X_{2f} = -\dfrac{1-b}{2} + \sqrt{\dfrac{(1-b)^2}{4} + a}$.

当 $a = a_0 = 0.98$, $b = 0.55$ 时,系统混沌且平衡

点为鞍点 ($X_{1f} = X_{2f} = 0.7902$) .应用本文方法对参数 a 进行微调,取参数的最大允许调整范围为 $\mu^* = 0.015$, $\varepsilon = 1.2$, $\alpha = 0.05$.控制结果见图 1 . 实验结果表明,混沌系统经过 35 次迭代,被控系统被较快地稳定在期望的不动点处,而 OGY 方法的迭代次数约为 11640 次[9] ,文献[9] 中的迭代次数约为 1200 次[9] .

(2) 对于上述例 1 中的混沌系统,当 $a = a_0 = 1.4$, $b = 0.3$ 时,系统也出现混沌现象,不稳定的不动点为 $X_{1f} = X_{2f} = 0.8839$.应用本文方法对参数 a 进行微调,取参数的最大允许调整范围为 $\mu^* = 0.018$, $\varepsilon = 1.1$, $\alpha = 0.05$.当混沌系统迭代 35 次时,被控系统被稳定在期望的不动点处,图 2 示出了对此系统的控制结果,而 OGY 方法大致需迭代 1000 步[2] .

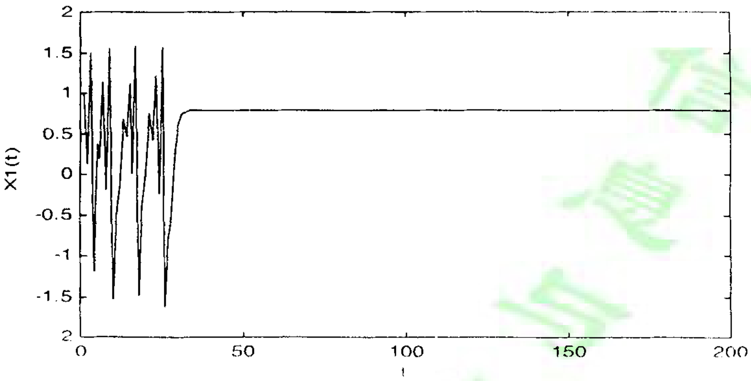

图 1 例 1 的控制结果

Fig .1 Control result of example 1

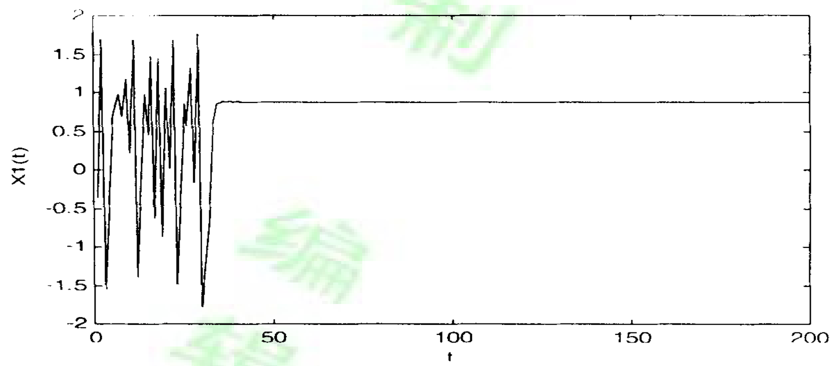

图 2 例 2 的控制结果

Fig .2 Control result of example 2

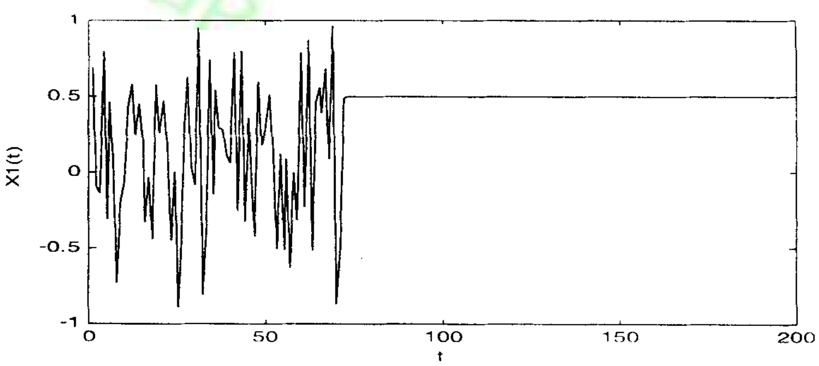

图 3 例 3 的控制结果

Fig .3 Control result of example 3

$$(3)\begin{vmatrix} X_1(t+1) \\ X_2(t+1) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1-2(X_1(t)^2+X_2(t)^2) \\ -4X_1(t)X_2(t) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} p \\ q \end{vmatrix}$$

将 p、q 作为可调的控制参数.此模型为超混沌模型,在此模型的不动点处,其 Jacobian 矩阵的所有特征值的模都大于 1 .对于这种混沌系统,OGY 方法不能对其进行控制.我们用本文提出的方法对该系统进行了控制,得到了较好的控制效果.我们选取此系统在 $p=q=0$ 时的一个不稳定不动点 $X_{1f}=0.5$, $X_{2f}=0$ 作为期望的不动点,选取 $\mu^*=0.015$, $\varepsilon=0.9$, $\alpha=0.1$,当混沌系统的迭代次数为 72 次时,被控系统被稳定在指定的不动点处,控制结果见图 3 .

4 结语(Conclusions)

本文提出了基于预测控制的混沌系统参数微调控制方法,通过求解有约束的非线性规划问题来实现对控制参数的微调,将模型未知时的混沌运动稳定到系统的不稳定不动点处.本方法需要更短的控制时间就能实现混沌系统的镇定,并能够控制超混沌系统,算法简便,控制算法的收敛性和控制系统的稳定性能够保证,仿真实验表明本文方法的有效性.

附录:控制算法的收敛性和控制系统的稳定性的分析与证明(Appendix: Analysis and proof of convergence of the control algorithm and the stability of the control system)

控制器的目标函数为 $J(k)$.

$$J(k) = J_P(k) + \alpha J_U(k) \tag{A1}$$

$$J_p(k) = \frac{1}{2}[\hat{X}^p(t_k+1) - X_f(\mu_0)]^{\mathrm{T}} \cdot [\hat{X}^p(t_k+1) - X_f(\mu_0)]$$

$$J_U(k) = \frac{1}{2}[U(t_k) - U(t_k-1)]^{\mathrm{T}} \cdot [U(t_k) - U(t_k-1)] \tag{A2}$$

约束条件为: $-\mu^* \leqslant U_i(t_k) \leqslant \mu^*$, $i=1,2,\cdots,m$.

约束条件等价为: $g_{i1} = U_i(t_k)+\mu^* \geqslant 0$, $g_{i2} = -U_i(t_k)+\mu^* \geqslant 0$, $i=1,2,\cdots,m$.

加入障碍函数后,目标函数变为:

$$P(r_n) = J + r_n\sum_{i=1}^{m}[\frac{1}{g_{i1}}+\frac{1}{g_{i2}}] \tag{A3}$$

$$\frac{\partial p}{\partial U} = Q^{\mathrm{T}}e(t_k+1) + \alpha\Delta U(t_k) + r_n s$$

其中: $Q = \left.\frac{\partial G}{\partial U}\right|_{U=U(t_k)} \in R^{n\times m}$.

$$e(t_k+1) = \hat{X}^p(t_k+1) - X_f(\mu_0)$$

$$\Delta U(t_k) = U(t_k) - U(t_k-1)$$

$r_n>0$ 为障碍因子.

$$S = \begin{vmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_m \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{g_{12}^2}-\frac{1}{g_{11}^2} \\ \frac{1}{g_{22}^2}-\frac{1}{g_{21}^2} \\ \vdots \\ \frac{1}{g_{m2}^2}-\frac{1}{g_{m1}^2} \end{vmatrix} \tag{A4}$$

令 $\frac{\partial G}{\partial U}=0$

得: $Q^{\mathrm{T}}e(t_k+1) = -\alpha\Delta U(t_k) - r_n S$ (A5)

令目标函数 J 对 k 求偏导,可得:

$$\frac{\partial J}{\partial k} = [\frac{\partial U(t_k)}{\partial k}]^{\mathrm{T}}[\frac{\partial e(t_k+1)}{\partial U(t_k)}]^{\mathrm{T}}e(t_k+1) + \alpha[\frac{\partial U(t_k)}{\partial k}]^{\mathrm{T}}\Delta U(t_k) = [\frac{\partial U(t_k)}{\partial k}]^{\mathrm{T}}Q^{\mathrm{T}}e(t_k+1) + \alpha[\frac{\partial U(t_k)}{\partial k}]^{\mathrm{T}}\Delta U(t_k)$$

近似地,有[10]:

$$\frac{\Delta J}{\Delta k} = \frac{(\Delta U(t_k))^{\mathrm{T}}}{\Delta k}Q^{\mathrm{T}}e(t_k+1) + \alpha\frac{(\Delta U(t_k))^{\mathrm{T}}}{\Delta k}\Delta U(t_k)$$

由式(A5)和式(A4),得:

$$\Delta J = -r_n(\Delta U(t_k))^{\mathrm{T}}S = -4r_n\mu^*(\Delta U(t_k))^{\mathrm{T}}AU(t_k) \tag{A6}$$

其中:

$$A = \begin{vmatrix} \frac{1}{g_{12}^2 g_{11}^2} & & & 0 \\ & \frac{1}{g_{22}^2 g_{21}^2} & & \\ & & \cdots & \\ 0 & & & \frac{1}{g_{m2}^2 g_{m1}^2} \end{vmatrix}$$

若要 $\Delta J \leqslant 0$,则需 $(\Delta U(t_k))^{\mathrm{T}}AU(t_k) \geqslant 0$.

令 $g_0 = \max\{g_{12}^2 g_{11}^2, g_{22}^2 g_{21}^2, \cdots, g_{m2}^2 g_{m1}^2\}$,

当 $(\Delta U(t_k))^{\mathrm{T}}AU(t_k) \geqslant 0$ 时,

$$(\Delta U(t_k))^{\mathrm{T}}AU(t_k) \geqslant (\Delta U(t_k))^{\mathrm{T}}(1/g_0)IU(t_k) = (1/g_0)(\Delta U(t_k))^{\mathrm{T}}U(t_k)$$

∵ r_n 是障碍因子, $r_n>0$, $\mu^*>0$, $g_0>0$

∴ 当 $(\Delta U(t_k))^{\mathrm{T}}U(t_k) \geqslant 0$ 时,即: $U(t_k)^{\mathrm{T}}U(t_k) \geqslant U(t_k-1)^{\mathrm{T}}U(t_k)$ 时, $\Delta J \leqslant 0$

即当 $U(t_k)^{\mathrm{T}}U(t_k) \geqslant U(t_k-1)^{\mathrm{T}}U(t_k)$ 时控制算法收敛.大量仿真实验表明,一般条件下,此条件可以满足.

下面分析控制系统的稳定性,设 Lyapunov 函数为:

$$V = e(t_k+1)^{\mathrm{T}}e(t_k+1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial k} = 2[\frac{\partial U(t_k)}{\partial k}]^{\mathrm{T}}Q^{\mathrm{T}}e(t_k+1)$$

近似地,有: $\Delta V = 2(\Delta U(t_k))^{\mathrm{T}}Q^{\mathrm{T}}e(t_k+1)$

由式(A5)得:

$$\Delta V = -2\alpha(\Delta U(t_k))^T \Delta U(t_k) - 2r_n(\Delta U(t_k))^T S = \Delta V_1 + \Delta V_2$$

其中:

$$\Delta V_1 = -2\alpha(\Delta U(t_k))^T \Delta U(t_k)$$

$$\Delta V_2 = -2r_n(\Delta U(t_k))^T S$$

当 $\Delta V_1 \leqslant 0$ 且 $\Delta V_2 \leqslant 0$, 即

$\alpha > 0$ 且 $U(t_k)^T U(t_k) \geqslant U(t_{k-1})^T U(t_k)$ 时, $\Delta V \leqslant 0$

即当 $\alpha > 0$ 且 $U(t_k)^T U(t_k) \geqslant U(t_{k-1})^T U(t_k)$ 时,控制系统稳定.

参 考 文 献 (References)

[1] Chen G, Chen G R, *et al*. Feedback control of unknown chaotic dynamical systems based on time series data [J]. IEEE Trans. Circuits & Systems-Ⅰ: Fundamental Theory & Applications, 1999, **46**(5): 640~644.

[2] Ott E, Crebogi C, Yorke J A. Controlling chaos [J]. Phys. Rev. Lett., 1990, **64**(11): 1196~1199.

[3] Tian Y C, Gao F R. Adaptive control of chaotic continuous-time system with delay [J]. Physica D, 1998, 117: 1~12.

[4] Gora P, Boyarsky A. A new approach to controlling chaotic systems [J]. Physica D, 1998, 111: 1~15.

[5] Chen L, Chen G R. Fuzzy modeling, prediction and control of uncertain chaotic systems based on time series [J]. IEEE Trans. Circuits & Systems-Ⅰ: Fundamental Theory & Applications, 2000, **47**(10): 1527~1531.

[6] Epureanu B I, Dowell E H. Optimal multi-dimensional OGY controller [J]. Physica D, 2000, 139: 87~96.

[7] Epureanu B I, Dowell E H. On the optimality of the OGY Control scheme [J]. Physica D, 1998, 116:1~7.

[8] Xu D, Bishop S R. Self-locating control of chaotic systems using Newton algorithm [J]. Phys. Rev. A, 1996, 210: 273~278.

[9] 刘 锋, 穆肇骊, 蔡远利, 等.一类混沌系统的非线性反馈控制 [J].控制与决策, 2000, **15**(1): 15~18.

[10] Tan Y H, Achiel Van C. Nonlinear one-step-ahead control using neural networks: control strategy and stability design [J]. Automatica, 1996, **32**(12): 1701~1706.

作者简介

李冬梅(1963-),女,博士生.主要从事神经网络,混沌系统的建模、预测与控制,以及信息管理领域的研究工作.

王正欧(1938-),男,博士生导师.主要从事神经网络,系统辨识和建模、系统优化和控制及信息管理领域的研究工作.

(上接第 425 页)

参 考 文 献 (References)

[1] Horkawa S, Furuhashi T, Uchikawk Y. On fuzzy modeling using fuzzy neural networks with the back-propagation algorithm [J]. IEEE Trans. on Neural Networks, 1992, **3**(5): 801~806.

[2] Jang J R. Self-learning fuzzy controllers based on temporal back propagation [J]. IEEE Trans. on Neural Networks, 1992, **48**(1): 53~46.

[3] Lim M H, Rahardja S, Gwee B H. A GA paradigm for learning fuzzy rules [J]. Fuzzy and Systems, 1996, 82: 177~186.

[4] Li R H, Zhang Yi. Fuzzy logic controller based on genetic algorithms [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 83: 1~10.

[5] Setnes M, Roubos H. GA-fuzzy modeling and classification: complexity and performance [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2000, **8**(5): 509~522.

[6] 邹 恩,李祥飞,陈建国.混沌控制及其优化应用 [M].长沙:国防科技大学出版社, 2002. 207~216.

[7] Hu B, George K I M, Gosine R G. New methodology for analytical and optimal design of fuzzy PID controller [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 1999, **7**(5): 521~538.

[8] 钱富才,费楚红,万百五.利用混沌搜索全局最优的一种混合算法 [J].信息与控制, 1998, **27**(3): 232~235

作者简介

邹 恩(1956-),女,博士生,教授.研究领域为神经网络、混沌优化控制..

李祥飞(1969-),男,博士生.研究领域为神经网络、混沌优化、最优控制.

张泰山(1940-),男,教授,博士生导师.研究领域为模糊控制、神经网络、混沌控制与优化.