

Fourier 变换光谱仪信噪比测量方法研究*

相里斌¹, 袁艳²

(1 中国科学院西安光学精密机械研究所, 西安 710068)

(2 北京航空航天大学, 北京 100083)

摘 要:对一种测量计算 Fourier 变换光谱仪信噪比的方法进行了修正. 讨论了该方法与传统信噪比测量方法之间的关系, 发现采用本修正方法计算的信噪比较传统方法计算的信噪比高约 1.5 倍, 并通过计算机模拟和理论分析给予证明. 讨论了 Fourier 变换光谱仪的主要误差源, 特别提出在设计 Fourier 变换光谱仪时, 为了避免零光程差采样位置的变化引起的复原光谱强度失真, 采样频率应适当高于 Nyquist 频率.

关键词: Fourier 变换光谱仪; 信噪比; 测量

中图分类号: TP731

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2007)06-1110-5

0 引言

Fourier 变换光谱仪一般指通过两束入射光之间的干涉关系来反演入射光谱的技术. Albert A. Michelson 在 1880 年提出了这种方法, 并获得 Nobel 奖. 上世纪 60 年代, 随着计算机技术的迅猛发展, Fourier 变换光谱技术得到了广泛的重视和应用, 之后又出现了成像光谱技术的概念, 使 Fourier 变换光谱技术成为光学探测仪器发展史上的一次重大飞跃^[1].

Fourier 变换光谱技术现已演化出许多种形式, 包括时间调制型、空间调制型、时空联合调制型、外差型等等, 而各自在不同的应用领域中也发挥着十分重要的作用, 国外已形成了许多系列产品. 在我国, 不少单位也在研制 Fourier 变换光谱仪, 主要应用于分析化学、大气探测、对地遥感等方面. 随着这项技术的实用化, 对各种关键技术指标的定义与检测方法的研究也越来越重要.

信噪比作为传感器的一项重要技术指标, 一直是用户非常关心的, 它直接关系着仪器的使用场合和效果^[2].

本文在简要介绍 Fourier 变换光谱仪基本原理之后, 给出其信噪比的严格定义, 并提出一种实用的信噪比测量方法, 通过计算机模拟给出了本文方法与传统方法之间的关系, 并从误差理论角度出发, 通过理论推导, 证明了本文结论的合理性.

1 Fourier 变换光谱仪原理

典型的基于 Michelson 干涉仪的 Fourier 变换

光谱仪原理如图 1.

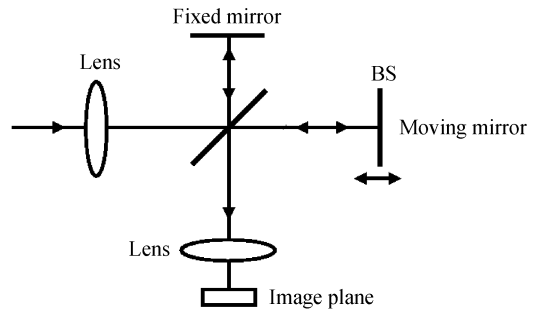


图 1 Fourier 变换光谱仪基本原理

Fig. 1 Principle of Fourier transform spectrometer based on Michelson interferometer

图中, BS 是分束镜, 光线经过分束镜后, 一部分被反射到定镜 (Fixed Mirror) 上, 由定镜反射后通过分束镜传向探测器; 另一部分透过分束镜到动镜 (Moving Mirror), 经动镜反射后传向探测器, 两部分光在探测器上相遇发生干涉. 由动镜的往复运动产生光程差, 干涉强度随之变化形成干涉图, 这是 Fourier 变换光谱仪获得的原始数据, 经过预处理和 Fourier 变换, 可以得到目标的光谱信息.

干涉图一般表达式为

$$I(x) = \int_{\nu_1}^{\nu_2} B(\nu) e^{i2\pi\nu x} d\nu \quad (1)$$

式中 $B(\nu)$ 是入射光谱, ν 是波数 (即波长的倒数), x 是光程差.

复原光谱的表达式为

$$B(\nu) = \int_{-L}^L I(x) e^{-i2\pi\nu x} dx \quad (2)$$

式中 L 是最大光程差. 现实世界中, 由于光谱是实数, 因此, 复原光谱是干涉图 Fourier 变换的模.

2 Fourier 变换光谱仪的信噪比

信噪比的直接定义是信号与噪音的比率.

* 国家自然科学基金 (60532070) 资助

Tel: 029-8887626 Email: xiangli@opt.cn

收稿日期: 2006-09-19

关于 Fourier 变换光谱仪信噪比的具体定义有多种,主要区别在于如何描述信号和噪音.对于各种定义信噪比的计算,也有其相应的方法^[3-5].

根据文献[2],Fourier 变换光谱仪的信噪比采用式(3)计算

$$N(\nu) = 1 - \frac{T_a(\nu)}{T_b(\nu)} \quad (3)$$

式中, $T_a(\nu)$ 和 $T_b(\nu)$ 分别是同一仪器两次测量获得的复原光谱.若定义其均方根(Root-Mean-Square)为

$$N_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n N(\nu_i)^2} \quad (4)$$

那么,信噪比计算公式为

$$\text{SNR} = \frac{1}{N_{\text{rms}}} \quad (5)$$

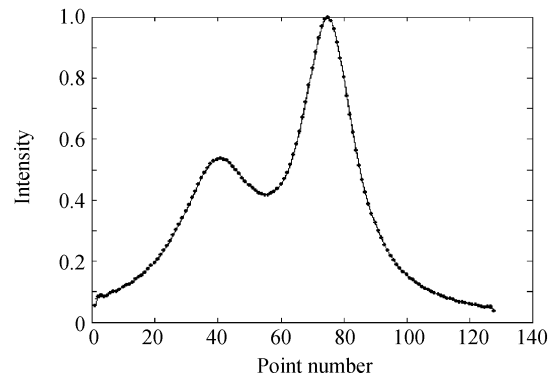
本文对这一计算公式进行修正,将得到更加合理的信噪比计算结果.定义 $T_b(\nu)$ 是针对同一稳定目标源 m 次测量结果的均值,根据实际经验,一般情况下取 $m \geq 50$.

这两个看似一致的定义,实际上有大约 1.5 倍的差别,后面将进行讨论.

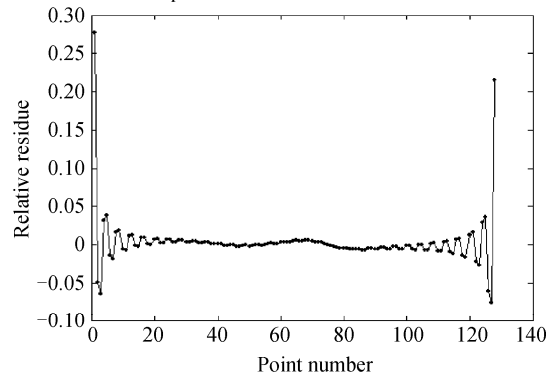
为什么不采用另外一个更直接的定义?即设 $T_b(\nu)$ 为真实的光谱、 $T_a(\nu)$ 是测量光谱.原因是由于 Fourier 变换光谱仪的光程差有限,复原光谱中存在 Gibbs 振荡现象,如采用真实光谱进行计算,Gibbs 振荡与真实光谱的偏差也会被当作噪音,但实际上它们是两个概念.

从图 2 给出的计算机模拟结果可知,当 $T_b(\nu)$ 为假设的真实光谱、 $T_a(\nu)$ 是测量光谱,即使输入噪音为零,采用式(3)至式(5)计算得到复原光谱的信噪比也仅为 29,这就是 Fourier 变换光谱仪复原光谱中存在的 Gibbs 振荡与真实光谱之间的差异引起的.图 2(a)是原始光谱与复原光谱,由于噪音为零,人眼观察到的复原光谱线与原始光谱线基本重合;图 2(b)是复原谱与原始谱的相对残差曲线,也就是复原谱中的 Gibbs 振荡成份.一般情况下,Gibbs 振荡可以通过切趾函数大大减小,但仪器的分辨率也相应降低.

当 $T_b(\nu)$ 也是通过同一仪器测量得到的相同分辨率的复原光谱时,Gibbs 振荡的影响可以基本消除.当复原光谱中随机噪音为主时,通过 m 次测量并将复原光谱进行平均后,复原光谱中的随机噪音大大减小,可视为不含随机噪音的“理想”谱线来计算信噪比,但它中间包含的 Gibbs 振荡的成份正好抵消测量光谱中的 Gibbs 振荡,从而得到真实、合理的信噪比值.



(a)The recovered spectrum and the original spectrum are almost the same



(b)The enlarged residue between the recovered spectrum and the original spectrum

图 2 复原光谱的 Gibbs 振荡现象

Fig. 2 Gibbs ring in the recovered spectrum

上述计算方法不能被盲目使用,最好在与仪器应用环境、工作状态相同的条件下测量仪器的信噪比.同时,如果在测量光谱范围内有部分谱线的辐射强度很弱,或没有人们关心的特征谱,这部分可不计入信噪比测量范围.

3 信噪比测量方法与计算机模拟

根据上一节的分析,提出 Fourier 变换光谱仪信噪比的实际测量方法,前提是仪器研制已经完成,包括硬件和软件,因为即使是算法的改变也会影响信噪比的计算结果;此外,测量时仪器的工作状态要与实际使用时的状态相同,比如温度、曝光时间、数据量化等级等.

选择一个谱线尽可能均匀的稳定光源,如太阳光、太阳模拟器与积分球结合等,使用研制的 Fourier 变换光谱仪对其光谱进行连续测量,比如 $m=100$,求出复原光谱并进行平均得到 $T_b(\nu)$.然后,对同一目标测量 1 次获得 $T_a(\nu)$,采用前述方法计算信噪比.通过多次测量得到一组信噪比,其平均值即可作为仪器的信噪比指标.

图 3 给出一组计算机模拟的结果,光谱范围是 $0.45 \sim 0.9 \mu\text{m}$,谱段数 128,干涉图为双边采样,共 512 采样点.图 3(a)是干涉图信噪比(同样采用式

(3)至(5)计算,将光谱更换为干涉图即可)为 84,复原光谱信噪比为 33;图 3(b)是干涉图信噪比为 420,复原光谱信噪比为 170.图中,点划线为 $T_a(\nu)$,虚线为 $T_b(\nu)$,实线为假设的原始光谱.可以看出,随着信噪比的增加, $T_a(\nu)$ 和 $T_b(\nu)$ 逐渐趋于重合, $T_b(\nu)$ 与原始光谱之间的差异是 Gibbs 振荡.

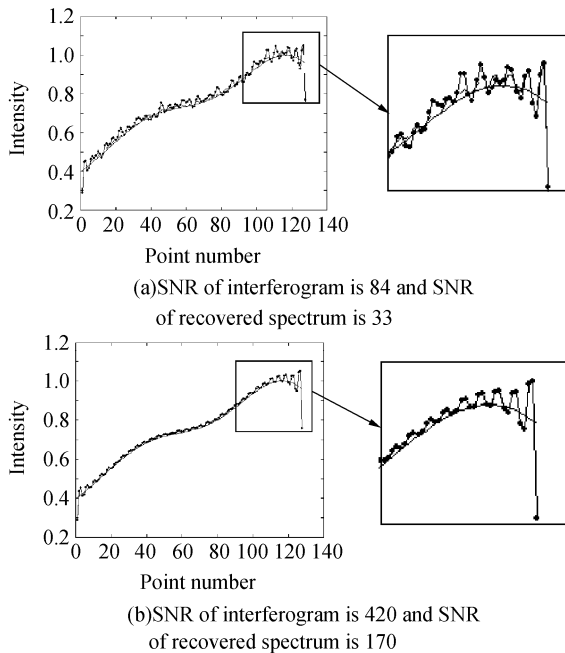


图 3 不同信噪比情况下的复原光谱

Fig. 3 The recovered spectrum under different SNRs

下面研究文献[2]定义的方法与本文方法的区别.同样,通过计算机模拟的方法来进行比较,从图 4 可以看出,利用本文方法测量的信噪比比文献[2]提出的方法高约 1.5 倍.

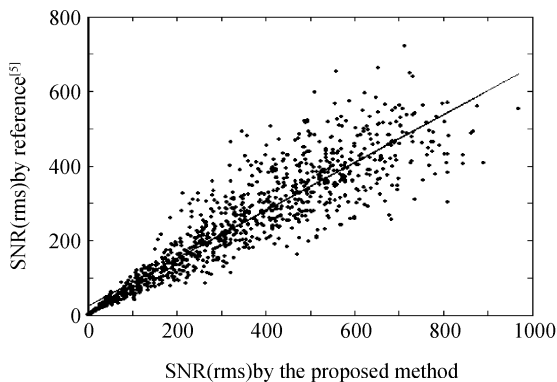


图 4 两种方法复原光谱信噪比的关系

Fig. 4 Relationship of the SNRs between the method proposed by reference[2]

事实上,两种方法的根本区别在于,本文方法是基于对测量值与较大样本均值之间的比较进行运算的,而文献[2]是两次测量值之间的比较.

设文献[2]定义的信噪比为 SNR' ,本文定义的信噪比为 SNR ,根据式(3)、(4)、(5)可以得到

$$SNR' = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n N(\nu_i)^2}} = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{T_b(\nu_i) - T_a(\nu_i)}{T_b(\nu_i)} \right)^2}} \approx \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{T_b(\nu_i) - \bar{T}(\nu_i)}{\bar{T}(\nu_i)} \right)^2}} \quad (6)$$

$$SNR = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n N(\nu_i)^2}} = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{T_b(\nu_i) - \bar{T}(\nu_i)}{\bar{T}(\nu_i)} \right)^2}} \quad (7)$$

式中, $\bar{T}(\nu)$ 为 m 次观测的均值.进一步计算,可得到

$$SNR' = \sqrt{n} / \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{T_b(\nu_i) - \bar{T}(\nu_i)}{\bar{T}(\nu_i)} \right)^2 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{T_a(\nu_i) - \bar{T}(\nu_i)}{\bar{T}(\nu_i)} \right)^2 - 2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{T_b(\nu_i) - \bar{T}(\nu_i)}{\bar{T}(\nu_i)} \right) \left(\frac{T_a(\nu_i) - \bar{T}(\nu_i)}{\bar{T}(\nu_i)} \right) \right]^{1/2}$$

根据误差理论^[6]有

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{T_b(\nu_i) - \bar{T}(\nu_i)}{\bar{T}(\nu_i)} \right) \left(\frac{T_a(\nu_i) - \bar{T}(\nu_i)}{\bar{T}(\nu_i)} \right) \approx 0$$

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{T_b(\nu_i) - \bar{T}(\nu_i)}{\bar{T}(\nu_i)} \right)^2 \approx \sum_{i=1}^n \left(\frac{T_a(\nu_i) - \bar{T}(\nu_i)}{\bar{T}(\nu_i)} \right)^2$$

因此

$$SNR' = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{T_b(\nu_i) - \bar{T}(\nu_i)}{\bar{T}(\nu_i)} \right)^2}} = \frac{SNR}{\sqrt{2}} \quad (8)$$

这正好与本文得到的结论相符.因此,采用本文方法在测量计算 Fourier 变换光谱仪信噪比时将得到比文献[2]高约 $\sqrt{2}$ 倍的结果.

4 Fourier 变换光谱仪的主要噪音源

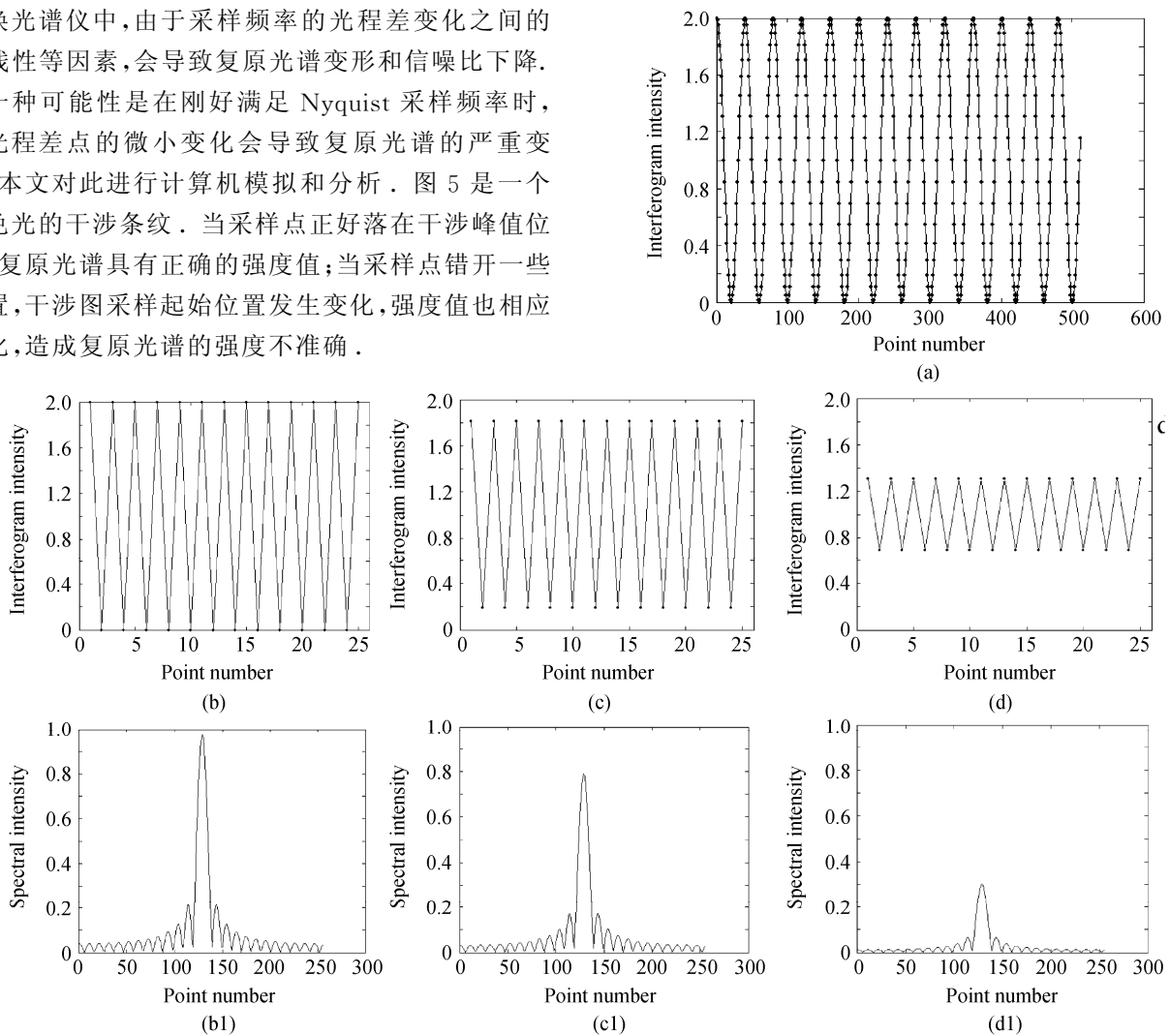
Fourier 变换光谱仪的噪音来源十分复杂,主要的有探测器噪音、数字量化噪音、干涉图采样误差、运动部件误差等等.

探测器在工作时会带来噪音,包括读出偏置噪音(Bias),它与曝光时间无关,是加性噪音;暗电平噪音也是加性噪音,与探测器曝光时间、工作温度有关,实际上是一种热噪音;在光子受限的探测中(如可见光),光子噪音是影响较大的一种噪音,甚至决定了仪器的信噪比;在探测器受限的探测中(如红外),Fourier 变换光谱仪由于多通道和高通量优点,能够提高仪器信噪比.对探测器噪音的分析和修正,作者将另文专述.

数字量化噪音是在信号进行 A/D 转换时带来的,它不依赖于入射光强而变化,A/D 变换会带来 ± 0.5 LSB 的随机噪音.

干涉图采样误差更多发生在时间调制 Fourier

变换光谱仪中,由于采样频率的光程差变化之间的非线性等因素,会导致复原光谱变形和信噪比下降.另一种可能性是在刚好满足 Nyquist 采样频率时,零光程差的微小变化会导致复原光谱的严重变形,本文对此进行计算机模拟和分析.图 5 是一个单色光的干涉条纹.当采样点正好落在干涉峰值位置,复原光谱具有正确的强度值;当采样点错开一些位置,干涉图采样起始位置发生变化,强度值也相应变化,造成复原光谱的强度不准确.



(a) The over sampled interferogram; (b) to (d) The degradation of magnitude with the Nyquist sampling frequency; (b1) to (d1) The corresponding recovered spectra from the interferogram (b) to (d)

图 5 采样频率不足造成的光谱强度失真

Fig. 5 Degradation of magnitude accuracy due to limited sampling frequency

因此,建议,在设计 Fourier 变换光谱仪时,采样频率应适当高于 Nyquist 频率.运动部件带来的误差在时间调制 Fourier 变换光谱仪中是很难避免的,尽管人们考虑了许多方案,但由于运动中存在的微量抖动,还是会给干涉图引入误差,从而影响复原光谱.这类误差通常与通光孔径的形状和大小相关^[7],是总体设计时必须考虑的.

5 结论

本文对一种测量计算 Fourier 变换光谱仪信噪比的方法进行了修正,通过对相关物理概念的深入分析,说明了修正的合理性,通过计算机模拟和理论推导,证明了修正的正确性.讨论了 Fourier 变换光谱仪的主要误差来源,提出在设计 Fourier 变换光谱仪时,为了避免干涉图采样点位置的变化引起的复原光谱强度失真,采样频率应适当高于 Nyquist 频率.

参考文献

- [1] BELL R J. Introductory Fourier transform spectroscopy[M]. Beijing: Academic Press, 1972: 18.
- [2] SAPTARI V. Fourier-transform spectroscopy instrumentation engineering[M]. Bellingham: SPIE Press, 2004: 12.
- [3] CURRAN P J, DUNGAN J. Estimation of signal-to-noise: a new procedure applied to aviris data[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing*, 1989, **27**(5): 620-628.
- [4] GAO Bo-cai. An operational method for estimating signal to noise ratios from data acquired with imaging spectrometers[J]. *Remote Sensing Environment*, 1993, **43**: 23-33.
- [5] TREFFERS R R. Signal-to-noise ratio in Fourier spectroscopy [J]. *Applied Optics*, 1997, **16**(12): 3103.
- [6] Editorial group of Mathematics hand book. Mathematics hand book[M]. Beijing: High Education Press, 1979: 879-883. 《数学手册》编写组. 数学手册[M]. 北京: 高等教育出版社, 1979: 879-883.
- [7] XIANG-LI Bin, YANG Jian-feng, GAO Zhan, et al. On the tolerance of the mirror tilting in Fourier transform interferometer[J]. *Acta Photonica Sinica*, 1997, **26**(2): 132-135. 相里斌, 杨建峰, 高瞻, 等. 干涉光谱仪动镜倾斜误差容限分析 [J]. *光子学报*, 1997, **26**(2): 132-135.

Measurement of the SNR of Fourier Transform Spectrometers

XIANG-LI Bin¹, YUAN Yan²

(1 *Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics of CAS, Xi'an 710068, China*)

(2 *School of Instrument Science and Optical Engineering, Beihang University, Beijing 100083, China*)

Received date: 2006-09-19

Abstract: A novel method for measuring and calculating the signal to noise ratio of the Fourier transform spectrometer is presented. The relationship between the method proposed and the traditional one is discussed. It is found and proved that the SNR calculated by the proposed method is about 1.5 times higher than the SNR introduced in reference. Different types of noises are introduced and the conclusion that in order to avoid the error of the magnitude of the recovered spectrum the sampling frequency of the interferogram should be higher than the Nyquist frequency is drawn.

Key words: Fourier transform spectrometer; Signal to noise ratio; Measurement



XIANG-LI bin was born in March, 1967, Xi'an. He graduated from University of Science and Technology of China in 1990, and received the Ph. D. degree of Optics in 1995. From 1999 to 2005, he was the director of Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics of CAS and then the director of the Bureau of High Technology Research and Development. Now, He is the president of the Xi'an Branch of CAS. His present research activities focus on imaging Fourier transform spectroscopy and space optics. He has published more than 110 papers.