

# 飞秒激光光镊横向光学力的理论分析\*

毛方林 邢岐荣 王 锴 郎利影 李术新 柴 路 王清月

(天津大学精仪学院超快激光研究室, 光电信息技术科学教育部重点实验室, 天津 300072)

**摘 要** 旨在将飞秒激光脉冲序列视为对连续光的周期抽样结果, 分析飞秒激光脉冲序列作为光镊光源捕获电介质微粒时产生的横向光学力, 并给出受光微粒所受横向光学势阱力的理论模型及计算公式. 数值计算结果表明, 飞秒激光脉冲所产生的横向光学力能抵消由于布朗运动引起的微粒中心偏移的影响, 实现对微粒的稳定束缚.

**关键词** 激光技术; 飞秒激光; 光镊; 横向光学力

**中图分类号** TN241 **文献标识码** A

## 0 引言

目前, 光镊已成为捕获和操纵微米尺度微粒和生物细胞的有效手段<sup>[1]</sup>. 光镊和激光微手术刀结合, 成功地对细胞进行外科手术<sup>[2]</sup>. 为了研究光镊对被捕获细胞的热效应和损伤阈值, 人们曾分别采用斩波<sup>[3]</sup> (time-sharing) 的 CW 激光, 长脉冲 (200  $\mu\text{s}$ )<sup>[4]</sup> 激光及调 Q 脉冲激光<sup>[5]</sup> 为光镊光源, 并实现对单细胞的成功捕获. 但实验结果似乎显示, 脉冲激光光镊易损伤被捕获的细胞. 在相同的平均功率作用下, 对于只有飞升 (femtoliter) 体积的细胞, 考虑到细胞的热弛豫时间, 即便是 100 ns 的激光脉冲, 也可看作是高功率准连续激光, 因此这种脉冲激光对被捕获的细胞必然有相当的损伤.

飞秒激光是一种发展很成功的超短脉冲激光, 并有其独特的应用优势<sup>[6,7]</sup>. 目前可获得的最短光脉冲小于 5 fs<sup>[8]</sup>. 相对于纳秒或皮秒激光脉冲, 很小单脉冲能量的飞秒激光脉冲, 便有很高的峰值功率和极短的脉冲持续时间. 因此飞秒激光作用于生物组织时几乎不伤及周围区域, 因而具有极高的空间分辨率<sup>[9]</sup>. 采用飞秒激光脉冲对细胞膜打孔的方法进行转基因, 成功率极高并且不伤及被操作的细胞<sup>[10]</sup>. 最近的研究结果表明, 生物学过程中存在超快过程<sup>[11]</sup>, 利用飞秒激光进行生物学领域超快现象的研究, 可获得极高的时间分辨. 鉴于飞秒激光在生物学研究领域所显示出的光明前景, 我们提出以飞秒激光为光镊光源的设想<sup>[12]</sup>. 以此为工具, 人们

将可能在飞秒级水平上研究单个细胞中的生物超快现象.

与连续光光镊不同, 在飞秒激光光镊中, 作用于被捕获微粒上的光学梯度力是脉冲式的, 即只有在飞秒激光脉冲持续时间内, 微粒才受光学梯度力束缚. 在相继两个光脉冲之间, 微粒不受光学梯度力作用, 但受到布朗运动惯性力的作用; 在此期间, 由于布朗运动, 微粒将有微小偏移, 下一个飞秒光脉冲的作用是否能将偏移的微粒重新拖回束缚位置, 这是飞秒激光光镊能否稳定捕获微粒的关键. 为此就要分析飞秒激光产生的横向光学梯度力的大小和性质, 并讨论光学梯度力与布朗运动力的相互作用. 对于连续光镊的轴向光学梯度力已有详细讨论, 但对于横向光学梯度力的讨论不够详尽或不够准确<sup>[13-15]</sup>. 本文将飞秒激光脉冲看作是对连续光的周期采样, 借用连续光光镊的分析方法, 给出被捕获微粒所受横向光学势阱力的理论模型及计算公式, 结合布朗运动方程, 从理论上分析了飞秒激光光镊稳定捕获微粒的可行性.

## 1 理论模型

设均匀透明球形电介质微粒自由悬浮于水中, 受 TEM<sub>00</sub> 模飞秒激光脉冲序列照射. 参数选取如下: 微粒半径  $\rho = 10 \mu\text{m}$ , 水的折射率  $n_w = 1.33$ , 微粒折射率  $n_p = 1.65$ . 飞秒激光中心波长  $\lambda = 800 \text{ nm}$ , 脉冲重复率为 100 MHz, 脉冲宽度  $t_{\text{FWHM}} = 50 \text{ fs}$ , 束腰半径为  $\omega_0$ , 单脉冲能量  $U = 0.1 \text{ nJ}$ . 由于微粒尺寸远大于入射光波长 ( $2\pi\rho/\lambda = 104.46$ ), 故可用几何光学的方法讨论问题.

如图 1(a) 所示, Z 轴为高斯光束光轴. 光束束腰位置  $O_1$  点的空间坐标为 (0, 0, 0). 微粒中心  $O_2$  点的 Z 轴方向坐标  $z_0 = 10.1 \mu\text{m}$ . 过  $O_2$  作光轴的垂线, 垂足为 O. 设  $OO_2 = \rho_0$ , 即被捕获微粒中心的横向位移为  $\rho_0$ . 以 O 点作为求解横向力的极坐标原

\*天津市重点基金资助(基金号:013800311)、教育部重点实验室访问学者资助、天津大学学科建设专项基金部分资助、国家重大基础研究专项经费部分资助(G1999075201)项目

Tel: 022-27404204 Email: maofanglin@163.com

收稿日期: 2003-09-24

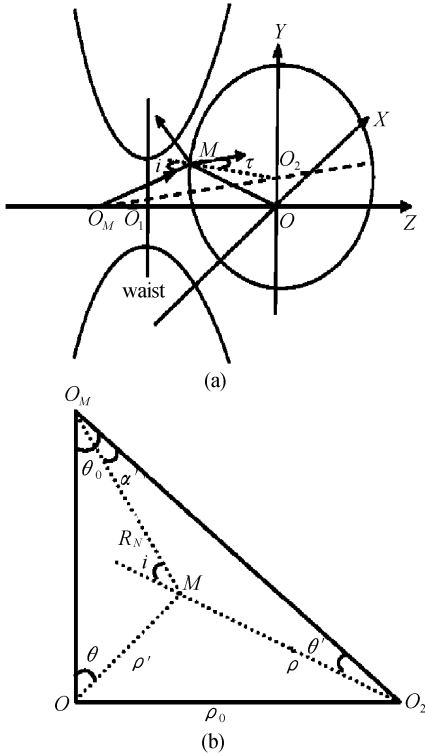


图1 入射光作用至球形微粒表面的几何模型

Fig. 1 The geometrical model of the incident light passing through a spherical particle

点,  $\theta$ 、 $\varphi$  为极坐标积分角.  $M(x_M, y_M, z_M)$  为微粒表面上任意受光点. 由几何光学方法可知, 入射至该点的光线均可看作从光轴上某点  $O_M$  发出的高斯光束的球面波<sup>[14]</sup>, 其曲率半径  $R_N$  满足

$$R_N = z_N + (\pi\omega_0^2/\lambda)^2/z_N \quad (1)$$

式中  $z_N$  为球面波波阵面与光轴相交点  $N$  的轴向坐标.  $M$  点处光斑半径

$$\omega_M = \omega_0 [1 + (\lambda z_M/\pi\omega_0^2)^2]^{1/2} \quad (2)$$

为便于分析, 我们考虑如图 1(b) 所示空间四面体, 其中各点分别与图 1(a) 对应, 各参数如图示, 由该图易知如下关系

$$z_M = z_0 - \rho \cos \theta \quad (3)$$

$$\tan \theta_0 = \rho_0 / (z_0 + R_N - z_M) \quad (4)$$

$$R_N^2 = \rho^2 + (\rho_0 \cot \theta_0)^2 - 2\rho'\rho_0 \cot \theta_0 \cos \theta \quad (5)$$

$$x_M = \rho' \sin \theta \sin \varphi \quad (6)$$

$$x_M^2 = R_N^2 - (R_N - z_N + z_M)^2 \quad (7)$$

光线入射角  $i$  满足

$$i = \alpha' + \theta' \quad (8)$$

式中  $\alpha'$ 、 $\theta'$  分别由下式给出

$$\rho \cos \theta' = \rho' \cos \theta \cos \theta_0 + (\rho_0 - \rho' \sin \theta \sin \varphi) \cdot \sin \theta_0 \quad (9)$$

$$R_N \sin \alpha' = \rho \sin \theta' \quad (10)$$

由 Snell 定律, 可得折射角  $\tau$

$$n_p \sin \tau = n_w \sin i \quad (11)$$

单色、自然偏振的 TEM<sub>00</sub> 高斯光束在球形微粒

表面的反射率  $R$  与折射率  $T$  分别为<sup>[15]</sup>

$$R = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin^2(i - \tau)}{\sin^2(i + \tau)} + \frac{\tan^2(i - \tau)}{\tan^2(i + \tau)} \right] \quad (12)$$

$$T = 1 - R \quad (13)$$

又入射光束聚焦点光强  $E_0^2$  满足

$$E_0^2 t_0 = \frac{4U\mu_0 c}{\omega_0^2 \pi n_b} \quad (14)$$

其中脉冲半宽度  $t_0$  与脉冲半极大全宽度  $t_{\text{FWHM}}$  存在如下关系

$$t_{\text{FWHM}} = 2(\ln 2)^{1/2} t_0 \quad (15)$$

若将飞秒激光脉冲序列看作是对连续激光的抽样结果, 那么  $t$  时刻入射到  $M$  点处光强  $E^2$  可表示为

$$E^2(x, y, z, t) = E_0^2 \exp(-2(x_M^2 + y_M^2)/\omega(z_M)^2) \cdot \exp(-(t - mT_1)^2/t_0^2) \quad (16)$$

式中  $m$  为抽样脉冲数目,  $T_1$  为脉冲间隔. 若把飞秒激光脉冲视为方形光脉冲, 又单位时间内物体动量的改变产生力, 于是飞秒激光作为光镊光源所产生的横向光学力为

$$F_y = P_y/t_0 \quad (17)$$

运用类似于求解轴向光学力的方法<sup>[13~15]</sup>, 设激光与被捕获粒子的作用时间为  $dt$ , 则所有入射到被捕获微粒表面的光线所产生的横向动量为

$$dP_y = - \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\theta_m} d\theta \frac{E^2 \cos i (\rho')^2}{2\mu_0 c^2} \sin \theta \cdot n_w^2 \{ [\sin \alpha' - R \sin(i + \theta') + T^2 \frac{\sin(i + \theta' - 2\tau) + R \sin(i + \theta')}{1 + R^2 + 2R \cos 2\tau}] \cdot \cos \theta_0 \sin \varphi + [\cos \alpha' + R \cos(i + \theta') - T^2 \frac{\cos(i + \theta' - 2\tau) + R \cos(i + \theta')}{1 + R^2 + 2R \cos 2\tau}] \sin \theta_0 \} dt \quad (18)$$

式中积分上限  $\theta_m$  为入射角  $i = \pi/2$  所对应的  $\theta$ .

## 2 计算结果

图 2 为飞秒激光脉冲峰值处被捕获微粒受到的横向光学力  $F_y$  与其中心偏移量的数值计算结果.

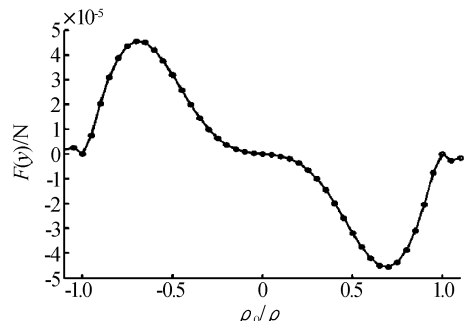


图2 飞秒激光脉冲产生的横向力  $F(y)$  与微粒中心横向偏移量相对值  $\text{Ratio} = \rho_0/\rho$  的关系 ( $Z_0 = 10.1 \mu\text{m}$ ,  $\omega_0 = 0.3 \mu\text{m}$ )

Fig. 2 The dependence of the lateral force  $F(y)$  applied by femtosecond pulses on  $\text{Ratio} = \rho_0/\rho$  ( $Z_0 = 10.1 \mu\text{m}$ ,  $\omega_0 = 0.3 \mu\text{m}$ )

由图可知,若微粒中心在  $y$  轴方向发生正向偏移,横向光学力为负;反之微粒中心负向偏移导致正的光学力. 总之飞秒脉冲所致光学力与微粒中心偏移方向相反并始终指向光轴,此即光学势阱. 当偏移量较大( $\rho_0/\rho > 1$ )时,由于作用于微粒表面的光强极其微弱,横向光学力迅速降至零值. 参考文献[13]中图9 结果表示,当被捕获微粒偏离光轴两倍半径时横向光学力为零,我们认为我们的计算结果与实际情形更符合.

功率一定时连续光产生的光学力不随时间变化;而由于飞秒光源脉冲特性,飞秒脉冲所致光学力与时间相关,其对应关系如图3所示. 图3(a)给出数个脉冲作用微粒产生的光学力示意图,可以看出光脉冲作用时刻微粒受横向光学力作用,而在光脉冲间隔内,横向光学力为零. 图3(b)表示单个脉冲宽度内横向光学力变化. 横向光学力与光强成正比,横向光学力最终呈钟形.

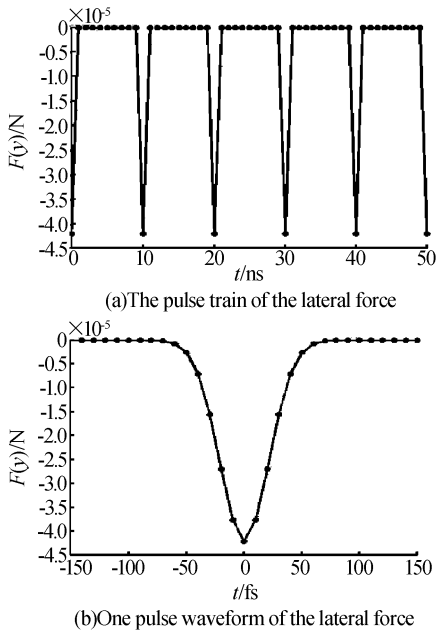


图3 飞秒激光脉冲产生的脉冲式横向光学梯度力( $\rho_0/\rho = 0.6$ ,  $Z_0 = 10.1 \mu\text{m}$ ,  $\omega_0 = 0.3 \mu\text{m}$ )

Fig. 3 The lateral force pulse  $F(y, t)$  applied by femtosecond laser pulses ( $\rho_0/\rho = 0.6$ ,  $Z_0 = 10.1 \mu\text{m}$ ,  $\omega_0 = 0.3 \mu\text{m}$ )

为进一步研究横向光学力对光源参数的依赖关系,取光源束腰宽度分别为 $0.3 \mu\text{m}$ 、 $1.0 \mu\text{m}$ 及 $5.0 \mu\text{m}$ ,得到光脉冲峰值时刻光学力与被捕获微粒中心偏移量的关系,如图4. 图4(a)表示,束腰增大,横向光学力仍然呈现势阱特性,但峰值光学力随束腰变化而变化. 当束腰增大至 $5.0 \mu\text{m}$ 时,由于此时捕获光源远不能满足紧聚焦条件,光学势阱力极其微弱;图4(b)表示不同束腰时,归一化后的光学梯度力与微粒中心偏移量的关系. 结果显示零偏移附近光学力梯度也有差异. 当束腰半径较小时,因靠近光轴区域光强梯度很小,故横向光学力很小;束腰半径相

对较大时,因该区域光强梯度增大光学力也增大.

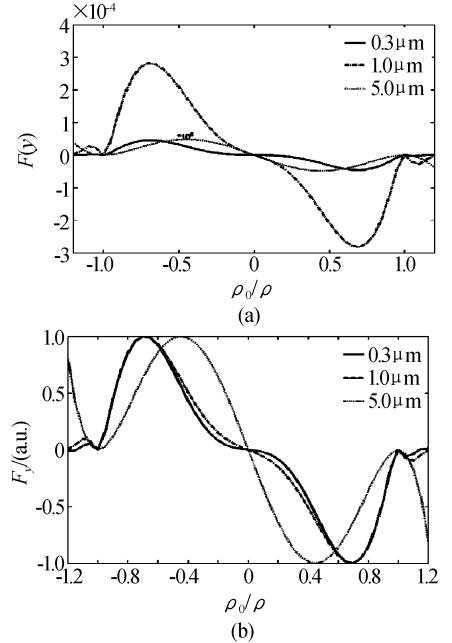


图4 束腰半径分别为 $0.3 \mu\text{m}$ 、 $1.0 \mu\text{m}$ 及 $5.0 \mu\text{m}$ 时飞秒激光脉冲产生的横向力相对值  $F(y)$  与微粒中心横向偏移量相对值  $\text{Ratio} = \rho_0/\rho$  ( $Z_0 = 10.1 \mu\text{m}$ )

Fig. 4 The lateral force  $F(y)$  applied by femtosecond pulses on  $\text{Ratio} = \rho_0/\rho$  ( $Z_0 = 10.1 \mu\text{m}$ ) when the radius of the beam waist is  $0.3 \mu\text{m}$ ,  $1.0 \mu\text{m}$  and  $5.0 \mu\text{m}$ , respectively

由流体力学知识可知,球形微粒在液体中作布朗运动的平均速度  $v_1$  满足

$$v_1 = [kT / (6\pi\mu\rho)]^{1/2} \quad (19)$$

式中  $k$  为波尔兹曼常量,  $T$  为液体温度,  $\mu$  为液体粘滞系数. 对于悬浮于  $20^\circ\text{C}$  水中半径为  $10 \mu\text{m}$  微粒,其布朗运动平均速度为  $0.1465 \mu\text{m/s}$ ,相应的布朗惯性力为  $2.76 \times 10^{-14} \text{pN}$ ,则微粒在脉冲间隔内发生的位移  $s_1$  为  $1.465 \times 10^{-9} \mu\text{m}$ . 而在受光期间,横向光学力远大于布朗惯性力,微粒平均运动速度

$$v_2 = \bar{F}_y / (6\pi\mu\rho) \quad (20)$$

式中  $\bar{F}_y$  为脉冲宽度内横向光学力平均值.

为稳定捕获微粒,需满足脉冲宽度内因光学力发生的位移  $S_2$  大于  $S_1$ . 由此求得平均横向光学力需大于  $5.52 \times 10^{-9} \text{N}$ . 上述计算结果显然可知,飞秒激光在脉冲宽度内产生的平均光学力能满足此条件. 因此微粒任何偏离光轴的横向位移均将导致横向光学力的产生,该力的作用效果能抵消由于布朗运动造成的微粒偏移,因而使微粒被稳定捕获于光轴附近.

### 3 结论

本文分析了飞秒激光脉冲作为光镊光源所产生的横向光学力. 基于几何光学方法,建立了数学模型,将飞秒激光脉冲序列看作是对连续光的周期采

样,给出横向光学力计算公式. 计算结果表明,由飞秒光脉冲产生的横向光学梯度力,能有效地抵消布朗运动引起的被捕获微粒逃逸势阱中心的现象,并从理论上证明飞秒激光镊对微粒稳定束缚的可行性.

### 参考文献

- 1 Ashkin A. Application of laser radiation pressure. *Science*, 1980, **210**(4474):1081 ~ 1088
- 2 Pool R. Making light work of cell surgery. *Science*, 1990, **248**(4951):29 ~ 31
- 3 Liu Y, Cheng D K, Sonek G J, *et al.* Evidence for localized cell heating induced by infrared optical tweezers. *Biophys J*, 1995, **68**(5):2137 ~ 2144
- 4 Buer C S, Gahagan K T, Swartzlander G A, *et al.* Insertion of microscopic objects through plant cell walls using laser microsurgery. *Biotechnology and Bioengineering*, 1998, **60**(3):348 ~ 355
- 5 Liu Y, Sonek G J, Berns M W, *et al.* Physiological monitoring of optically trapped cells: assessing the effects of confinement by 1064 nm laser tweezers using microfluorometry. *Biophys J*, 1996, **71**(4):2158 ~ 2167
- 6 赵江山, 张志刚, 柴路, 等. 基于半导体二极管 CaAsP 的实时自相关仪. *光子学报*, 2002, **31**(12):1467 ~ 1469  
Zhao J S, Zhang Z G, Chai L, *et al.* *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(12): 1467 ~ 1469
- 7 栗岩锋, 王清月, 刘博文, 等. 孔助光纤(Hole-assisted lightguide fiber)色散和双折射特性的研究. *光子学报*, (待发表)
- Li Y F, Wang Q Y, Liu B W, *et al.* *Acta Photonica Sinica*, (to be published)
- 8 Ell R, Morgner U, Krtner F X, *et al.* Generation of 5 fs pulses and octave-spanning spectra directly from Ti:sapphire laser. *Opt Lett*, 2001, **26**(6):373 ~ 375
- 9 Kurtz R M, Liu X, Elnor V M, *et al.* Photodisruption on the human cornea as a function of laser pulse width. *J of Refractive Surgery*, 1997, **13**(6):653 ~ 658
- 10 Tirlapur U K, König K. Targeted transfection by femtosecond laser. *Nature*, 2002, **418**(6895):290 ~ 291
- 11 Phillips C M, Mizutani Y, Hochstrasser R M. Are there identifiable ultrafast steps in protein folding and unfolding. *RLBL Newsletter*, 2 ~ 8  
<http://rlbl.chem.upenn.edu/pdf/rlbl17.pdf>
- 12 邢岐荣, 毛方林, 栗岩锋, 等. 飞秒激光细胞操作与手术系统. *光电子·激光*, 2002, **13**(1):102 ~ 105  
Xing Q, Mao F, Li Y, *et al.* *J of Optoelectronics · Laser*, 2002, **13**(1):102 ~ 105
- 13 Bakker Schut T C, Hesselink G, B G de Grooth, *et al.* Experiment and theoretical investigations on the validity of the geometrical optics model for calculating the stability of optical traps. *Cytometry*, 1992, **12**(6):479 ~ 485
- 14 Gussgard R, Lindmo T. Calculation of the trapping force in a strongly focused laser beam. *J Opt Soc Am(B)*, 1992, **9**(10):1922 ~ 1930
- 15 韩振甫, 郭光灿. 粒子在单束激光势阱中的束缚力. *中国激光*, 1992, **19**(7):517 ~ 522  
Han Z P, Guo G C. *Chinese Journal of Lasers*, 1992, **19**(7):517 ~ 522

## Analysis of the Lateral Optical Force Applied by the Femtosecond Laser Tweezers

Mao Fanglin, Xing Qirong, Wang Kai, Lang Liying, Li Shuxin, Chai Lu, Wang Qingyue

*Ultrafast Laser Laboratory, College of Precision Instrument & Optoelectronics Engineering, Tianjin University, Key Laboratory of Opto-electronics Information and Technical Science (Tianjin University), Ministry of Education, Tianjin 300072*

Received date: 2003-09-24

**Abstract** The lateral optical force applied on the dielectric particles by the femtosecond laser tweezers is theoretically analyzed. Taking femtosecond laser pulse train as the sampling of the CW light, a numerical model of the induced lateral forces on micrometer-sized sphere is found and the formulas are derived. The numerical simulation shows that the lateral optical force applied by femtosecond laser pulse train can eliminate the Brownian movement of the particles and stably trap them.

**Keywords** Laser technique; Femtosecond pulses; Laser tweezers; Lateral optical force



**Mao Fanglin** received the B. S. and M. S. degrees in 2000 and 2003, respectively, from Tianjin University, PRC. He is now a Ph. D. candidate in Tianjin University. His research centers on the application techniques of ultrafast pulses.