

拉伸变形应变硬化指数的理论和实验规范*

宋玉泉 管志平 马品奎 宋家旺

(吉林大学超塑性及塑性研究所, 长春 130025)

摘要 从应力为应变和应变速率函数的状态方程出发, 导出了超塑性拉伸变形的微分本构方程, 从而解释了方程中应变硬化指数的力学涵义. 导出了应变硬化指数的约束方程, 定义了典型变形路径的应变硬化指数, 导出了它们之间的相互关系. 导出了典型变形路径应变硬化指数的测量公式和数值模拟的精确测量方法, 以此为依据对应变硬化指数进行了实验测量, 对测量方法和测量结果进行了精细分析. 研究结果表明: 应变硬化指数不仅不是常数, 而且与应变的变化规律及变形路径有密切的联系; 在一定变形路径下还与所用的测量公式有密切关系. 因此, 在引用应变硬化指数时, 应该标明所对应的变形路径; 在测量应变硬化指数时, 应采用所对应变形路径的测量公式.

关键词 超塑性, 应变硬化指数, 力学解析, 实验测量

中图分类号 TG113.2

文献标识码 A

文章编号 0412-1961(2006)07-0673-08

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL STANDARDIZATION OF STRAIN HARDENING INDEX IN TENSILE DEFORMATION

SONG Yuquan, GUAN Zhiping, MA Pinkui, SONG Jiawang

Superplastic and Plastic Research Institute, Jilin University, Changchun 130025

Correspondent: SONG Yuquan, professor, Tel: (0431)5095415, E-mail: syq@jlu.edu.cn

Supported by National Natural Science Foundation of China (No.50375064) and "985 Project" of Jilin University

Manuscript received 2006-03-02

ABSTRACT Based on the state equation that stress is a function of strain and strain-rate, the differential constitutive equation during superplastic tensile deformation is deduced, and then the mechanical meaning of the strain hardening index in the equation is interpreted. The constraint equation of strain hardening index is deduced, the strain hardening indexes in typical deformation paths are defined, and their interrelations are obtained. The formulae for measuring, indexes in typical deformation paths and precise measuring methods combined with numerical simulation are deduced. According to them, strain hardening indexes are experimentally measured, and measuring methods & results are elaborately analyzed. The results proved that the strain hardening index is non-constant, and has close relations to the changing rule of strain and deformation path; strain hardening index has also close relations to the also with adopted measuring formula in the given deformation path. Therefore, as strain hardening index is quoted, the corresponding deformation path should be shown clearly; when measuring strain hardening index, the adopted formula should correspond to deformation path.

KEY WORDS superplasticity, strain hardening index, mechanical analysis, experimental measure

自从 1909 年 Ludwik^[1] 提出应变硬化指数 n 的概念, 直到 1944 年 Hollomon^[2] 从经验建立了包含 n 值的

金属拉伸变形的指数方程式

$$\sigma = K\varepsilon^n \quad (1)$$

并把应变硬化指数 n 引入塑性力学领域 (式中 σ 和 ε 为真实应力和真实应变, K 为材料常数) 以来, 金属材料塑性变形的研究便从现象观察阶段进入理论分析阶段. 但是 Hollomon 并没有指明 n 是在何种变形路径下的应变硬化指数.

* 国家自然科学基金项目 50375064, 吉林大学“985 工程”项目资助

收稿日期: 2006-03-02

作者简介: 宋玉泉 男, 1933 年生, 教授, 中国科学院院士

传统认为在超塑性状态变形, 应变硬化指数 n 可近似视为零. 本文作者^[3]曾论证了超塑性变形的 n 值不能为零, 而是动态应变硬化的静态存储能力为零, 并且从理论解析判明, 如果材料的 n 值为零, 就不可能实现塑性和超塑性的稳定变形. 应变硬化指数 n 是材料参数, 韧性和超塑性材料的塑性变形具有较强的结构敏感性, 因此 n 值不仅与变形所处的应力状态有关, 而且与变形路径有关. 式(1)虽然是限定在一维变形的应力状态, 但是没有指明是何种变形路径.

本文在文献[4—8]的基础上并联系变形路径, 通过对 n 值的力学涵义、理论解析、测量方法和对测量结果的精细分析进行理论和实验规范. 其意义不仅是从理论和实验两方面揭示 n 值的力学本质, 同时也为材料变形的宏观力学参数与微观物理机理衔接的研究提供宏观力学的定量依据.

1 n 值的力学解析及其力学涵义

假设材料试样在单向比例加载的恒温 T 条件下拉伸, 且不受电场 E 、磁场 H 和辐射场 R 的影响. 真实应力 σ 为真实应变 ε 和真实应变速率 $\dot{\varepsilon}$ 的函数, 其状态方程可表达为

$$\sigma = \sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) \quad (2)$$

对式(2)微分, 并用对数形式表达, 则为

$$d \ln \sigma = \left(\frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ln \varepsilon} \right)_{\dot{\varepsilon}} d \ln \varepsilon + \left(\frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ln \dot{\varepsilon}} \right)_{\varepsilon} d \ln \dot{\varepsilon} \quad (3)$$

把上式改写为

$$\frac{d \ln \sigma}{d \ln \varepsilon} = \left(\frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ln \varepsilon} \right)_{\dot{\varepsilon}} + \left(\frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ln \dot{\varepsilon}} \right)_{\varepsilon} \frac{d \ln \dot{\varepsilon}}{d \ln \varepsilon} \quad (4)$$

$$\frac{d \ln \sigma}{d \ln \dot{\varepsilon}} = \left(\frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ln \dot{\varepsilon}} \right)_{\varepsilon} + \left(\frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ln \varepsilon} \right)_{\dot{\varepsilon}} \frac{d \ln \varepsilon}{d \ln \dot{\varepsilon}} \quad (5)$$

在式(4)和式(5)中, $\frac{d \ln \dot{\varepsilon}}{d \ln \varepsilon}$ 和 $\frac{d \ln \varepsilon}{d \ln \dot{\varepsilon}}$ 均由实际的变形路径决定, 而

$$\begin{cases} \frac{d \ln \sigma}{d \ln \varepsilon} = n \\ \left(\frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ln \varepsilon} \right)_{\dot{\varepsilon}} = n_{\dot{\varepsilon}} \end{cases} \quad (6)$$

式中, n 为广义应变硬化指数, $n_{\dot{\varepsilon}}$ 为恒应变速率条件下的应变硬化指数.

$$\begin{cases} \frac{d \ln \sigma}{d \ln \dot{\varepsilon}} = m \\ \left(\frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ln \dot{\varepsilon}} \right)_{\varepsilon} = m_{\varepsilon} \end{cases} \quad (7)$$

式中, m 为广义应变速率敏感性指数, m_{ε} 为恒应变条件下的应变速率敏感性指数.

在恒应变速率 $\dot{\varepsilon}$ (即 $d\dot{\varepsilon}=0$) 条件下, 式(3)蜕化为

$$d \ln \sigma = n_{\dot{\varepsilon}} d \ln \varepsilon \quad (8)$$

假设 $n_{\dot{\varepsilon}}$ 为常数, 对式(8)积分, 得

$$\sigma = K_{\dot{\varepsilon}} \varepsilon^{n_{\dot{\varepsilon}}} \quad (9)$$

比较式(9)与式(1)可知, Hollomon 方程是在恒应变速率条件的本构方程, 式(1)中 n 是 $n_{\dot{\varepsilon}}$, 积分常数 K 是 $K_{\dot{\varepsilon}}$. 由于求解方程(8)时, 假设 $n_{\dot{\varepsilon}}$ 为常数, 实际上是 ε 的函数, 因此只有确定所对应 $\dot{\varepsilon}$ 的值时, 才能明确所对应的 $n_{\dot{\varepsilon}}$ 值, 并对式(8)积分. 可见方程(1)或(9)的确切力学涵义应该是应力对应变敏感性的数学表达, 这便从力学理论明确论证了 Hollomon 方程及其力学参数的涵义.

把式(6)和式(7)分别代入式(4)和式(5), 则得

$$n = n_{\dot{\varepsilon}} + m_{\varepsilon} \frac{d \ln \dot{\varepsilon}}{d \ln \varepsilon} \quad (10)$$

$$m = m_{\varepsilon} + n_{\dot{\varepsilon}} \frac{d \ln \varepsilon}{d \ln \dot{\varepsilon}} \quad (11)$$

联立式(10)和式(11), 则得

$$n \cdot m = n \cdot m_{\varepsilon} + m \cdot n_{\dot{\varepsilon}} \quad (12)$$

式(12)是 n 与 m 的约束方程. 即, 不论在任何变形路径下, 都应服从的约束关系.

由于变形服从体积不变条件, 所以试样标距瞬时长度 l 及其瞬时横截面积 A 的关系为

$$d \ln A = -d \ln l \quad (13)$$

根据应力 σ 的定义 $\sigma = P/A$ 、微应变的定义 $d\varepsilon = \frac{dl}{l}$ 和 $\varepsilon = \ln(l/l_0)$ 及应变速率的定义 $\dot{\varepsilon} = \frac{v}{l}$, 分别得

$$d \ln \sigma = d \ln P - d \ln A = d \ln P + d \ln l \quad (14)$$

$$d \ln \varepsilon = \frac{d \ln l}{\varepsilon} = \frac{d \ln l}{\ln(l/l_0)} \quad (15)$$

$$d \ln \dot{\varepsilon} = d \ln v - d \ln l \quad (16)$$

把式(14)和式(15)代入广义应变硬化指数的定义式(6)的第一式, 便得

$$\frac{d \ln \sigma}{d \ln \varepsilon} = \varepsilon \frac{d \ln P + d \ln l}{d \ln l} \quad (17)$$

由式(10)可知在恒应变 ε 条件下, n 值便失去了意义. 因此, 联系实验条件的典型变形路径只有 $\dot{\varepsilon} = \text{const}$, $P = \text{const}$ 和 $v = \text{const}$ 三种, 并将其分别定义为

$$n_{\dot{\varepsilon}} = \left(\frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ln \varepsilon} \right)_{\dot{\varepsilon}} \quad (18)$$

式中, $n_{\dot{\varepsilon}}$ 为恒应变速率的应变硬化指数;

$$n_P = \left(\frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ln \varepsilon} \right)_P \quad (19)$$

式中, n_P 为定载荷的应变硬化指数;

$$n_v = \left(\frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ln \dot{\varepsilon}} \right)_v \quad (20)$$

式中 n_v 为恒拉伸速度的应变硬化指数.

当 $\dot{\varepsilon} = \text{const}$ 时, 由式 (10) 可知

$$n = n_\varepsilon \quad (21)$$

可见 n_ε 是应变硬化指数的基本量, 也就是 Hollomon 方程中的应变硬化指数. 当 $P = \text{const}$ 时, 由式 (17) 和式 (19) 知

$$n_P = \varepsilon \quad (22)$$

把式 (6)、式 (7) 的第二式和式 (15)、式 (16) 代入式 (4), 得

$$n = n_\varepsilon + m_\varepsilon \varepsilon \left(\frac{d \ln v - d \ln l}{d \ln l} \right) \quad (23)$$

当 $v = \text{const}$ 时, 由式 (23) 可知

$$n_v = n_\varepsilon - m_\varepsilon \varepsilon \quad (24)$$

把式 (22) 代入式 (24), 得

$$n_P = \frac{n_\varepsilon - n_v}{m_\varepsilon} \quad (25)$$

由式 (25) 可知, 三种典型变形路径下的应变硬化指数, 存在由材料本质决定的内在必然联系. 由式 (24) 可知, 当 $m_\varepsilon = 0$ 时, $n_\varepsilon = n_v$. 但是对金属与合金而言, 即使在非超塑性状态, m_ε 也不可能为零, 一般认为在此状态下 $m_\varepsilon < 0.3$.

2 测量公式和测量方法

2.1 测量公式

由于应变硬化指数 n 的测量, 必须对应于既定的变形路径. 否则, 不但失去了 n 值的实际意义, 而且也无法测量. 因此, 对应于恒 $\dot{\varepsilon}$ 、恒 v 和恒 P 三种典型变形路径而言, 基本的测量公式为式 (18—20). 由实验作出恒 $\dot{\varepsilon}$ 、恒 v 和恒 P 的应力与应变曲线, 再根据式 (18—20) 求得对应曲线斜率的对数表达, 便可测得 n_ε , n_v 和 n_P , 事实上, 这种方法并不简洁. 因此, 应该根据力学基本理论, 推导出用实验变量 P, v, l 和 $\dot{\varepsilon}$ 表达的测量公式. 把式 (14) 和式 (15) 代入广义应变硬化指数式 (6) 的第一式, 得

$$n = \left(\frac{d \ln P + d \ln l}{d \ln l} \right) \ln \frac{l}{l_0} \quad (26)$$

把式 (16) 代入式 (26) 式, 得

$$n = \left(\frac{d \ln P + d \ln v - d \ln \dot{\varepsilon}}{d \ln v - d \ln \dot{\varepsilon}} \right) \ln \frac{l}{l_0} \quad (27)$$

在恒应变速率条件下, 即 $\dot{\varepsilon} = \text{const}$, 式 (27) 便蜕化为

$$n_\varepsilon = \left(\frac{d \ln P}{d \ln v} + 1 \right) \ln \frac{l}{l_0} \quad (28)$$

在恒变形速度条件下, 即 $v = \text{const}$, 式 (27) 便蜕化为

$$n_v = \left(1 - \frac{d \ln P}{d \ln \dot{\varepsilon}} \right) \ln \frac{l}{l_0} \quad (29)$$

在恒载荷条件下, 即 $P = \text{const}$, 式 (26) 便蜕化为

$$n_P = \ln \left(\frac{l}{l_0} \right) \quad (30)$$

在实际测量时, 微分形式的式 (28) 和式 (29) 应该用差分形式近似表达为

$$n_\varepsilon \approx \left(\frac{\Delta \ln P}{\Delta \ln v} + 1 \right) \ln \frac{l}{l_0} = \left(\frac{\ln(P_1/P_2)}{\ln(v_1/v_2)} + 1 \right) \ln \frac{l}{l_0} \quad (31)$$

$$n_v \approx \left(1 - \frac{\Delta \ln P}{\Delta \ln \dot{\varepsilon}} \right) \ln \frac{l}{l_0} = \left(1 - \frac{\ln(P_1/P_2)}{\ln(\dot{\varepsilon}_1/\dot{\varepsilon}_2)} \right) \ln \frac{l}{l_0} \quad (32)$$

2.2 测量方法

联系上述三种典型变形路径, 即对应于一组恒 $\dot{\varepsilon}$ 曲线、一组恒 v 曲线或一组恒 P 的曲线上都有对应测量 n_ε , n_v 和 n_P 的方法.

2.2.1 恒 $\dot{\varepsilon}$ 拉伸条件下 n 值的测量 只要在拉伸实验中分别记录了在材料均匀变形过程中的一组恒 $\dot{\varepsilon}(\dot{\varepsilon}_1, \dot{\varepsilon}_2, \dots)$ 的 $P-l$ 曲线, 便可用不同测量公式同时测得 n_ε , n_v 和 n_P .

(1) 传统方法. 这是目前普遍采用的测量方法, 本文针对恒 $\dot{\varepsilon}$ 的变形路径、恒 v 和恒 P 的变形路径做如下简述:

n_ε 的测量: 在任意一条恒 $\dot{\varepsilon}_1$ 的 $P-l$ 曲线上, 均可直接测得 $(P_1, P_2), (l_1, l_2)$, 由于 $v_1 = \dot{\varepsilon}_1 l_1, v_2 = \dot{\varepsilon}_1 l_2$, 所以在恒 $\dot{\varepsilon}$ 的 $P-l$ 曲线上对应于 (P_1, P_2) 又能求得 v_1 和 v_2 . 把 $(P_1, P_2), (v_1, v_2)$ 和试样标距初始长度 l_0 和瞬时长度 l_1 代入式 (31), 便得在恒 $\dot{\varepsilon}_1$ 条件下对应的 n_{ε_1} .

n_v 的测量: 在两条相邻恒 $\dot{\varepsilon}$ 的 $P-l$ 曲线上, 利用 $v = l \cdot \dot{\varepsilon}$ 的关系, 在恒速度 v 的条件下, 可测得 $(P_1, \dot{\varepsilon}_1), (P_2, \dot{\varepsilon}_2)$ 和 $\varepsilon_1 = \ln(l_1/l_0)$, 同理代入式 (32), 便可求得在恒变形路径下对应于 v_1 的 n_{v_1} .

n_P 的测量: 在一条恒 $\dot{\varepsilon}$ 的 $P-l$ 曲线上, 对应于恒 P_1 , 便可与 $P-l$ 曲线相交确定的 l_1 , 把 l_0 和 l_1 代入式 (30), 便可求得恒 $\dot{\varepsilon}$ 变形路径下对应于 P_1 的 n_{P_1} .

(2) 数值模拟方法. 在以上的测量中, 除 n_P 外, 一则 n_ε 和 n_v 的测量中都用了差分公式, 这就必然存在理论误差; 再则都是手工测量, 这也必然产生因人而异的随机误差. 借助计算机的数值模拟法测量, 均可基本消除这些误差. 但是, 如果模拟 $\ln P, \ln v$ 和 $\ln \dot{\varepsilon}$ 的误差为 $\Delta \lg P, \Delta \lg v$ 和 $\Delta \lg \dot{\varepsilon}$, 而对 P, v 和 $\dot{\varepsilon}$ 引起的误差分别为 $10^{\Delta P}, 10^{\Delta v}$ 和 $10^{\Delta \dot{\varepsilon}}$, 所以直接模拟 P, v 和 $\dot{\varepsilon}$ 要比模拟 $\ln P, \ln v$ 和 $\ln \dot{\varepsilon}$ 更精确.

模拟求 n_ε : 在任一条恒 $\dot{\varepsilon}$ 的 $P-l$ 曲线上, 利用 $v = l \cdot \dot{\varepsilon}$, 可求得对应的 $P-v$ 关系的模拟多项式

$$P = \sum_{i=0}^N a_i v^i \quad (33)$$

因

$$\frac{d \ln P}{d \ln v} = \frac{v}{P} \frac{dP}{dv}$$

于是由式 (33) 得

$$\frac{d \ln P}{d \ln v} = \frac{\sum_{i=1}^N i a_i v^i}{\sum_{i=0}^N a_i v^i} \quad (34)$$

把式 (34) 及 l_0 和 l 代入 (28) 式, 利用 $\varepsilon = \ln(l/l_0)$ 和 $l = v/\dot{\varepsilon}$, 在某 $\dot{\varepsilon}$ 恒定条件下, 均可借助计算机将 l 和 v 转化为 ε 的函数, 于是便得恒 $\dot{\varepsilon}$ 变形路径下的 n_ε 与 ε 的变化关系

$$n_\varepsilon(\varepsilon) = \varphi_1(\varepsilon) \quad (35)$$

模拟求 n_v : 在一组恒 $\dot{\varepsilon}(\dot{\varepsilon}_1, \dot{\varepsilon}_2, \dots)$ 的 $P-l$ 曲线上, 当速度 v 确定后, 根据 $v = l \cdot \dot{\varepsilon}$, 可用计算机模拟 $P-\dot{\varepsilon}$ 关系, 求得相应关系的多项式

$$P = \sum_{i=1}^N b_i \dot{\varepsilon}^i \quad (36)$$

因

$$\frac{d \ln P}{d \ln \dot{\varepsilon}} = \frac{\dot{\varepsilon}}{P} \frac{dP}{d \dot{\varepsilon}}$$

于是由式 (36) 得

$$\frac{d \ln P}{d \ln \dot{\varepsilon}} = \frac{\sum_{i=1}^N i b_i \dot{\varepsilon}^i}{\sum_{i=0}^N b_i \dot{\varepsilon}^i} \quad (37)$$

把式 (37) 及 l_0 和 l 代入式 (29), 利用 $l = v/\dot{\varepsilon}$ 和 $\varepsilon = \ln(l/l_0)$, 在某恒 v 条件下, 均可将 l 和 $\dot{\varepsilon}$ 转化为 ε 的函数, 于是便得在恒 $\dot{\varepsilon}$ 变形路径下的 n_v 与 ε 的变化关系

$$n_v(\varepsilon) = \phi_1(\varepsilon) \quad (38)$$

模拟求 n_P : 作一条恒 P_1 直线与一组恒 $\dot{\varepsilon}(\dot{\varepsilon}_1, \dot{\varepsilon}_2, \dots)$ 的 $P-l$ 曲线相交, 得 l_1, l_2, \dots , 将 l_0 和 l_1, l_2, \dots 代入式 (30), 便得在恒 $\dot{\varepsilon}$ 变形路径下的 n_P 与 ε 的变化关系

$$n_P(\varepsilon) = \varepsilon \quad (39)$$

2.2.2 恒 v 拉伸条件下 n 值的测量 模拟求 n_ε : 在一组恒 $v(v_1, v_2, \dots)$ 的 $P-l$ 曲线上利用 $v = l \cdot \dot{\varepsilon}$, 当 $\dot{\varepsilon}$ 确定以后, 可得相应的 $P-v$ 关系模拟多项式

$$P = \sum_{i=0}^N c_i v^i \quad (40)$$

因

$$\frac{d \ln P}{d \ln v} = \frac{v}{P} \frac{dP}{dv}$$

于是由式 (40) 得

$$\frac{d \ln P}{d \ln v} = \frac{\sum_{i=1}^N i c_i v^i}{\sum_{i=0}^N c_i v^i} \quad (41)$$

把式 (41) 及 l_0 和 l 代入式 (28), 再把 v 转化为 $l\dot{\varepsilon}$, 把 l 转化为 ε , 便得在恒 v 变形路径下 $\dot{\varepsilon}$ 为定数的 n_ε 与 ε 的变化关系

$$n_\varepsilon(\varepsilon) = \varphi_2(\varepsilon) \quad (42)$$

模拟求 n_v : 在任意一条恒 v 的 $P-l$ 曲线上, 因 $\dot{\varepsilon} = v/l$, 所以用计算机模拟 $P-\dot{\varepsilon}$ 可求得相应的多项式

$$P = \sum_{i=0}^N d_i \dot{\varepsilon}^i \quad (43)$$

因

$$\frac{d \ln P}{d \ln \dot{\varepsilon}} = \frac{\dot{\varepsilon}}{P} \frac{dP}{d \dot{\varepsilon}}$$

由式 (43) 得

$$\frac{d \ln P}{d \ln \dot{\varepsilon}} = \frac{\sum_{i=1}^N i d_i \dot{\varepsilon}^i}{\sum_{i=0}^N d_i \dot{\varepsilon}^i} \quad (44)$$

把 (44) 式及 l_0 和 l 代入式 (29), 再把 l 和 $\dot{\varepsilon}$ 转化为 ε , 于是便得在恒 v 变形路径下的 n_v 与 ε 的变化关系

$$n_v(\varepsilon) = \phi_2(\varepsilon) \quad (45)$$

模拟求 n_P : 在一组恒 v 曲线上计算机模拟, 测量结果与式 (39) 相同, 故不赘述。

2.2.3 恒定 P 拉伸条件下 n 值的测量 模拟求 n_ε : 在一组定 $P(P_1, P_2, \dots)$ 的 $v-l$ 曲线, 利用 $v = l \cdot \dot{\varepsilon}$, 可得 $P-v$ 模拟多项式

$$P = \sum_{i=0}^N e_i v^i \quad (46)$$

因

$$\frac{d \ln P}{d \ln v} = \frac{v}{P} \frac{dP}{dv}$$

于是由式 (46) 得

$$\frac{d \ln P}{d \ln v} = \frac{\sum_{i=1}^N i e_i v^i}{\sum_{i=0}^N e_i v^i} \quad (47)$$

把式 (47) 及 l_0 和 l 代入式 (28), 再把 l 和 v 转化为 ε , 便得在恒 P 变形路径下 $n_{\dot{\varepsilon}}$ 与 ε 的变化关系

$$n_{\dot{\varepsilon}}(\varepsilon) = \varphi_3(\varepsilon) \quad (48)$$

模拟求 n_v : 在一组定 $P(P_1, P_2, \dots)$ 的 $v-l$ 曲线, 利用 $v = l \dot{\varepsilon}$, 用计算机模拟, 可求得相应的多项式

$$P = \sum_{i=1}^N f_i \dot{\varepsilon}^i \quad (49)$$

因

$$\frac{d \ln P}{d \ln \dot{\varepsilon}} = \frac{\dot{\varepsilon}}{P} \frac{dP}{d \dot{\varepsilon}}$$

于是由式 (49) 得

$$\frac{d \ln P}{d \ln \dot{\varepsilon}} = \frac{\sum_{i=1}^N i f_i \dot{\varepsilon}^i}{\sum_{i=0}^N f_i \dot{\varepsilon}^i} \quad (50)$$

把式 (50) 及 l_0 和 l 代入式 (29), 再把 l 和 $\dot{\varepsilon}$ 转化为 ε , 于是便得在恒 P 变形路径下的 n_v 与 ε 的变化关系

$$n_v(\varepsilon) = \phi_3(\varepsilon) \quad (51)$$

模拟求 n_P : 在一组恒 P 曲线上计算机模拟, 测量结果与式 (39) 相同, 此不赘述.

3 实验结果

实验材料为正交轧制、厚 2 mm 的 Zn-5%Al 薄板, 试样为标距长度 10 mm、宽度 5 mm 的标准试样. 实验温度 340 °C, 接近超塑性最佳温度. 所用设备为 WQ-10T 电子万能材料试验机, 该机具有恒 v 和恒 P 的实验功能, 又根据本文作者的发明专利^[9]和文献^[10]研制成的具有真实恒应变速率功能的试验机, 分别进行了恒 $\dot{\varepsilon}$ 、恒 v 和恒 P 的拉伸均匀变形实验.

3.1 恒 $\dot{\varepsilon}$ 拉伸条件下 n 值的测量

$\dot{\varepsilon}$ 分别为 11.0×10^{-3} , 9.00×10^{-3} , 7.00×10^{-3} , 5.00×10^{-3} 和 $4.00 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ 变形路径下的 $P-l$ 曲线如图 1a 所示.

$n_{\dot{\varepsilon}}$ 的测量: 在图 1a 中取 $\dot{\varepsilon} = 4.00 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ 对应的 $P-l$ 曲线, 借助 $v = l \cdot \dot{\varepsilon}$, 由式 (33) 可绘出对应的 $P-v$ 曲线如图 1b 中的曲线 1 所示, 其对应的式 (33) 的拟合系数 a_i 列于表 1. 把式 (34) 代入式 (28), 并注意 $v = l \cdot \dot{\varepsilon}$ 和 $\varepsilon = \ln(l/l_0)$ 便得式 (35), 由式 (35) 绘出在恒 $\dot{\varepsilon}$ 变形路径的曲线如图 1c 中的曲线 2 所示.

n_v 的测量: 在图 1a 中, 取 $v=0.15 \text{ mm/s}$, 借助 $v = l \cdot \dot{\varepsilon}$ 可绘出对应的 $P-\dot{\varepsilon}$ 曲线如图 1b 的曲线 2 所示, 其对应的式 (36) 的拟合系数 b_i 列于表 1. 把式 (37) 代入式 (29), 并注意 v/l 和 $\varepsilon = \ln(l/l_0)$ 便得到式 (38), 由式 (38) 绘出在恒 $\dot{\varepsilon}$ 变形路径的 $n_v - \varepsilon$ 曲线如图 1c 中的曲线 1 所示.

n_P 的测量: 在图 1a 中取 $P=40 \text{ N}$, 其与恒 $\dot{\varepsilon} P-l$ 曲线的交点分别为: $l_1=26.07$, $l_2=35.59$, $l_3=49.27$, $l_4=53.77$ 和 $l_5=65.83 \text{ mm}$, 试样的初始标距长度 $l_0=10 \text{ mm}$. 便可由式 (30) 求得 n_P , 由式 (39) 得恒 $\dot{\varepsilon}$ 变形路径的 $n_P - \varepsilon$ 曲线如图 1c 中的曲线 3 所示.

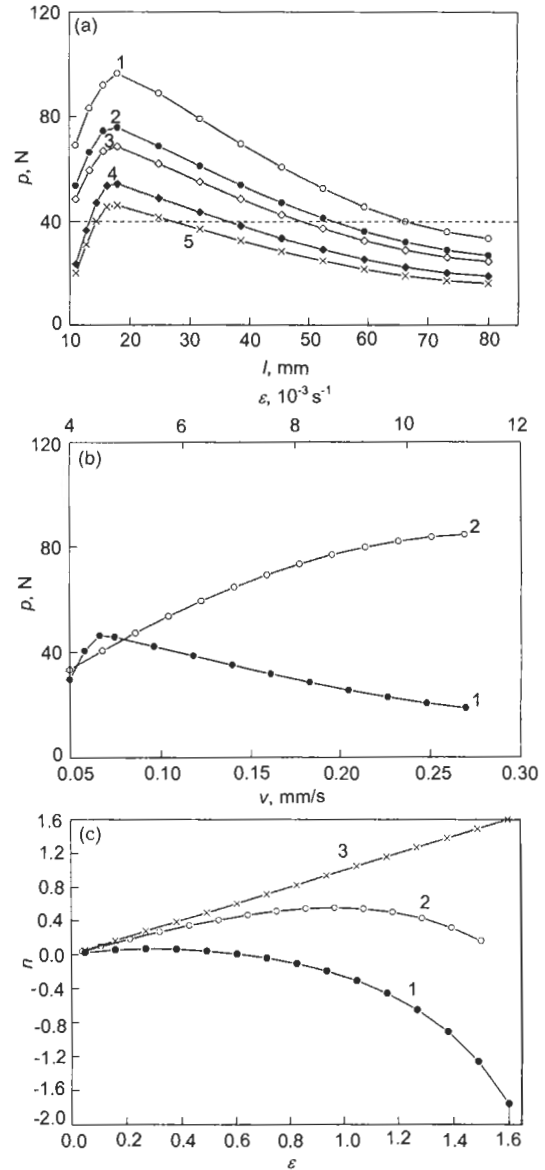


图 1 Zn-5%Al 合金超塑状态 (温度为 340 °C), 恒 $\dot{\varepsilon}$ 变形路径下的实验曲线及 n 值测量结果

Fig.1 Experimental curves under constant $\dot{\varepsilon}$ for Zn-5%Al alloy at superplastic state (340 °C) and measuring results of n value

(a) curves of $P-l$ under constant $\dot{\varepsilon}$ (1: $11.00 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$, 2: $9.00 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$, 3: $7.00 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$, 4: $5.00 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$, 5: $4.00 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$)

(b) 1: curve of $P-v$ under $\dot{\varepsilon} = 4.00 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$; 2: curve of $P-\dot{\varepsilon}$ under $v=0.15 \text{ mm/s}$

(c) 1: curve of $n-\varepsilon$ under $v=0.15 \text{ mm/s}$; 2: curve of $n-\varepsilon$ under $\dot{\varepsilon} = 4.00 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$; 3: curve of $n-\varepsilon$ under $P=40 \text{ N}$

表 1 拟合系数

Table 1 Fitting coefficients $a_i - f_i$ in Eq.(33), Eq.(36), Eq.(40), Eq.(43), Eq.(46) and Eq.(49), respectively

i	a_i	b_i	c_i	d_i	e_i	f_i
1	5751.93×10^{-2}	-2658.77×10^{-2}	6513.13×10^{-2}	-1820.52×10^{-2}	4687.05×10^{-2}	1003.00×10^{-3}
2	-1448.16×10^{-1}	1687.66×10^1	-1874.63×10^{-1}	1352.92×10^1	-7480.41×10^{-2}	1000.00×10^1
3	-2459.29×10^{-1}	-4048.84×10^2	-6987.48×10^{-1}	-2549.11×10^2	1028.17×10^{-1}	8702.28×10^{-9}
4	9191.10×10^{-1}	-1923.69×10^{-10}	2581.16×10^0	-2127.69×10^4		-8468.63×10^{-7}

3.2 恒 v 拉伸条件下 n 值的测量

v 分别为 0.20, 0.15, 0.09 和 0.06 mm/s 变形路径下的一组 $P-l$ 曲线如图 2a 所示。

$n_{\dot{\epsilon}}$ 的测量: 根据图 2a 的 $P-l$ 曲线, 利用 $v = l \cdot \dot{\epsilon}$ 关系, 得到 $\dot{\epsilon} = 4.00 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ 对应 $P-v$ 曲线如图 2b 中的曲线 1 所示, 其对应式 (40) 的拟合系数 c_i 列于表 1。把式 (40) 代入式 (41), 再把式 (41) 式代入式 (28), 并注意 $v = l \cdot \dot{\epsilon}$ 和 $\epsilon = \ln(l/l_0)$ 便得式 (42), 由式 (42) 绘出恒 v 变形路径的 $n_{\dot{\epsilon}} - \epsilon$ 曲线如图 2c 中曲线 2 所示。

n_v 的测量: 对应式 (43) 的拟合系数 d_i 列于表 1。把式 (43) 代入式 (44), 再把式 (44) 代入 (29), 并注意 $\dot{\epsilon} = v/l$ 和 $\epsilon = \ln(l/l_0)$ 便得式 (45), 由式 (45) 绘出恒 v 变形路径的 $n_v - \epsilon$ 曲线如图 2c 中的曲线 1 所示。

n_P 的测量: 在图 2a 中取 $P=40 \text{ N}$, 其与恒 v 的 $P-l$ 曲线的交点分别为: $l_1=23.08, l_2=26.25, l_3=30.59$ 和 $l_4=32.93 \text{ mm}$, 以及试样的标距长度 $l=10 \text{ mm}$ 。便可由式 (30) 计算求得 $n_P - \epsilon$ 曲线如图 2c 中的曲线 3 所示。

3.3 恒 P 拉伸条件下 n 值的测量

P 分别为 40, 38, 36 和 34 N 的一组 $l-t$ 曲线如图 3a 所示。根据图 3a 的一组定载荷实验曲线, 并借助 $v=dl/dt$ 和 $\dot{\epsilon} = v/l$ 可求得对应的一组恒载荷 $v-\dot{\epsilon}$ 曲线如图 3b 所示。

$n_{\dot{\epsilon}}$ 的测量: 由图 3b 可得 $\dot{\epsilon}=4.00 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ 所对应的 $P-v$ 曲线, 如图 3c 中的曲线 1 所示, 其对应式 (46) 的拟合系数 e_i 列于表 1。式 (47) 代入式 (28), 并注意 $v = l \cdot \dot{\epsilon}$ 和 $\epsilon = \ln(l/l_0)$ 便得式 (48), 由此绘出恒 P 变形路径的 $n_{\dot{\epsilon}} - \epsilon$ 曲线如图 4 中的曲线 1 所示。

n_v 的测量: 在图 3b 所示的 $v-\dot{\epsilon}$ 曲线中, 取 $v=0.15 \text{ mm/s}$, 其所对应的曲线为图 3c 中的曲线 2, 其对应式 (49) 的拟合系数 f_i 列于表 1。把式 (50) 代入式 (29), 并注意 $\dot{\epsilon} = v/l$ 和 $\epsilon = \ln(l/l_0)$ 便得 (51) 式, 由式 (51) 绘出恒 P 变形路径的 $n_v - \epsilon$ 曲线如图 4 中的曲线 2 所示。

n_P 的测量: 在图 3a 中, 把 $P=40 \text{ N}$ 对应的瞬时长度 l 和试样的标距长度 l_0 代入式 (30), 所计算的 $n_P - \epsilon$ 曲线如图 4 中的曲线 3 所示。

通过对 n 值的测量方法和测量结果的严密叙述, 得出如图 1, 2 和图 4 的 n 值随应变 ϵ 的变化曲线。由此可知 n 值不仅不是常数, 而且其变化规律与变形路径有密切关系。图 1c 是根据恒应变速率 $\dot{\epsilon}$ 的一组实验曲线, 所测得的 n 随 ϵ 的变化曲线; 图 2c 是根据恒变形速度 v

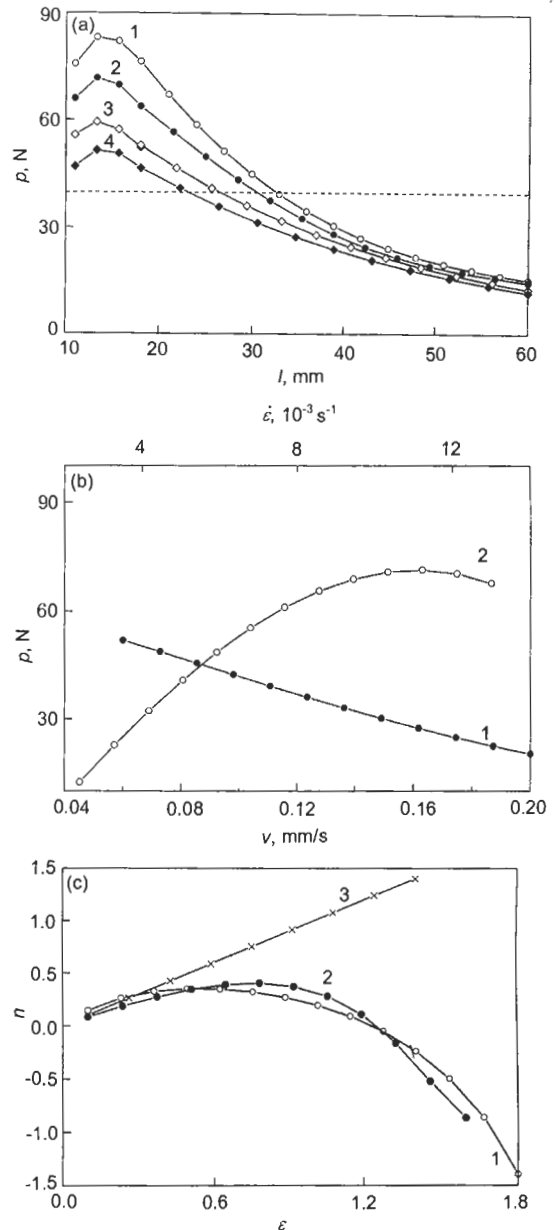


图 2 Zn-5%Al 合金超塑状态 ($T=340 \text{ }^\circ\text{C}$), 恒 v 变形路径下的实验曲线及 n 值测量结果

Fig.2 Experimental curves under constant v for Zn-5%Al alloy at superplastic state ($340 \text{ }^\circ\text{C}$) and measuring results of n value

- (a) curves of $P-l$ under constant v (1: 0.20 mm/s; 2: 0.15 mm/s; 3: 0.09 mm/s, 4: 0.06 mm/s)
 (b) 1: curve of $P-v$ under $\dot{\epsilon} = 4.00 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$;
 2: curve of $P-\dot{\epsilon}$ under $v=0.15 \text{ mm/s}$
 (c) 1: curve $n-\epsilon$ of under $v=0.15 \text{ mm/s}$; 2: curve of $n-\epsilon$ under $\dot{\epsilon} = 4.00 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$; 3: curve of $n-\epsilon$ under $P=40 \text{ N}$

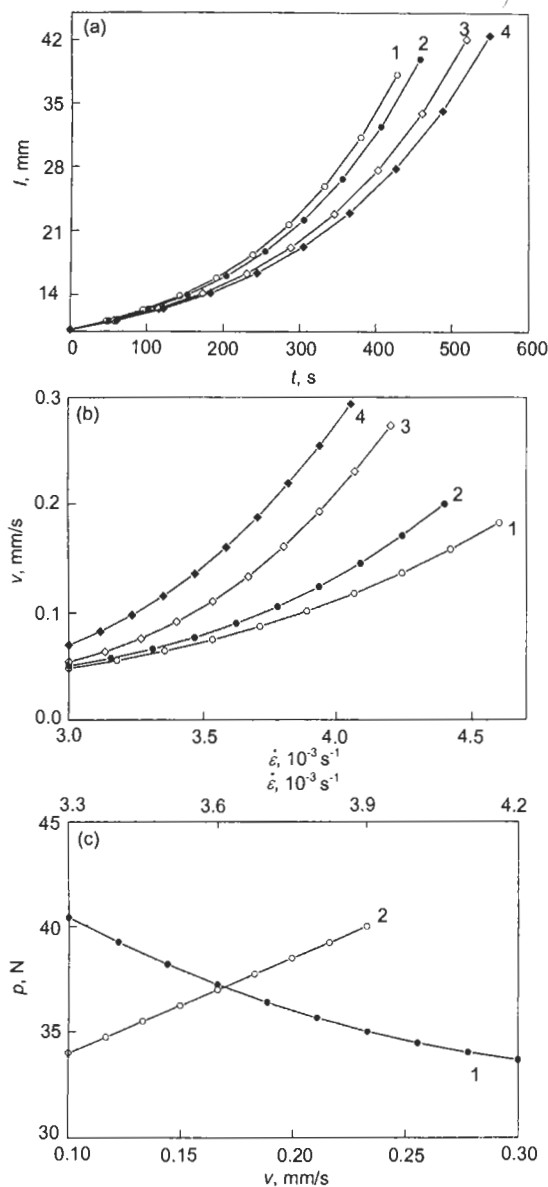


图 3 Zn-5%Al 合金超塑状态 (温度为 340 °C), 恒 P 变形路径下的实验曲线及 n 值测量结果

Fig.3 Experimental curves under constant P for Zn-5%Al alloy at superplastic state (340 °C) and measuring results of n value

- (a) curves of $l-t$ under constant P (1: $P=40$ N; 2: $P=38$ N; 3: $P=36$ N; 4: $P=34$ N)
 (b) curves of $v-\dot{\epsilon}$ under constant P (1: $P=40$ N; 2: $P=38$ N; 3: $P=36$ N; 4: $P=34$ N)
 (c) 1: curve of $P-v$ under $\dot{\epsilon} = 4.00 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$; 2: curve of $P-\dot{\epsilon}$ under $v=0.15 \text{ mm/s}$

的一组实验曲线, 所测得的 n 随 ϵ 的变化曲线; 图 4 是根据定载荷 P 的一组实验曲线, 所测得的 n 随 ϵ 的变化曲线. 可见, 图 1c 的 $n_{\dot{\epsilon}}-\epsilon$ 曲线 2 是在恒 $\dot{\epsilon}$ 变形路径下测得的; 图 2c 的 $n_{\dot{\epsilon}}-\epsilon$ 曲线 2 是在恒 v 变形路径下测得的; 图 4 的 $n_{\dot{\epsilon}}-\epsilon$ 曲线 2 是在恒 P 变形路径下测得

的, 它们都是 $n_{\dot{\epsilon}}-\epsilon$ 关系曲线, 但是因变形路径不同, 彼此差异很大. 同理可见, 不同变形路径下的 $n_v-\epsilon$ 曲线 (如图 1c, 2c 的曲线 1 和图 4 的曲线 2), $n_P-\epsilon$ 曲线 (如图 1c, 2c, 图 4 的曲线 3) 也有很大差异. 由此可知, 相同的测量公式 (28), 在不同变形路径下测得的结果不同, 相同的测量公式 (29), 在不同变形路径下测得的结果不同, 相同的测量公式 (30), 在不同变形路径下测得的结果不同. 此外, 在相同的变形路径下, 所用的测量公式不同, 测得的结果也不同, 如在恒 $\dot{\epsilon}$ 变形路径下图 1c 的曲线 1, 2 和 3, 在恒 v 变形路径下图 2c 的曲线 1, 2 和 3, 在恒 P 变形路径下图 4 的曲线 1, 2 和 3, 分别都是在相同变形路径下采用不同测量公式 (28)、公式 (29) 和公式 (30), 所得的结果各异.

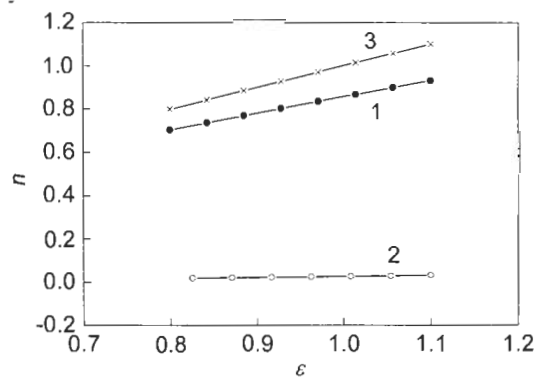


图 4 Zn-5%Al (温度为 340 °C) 合金在恒 P 拉伸变形路径下 $n-\epsilon$ 曲线

Fig.4 Curves under constant P for Zn-5%Al alloy at superplastic state (340 °C) 1: curve of $n_{\dot{\epsilon}}-\epsilon$ under $\dot{\epsilon} = 4.00 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$; 2: curve of $n_v-\epsilon$ under $v=0.15 \text{ mm/s}$; 3: curve of $n_P-\epsilon$ under $P=40 \text{ N}$

上述差异是由于塑性和超塑性变形具有较强的结构敏感性, 应变硬化指数不是条件参数, 而是材料参数, 其宏观的力学变化规律是与微观物理过程相对应的. 材料科学和成形技术发展至今, 要求上升到宏观与微观相衔接的层次深入研究. 通过对宏观力学参数的精细研究, 揭示其微观物理机理, 通过对微观物理过程的深入研究, 揭示宏观变形规律的微观物理本质. 两者的相互结合、相辅相成对于简化材料增塑性和超塑性预处理过程, 以及研制新材料是十分重要的. 由此可见, 对应变硬化指数的测量应指明所处的变形路径, 并采用对应的测量公式, 如在恒应变速率变形路径下, 应采用式 (28), 在恒变形速度变形路径下应采用式 (29), 在恒载荷变形路径下应采用式 (30).

4 结论

从应力为应变和应变速率函数的状态方程出发, 导出了变形的微分本构方程, 基于塑性力学基本原理, 规范了应变硬化指数的力学涵义及其约束方程. 结合三种典型变形路径从理论上导出了对应的 n 值测量公式及数值模拟

的测量方法, 并给出了测量结果. 研究的结论如下:

(1) 应变硬化指数不是常数, 而是变数, Hollomon 方程是恒应变速率条件下的本构方程, 其中 n 值的确切涵义是恒应变速率条件下的应变硬化指数.

(2) 不同变形路径下 n 随 ε 的变化规律不同, 同一变形路径下不同测量公式测得的 n 值也有很大的差异.

(3) 对 n 值的测量应该指明所对应的变形路径, 而且要采用对应变形路径下的测量公式. n 值的精确测量, 对于 n 值变化的宏观力学规律和微观物理机理相衔接的研究是重要的; 宏观力学规律和微观物理机理的衔接, 对研制新材料是重要的.

参考文献

[1] Ludwik P. *Phys Z*, 1909; 10: 411

[2] Hollomon J H. *Trans ASM*, 1944; 32: 123

[3] Song Y Q, Suo Z L, Guan Z P, Liu Y. *Acta Metall Sin*, 2006; 42: 337

(宋玉泉, 索忠林, 管志平, 刘颖. 金属学报, 2006; 42: 337)

[4] Song Y Q. *J Jilin Univ Technol*, 1985; (1): 13

(宋玉泉. 吉林工业大学学报, 1985; (1): 13)

[5] Song Y Q. *J Jilin Univ Technol*, 1992; 22(1): 1

(宋玉泉. 吉林工业大学学报, 1992; 22(1): 1)

[6] Song Y Q, Cheng Y C, Liu Y. *Sci Chin*, 2001; 44 E: 113

[7] Song Y Q, Hai J T, Guan Z P. *Sci Chin*, 2001; 44 E: 561

[8] Song Y Q, Cheng Y C, Wang X W. *Sci Chin*, 2001; 44 E: 365

[9] Song Y Q, Cheng Y C. *Chin Pat*, ZL 00 1 17802.4

(宋玉泉, 程永春. 中国发明专利 ZL 00 1 17802.4)

[10] Song Y Q, Cheng Y C, Hou L. *Chin Mech Eng*, 1999; 10: 782

(宋玉泉, 程永春, 侯磊. 中国机械工程, 1999; 10: 782)