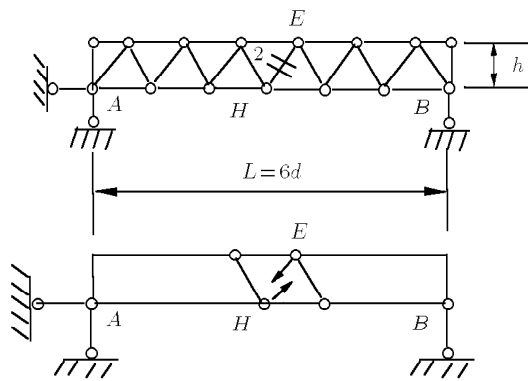


(2) 作斜杆 HE 轴力的竖向分力 F_{yHE} 的影响线 (作法同上)

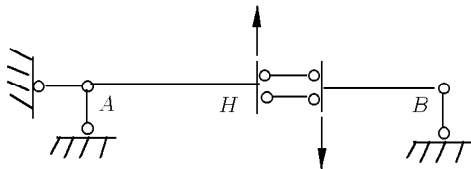
2 应用机动法作桁架内力影响线的注意事项

(1) 相应机动简支梁的选取应考虑桁架的承载方式 (上承或下承), 例如图 4 所示上承时和下承时的相应机动简支梁就不同。

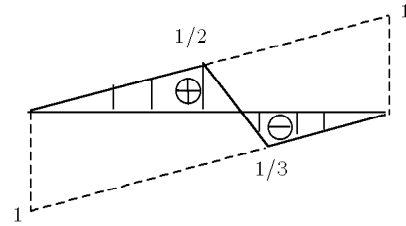
(2) 将相应机动简支梁的荷载位移图还原为桁架内力影响线时, 应考虑桁架任意两相邻结点之间的影响线为直线这一原则。即使桁架上承时和下承时具有相同的相应机动简支梁, 其内力影响线也不一定相同。



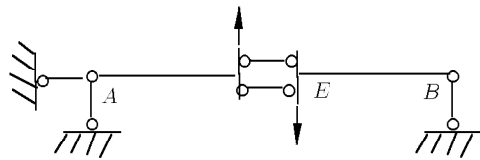
(a) 撤去约束



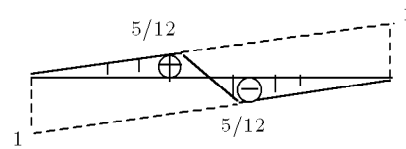
(b) 相应机动简支梁 (下承)



(c) F_{yHE} 的影响线 (下承)



(d) 相应机动简支梁 (上承)



(e) F_{yHE} 的影响线 (上承)

图 4

(3) 若桁架上承时和下承时具有不同的相应机动简支梁, 则其内力影响线一定不同。

参 考 文 献

- 1 包世华, 辛克贵, 燕柳斌. 结构力学 (上). 武汉: 武汉理工大学出版社, 2003
- 2 龙驭球, 包世华, 匡文起等. 结构力学教程 (I). 北京: 高等教育出版社, 2000
- 3 龙驭球, 包世华, 支秉琛. 结构力学 (上). 北京: 高等教育出版社, 1992

结构动力计算中确定体系振动自由度的方法

张 丹¹⁾

路新水

(大庆石油学院土木工程系, 大庆 163318) (大庆电业局, 大庆 163851)

摘要 针对用换铰法确定体系振动自由度时所遇到的问题, 提出了换铰时对弹簧支座、抗弯刚度为 ∞ 的杆件以及定向支座的处理方法。应用此方法, 具有任何支座和杆件的结构都可以用换铰法正确地确定其振动自由度数目。

关键词 动力计算, 振动自由度, 换铰法

在结构动力计算中, 确定体系振动自由度是首要的一步。在现有的结构力学教材及其辅导书中确定体系振动自由度的方法可归纳为以下 3 种:

(1) 根据定义: 振动自由度是结构在变形过程中确定全部质点位置所需的独立参数的数目。

(2) 附加链杆法: 在各质量发生独立位移的方向上增设附加链杆, 使体系上的全部质量完全固定, 此时所需增设的最少链杆数即为该体系的振动自由度数。

(3) 换铰法: 对以弯曲变形为主的杆件, 假设受弯直杆上任意两点之间的距离保持不变。此时可以运用几何构造分析中的铰接链杆法——将所有质点、刚结点、组合结点和固

2006-01-17 收到第 1 稿, 2006-06-06 收到修改稿。

1) E-mail: zdlxs9851@126.com

定支座换为铰结点、铰支座后,使铰接链杆体系成为几何不变体系所需增加的最少链杆数即为该体系的振动自由度.

显然,对于比较复杂的结构,应用定义是不容易判断的,应用方法 2 和方法 3 比较简便.而方法 3 尤其简便,但此方法并不适用于所有的体系.

为便于表达,以下用 n 表示振动自由度数目, W 表示使铰接链杆体系成为几何不变体系所需要增加的最少链杆数,在图形中用虚线表示,本文中铰接链杆体系均为去掉图形中用虚线表示的链杆后的图形.如图 1(a) 所示为无链杆、定向支座且杆件抗弯刚度不为 ∞ 时的结构,其铰接体系如图 1(b) 所示, $W = 4$, 所以, $n = W = 4$.

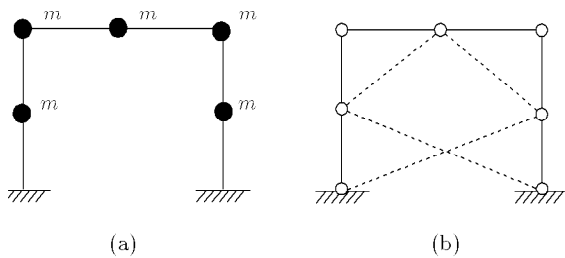


图 1

但不足的是,换铰时对定向支座及弹簧支座如何处理?杆件刚度为 ∞ 时如何处理? 这些问题在结构动力学教材及众多辅导书中并没有讲述,但书后习题和实际问题中都无法避免地会遇到上述问题,本文即对这些问题进行了讨论.

1 换铰时对抗弯刚度为 ∞ 杆件的处理

对于抗弯刚度为 ∞ 的杆件,用换铰法时,将此杆和其他杆件之间用刚结点相联处换为铰结点.但杆件上集中质点不能用铰结点代替.也就是说不能破坏刚性杆的完整性.

例 1 如图 2(a) 所示结构,其铰接链杆体系为图 2(b), $W = 2$, 所以, $n = W = 2$.

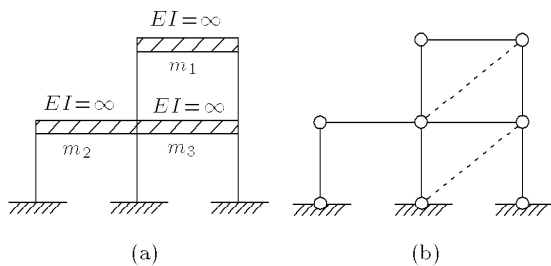


图 2

2 换铰时对弹簧支座的处理

换铰时将弹簧支座直接去掉即可.

3 换铰时对定向支座的处理

在前面所述的换铰中,刚结点和组合结点、固定支座分别换成铰结点、铰支座,实际上是将限制转动的约束解除,使其可以发生转动.根据这个原则,换铰时也应该将定向支

座限制转动的约束解除,使其可以发生转动,所以应该将定向支座的两根平行支杆换成只有一根支杆的链杆支座,如图 3(b) 所示.换铰后有两种情况:

(1) 链杆支座和被支承杆件轴线不在一条直线上,此时直接应用换铰后得到的铰接链杆体系计算即可.

(2) 链杆支座和被支承杆件轴线在一条直线上.

此时也分两种情况讨论:

1) 被支承杆件在链杆支座端有集中质点时,直接应用换铰后得到的铰接链杆体系计算即可.

2) 被支承杆件在链杆支座端没有集中质点时,此时直接应用换铰法得出的自由度数目并不是原体系的振动自由度,而是 $n = W - K$. 式中, K 为铰结体系中和所支承杆件轴线在一条直线上的支承链杆数目.

例 2 如图 3(a) 所示结构,其铰接链杆体系为图 3(b), $W = 2, K = 1$, 所以, $n = W - K = 1$.

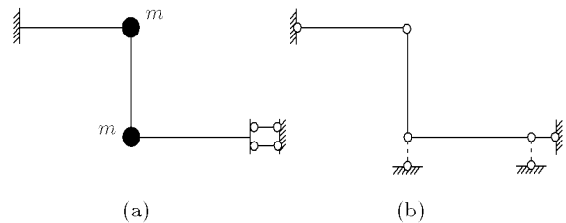


图 3

4 结论和计算公式

(1) 具有任何支座和杆件的结构都可以用换铰法正确地确定其振动自由度数目.

(2) 换铰时将弹簧支座直接去掉即可.

(3) 换铰时除了对质点、刚结点、组合结点和固定支座换铰外,还要将定向支座换成链杆(支杆与原支杆平行).但是对于抗弯刚度为 ∞ 杆件上的集中质点不能换铰.

(4) 体系振动自由度的计算公式

a) 换铰后链杆支座和被支承杆件轴线在一条直线上,且被支承杆件在链杆支座端没有集中质点时,体系的振动自由度数目为

$$n = W - K \tag{1}$$

b) 除 a) 外其他情况均可以使用式 (2)

$$n = W \tag{2}$$

(5) 当上述各种情况同时出现时,逐一处理即可得出正确的振动自由度数目,见例 3.

例 3 如图 4(a) 所示结构,其铰接链杆体系为图 4(b), $W = 2, K = 1$, 所以, $n = W - K = 1$.

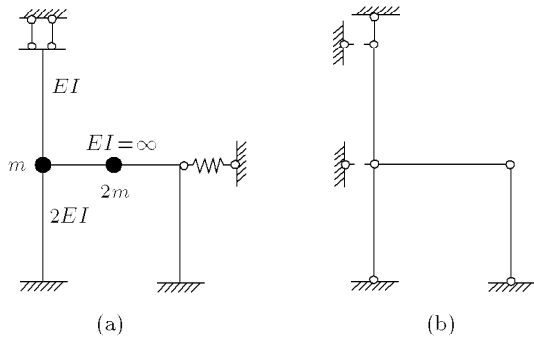


图 4

5 结 语

现行结构力学教材中，对确定结构振动自由度的方法并没有系统的论述。学生在做题中经常会遇到一些困难，笔者在教学过程中深深地体会到这一点。因此，将这部分内容进行了系统的论述，作为对教材的补充，可用于结构动力学的教学中。

参 考 文 献

- 1 龙驭球等编. 结构力学 (II). 北京: 高等教育出版社, 2003
- 2 杨天祥. 结构力学. (下册). 北京: 高等教育出版社, 1991
- 3 杨菲康, 李家宝. 结构力学. (下册). 北京: 高等教育出版社, 1996

对矩形截面杆弹性自由扭转的探讨

于海祥¹⁾ 武建华 李仁佩

(重庆大学土木工程学院, 重庆 400045)

摘要 利用柱体扭转问题的经典弹性力学解析解，结合自编电算程序绘制了沿截面控制线上剪应力的分布图，同时利用 ANSYS 有限元分析软件模拟了等直矩形截面杆的自由扭转问题。将各种材料力学教材中的截面剪应力分布图与准确计算结果进行了比较，并对截面剪应力分布规律进行了总结。

关键词 矩形截面杆，弹性自由扭转，有限元分析，剪应力分布

前 言

矩形截面杆的自由扭转不同于圆轴的扭转，由于轴向翘曲变形的存在，使得平截面假定不再成立，因此材料力学方法在解决该问题时遇到了很大的困难。各种材料力学教材^[1~6]中的截面剪应力分布图都是根据实验研究或由弹性力学推导的一些计算公式绘制的，并且不同的文献中给出的对角线上的剪应力分布图各不相同。虽然该问题的解析解是存在的，但由于解析式的复杂性，致使很多材料力学教材中对截面对角线上的剪应力分布情况避而不谈。各种材料力学教材给出了矩形截面杆自由扭转时截面各控制线上的剪应力分布图。在截面对角线上剪应力如何分布这一问题上，不同的文献给出的图示结果不尽相同，如图 1~ 图 5。可见，各种文献对截面对称线上的剪应力分布图的描述都是一致的，而对截面对角线上的剪应力分布图的形状及剪应力的指向的描述则不一致，分歧在于：(1) 对角线上的总剪应力是否垂直于对角线；(2) 对角线上剪应力的外包线上是否存在一拐点；(3) 各控制线上的剪应力是否相互平行。本文通过解析法及有限元法来验证截面剪应力的真实分布规律，其结果可为材料力学及弹性力学教学工作提供参考。

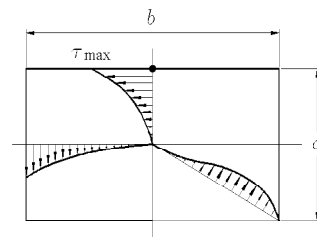


图 1 文献 [1] 中的剪应力分布

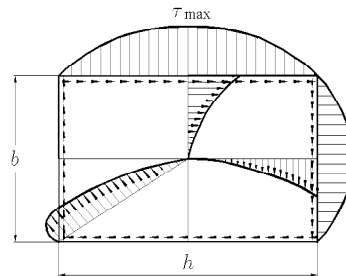


图 2 文献 [2] 中的剪应力分布

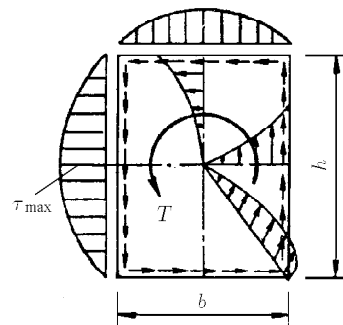


图 3 文献 [3] 中的剪应力分布

2006-03-07 收到第 1 稿，2006-07-20 收到修改稿。

1) E-mail: yhxhlj@163.com