

用 MATLAB 进行单自由度系统机械振动试验

蒋志峰 楼 易

(浙江科技学院机电工程学系, 杭州 310012)

摘要 分析单自由度阻尼系统受迫机械振动特性, 建立数学模型, 利用 MATLAB 对其进行仿真试验, 进行定量分析, 试验结果得出振动方程解析解, 并用几何方式描述了振动方程和幅频特性。

关键词 机械振动, MATLAB, 仿真试验

1 引言

计算机仿真也称为计算机模拟, 利用计算机对所研究系统的结构、功能和行为, 以及参与系统控制者的思维过程和进行行为进行动态的比较和模拟, 利用建立的仿真模型对系统进行研究和分析, 并将系统过程演示出来。MATLAB(matrix laboratory) 是矩阵实验室的意思, 它有超强功能的数值运算, 使得问题和解答像数学公式一般简单明了。MATLAB 允许使用者在最短的时间内写程式, 所花的时间约是 C 语言的几分之一, 而且不需要编译 (compile) 及链接 (link) 即能执行。同时, 先进的数据可视化功能, 使 MATLAB 的物件导向图形架构让使用者可执行视觉数据分析和处理, 并制作高质量的图形, 完成科学性或工程性图文并茂的文章, 从而达到事半功倍的效果^[1,2]。

本文试图从 MATLAB 编程角度出发, 对单自由度振动系统特性进行分析, 产生极好的仿真, 并以为实际工作提供一定的借鉴。当然运用 MATLAB/SIMULINK 仿真工具可进行一些系统仿真, 但编程更能发挥人们的想象和创造力, 能方便地解决工程上多变的实际问题。

2 建模

由振动理论^[3,4]可知, 单自由度阻尼系统的振动方程为 $m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = H \sin \omega t$, 化成

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\xi\omega_n \frac{dx}{dt} + \omega_n^2 x = h \sin \omega t$$

得

$$x = Ae^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_d t + \phi) + B \sin(\omega t - \varepsilon)$$

其中参数: 固有频率 $\omega_n = \sqrt{k/m}$, 阻尼比 $\xi = \frac{c}{2\sqrt{mk}}$, 有阻尼自由振动频率

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

$$h = \frac{H}{m}$$

$$\varepsilon = \tan^{-1} \frac{2\xi\omega_n \omega}{\omega_n^2 - \omega^2}$$

$$B = \frac{h}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2\omega_n^2\omega^2}}$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\omega_d(x_0 - B \sin \varepsilon)}{v_0 - B\omega \cos \varepsilon + \xi\omega_n(x_0 - B \sin \varepsilon)}$$

$$A = \frac{x_0 - B \sin \varepsilon}{\sin \phi}$$

x_0 为初始位置, v_0 为初始速度, ω 为激励力频率。

以上符号均与文献[4]中的符号含义一致, 当方程参数取值不同, 可得到不同类型的振动方程。由上述分析可见, 若用一般的解法, 不仅计算量大, 而且很容易出错, 而 MATLAB 提供了非常好的方法。

3 受迫振动的 MATLAB 仿真试验

由振动理论可知, 在不同阻尼条件下, 受迫振动的幅频特性是不同的, 且阻尼对振幅的影响与频率有关。下面将探讨用 MATLAB 仿真在相同阻尼下不同激励力频率 ω 的有阻尼受迫振动。这里取阻尼比 $\xi = 0.2$, $\omega_n = 1$, $h = 1$, $x_0 = 0$, $v_0 = 1$ 。

(1) 当 $\omega = 0.02 (\ll \omega_n)$ 时, 振动方程为

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 0.4 \frac{dx}{dt} + x = \sin 0.02t$$

计算结果为 $x = 1.06e^{-0.2t} \sin(0.98t + 0.079) + \sin(0.02t - 0.008)$ 。

该结果由两部分组成, 第一部分是衰减振动、瞬态解, 第二部分是受迫振动、稳态解。用 MATLAB 编程可求得上述结果并可仿真输出振动波形。MATLAB 程序设计如下:

```
clear,wn=1,w=0.02;tf=600;x0=0;v0=1;zeta=0.2;
wd=wn*sqrt(1-zeta^2)
b=sqrt(1/((wn^2-w^2)^2+(2*zeta*wn*w)^2))
pi2=atan2(2*zeta*wn*w,wn^2-w^2)
temp1=wd*(x0+b.*sin(pi2));
temp2=v0-b*w.*cos(pi2)+zeta*wn*(x0-b.*sin(pi2));
pi1=atan2(temp1,temp2)
a=(x0+b.*sin(pi2))/sin(pi1)
t=0:tf/1000:tf;
x=a*exp(-zeta*wn*t).*sin(wd*t+pi1)+b.*sin(w*t-
pi2);
```

```
plot(t,x)
xlabel('t');
ylabel('x');
```

执行此程序即可得计算结果与图 1 所示的振动曲线。该波形直接反映了整个受迫振动的过程。由振动方程的解和振

动曲线均可见振幅 $A \approx 1$ ，相位 $\varepsilon = 0.008$ 。显然用 MATLAB 编程能较方便地解出振动方程的解，并快速地输出振动曲线。当振动方程参数不同时，只需在 MATLAB 程序中改变相应变量初始化值即可。下面给出的是 ω 取另外两个值时的情况。

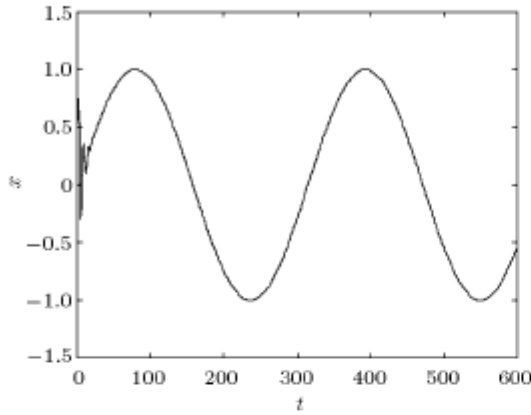


图 1

(2) 当 $\omega = 0.999 (\approx \omega_n)$ 时，

振动方程为：

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 0.4 \frac{dx}{dt} + x = \sin 0.999t$$

计算结果为：

$$x = 2.551e^{-0.2t} \sin(0.98t + 1.375) + 2.503 \sin(0.999t - 1.566)$$

在 MATLAB 程序中需改变 ω, tf 初始化值，令 $\omega = 0.999, tf = 50$ ，再运行该程序，输出见图 2，可见这时振幅较大， $A \approx 2.5$ ，相位 $\varepsilon = 1.566$ 接近 $\frac{\pi}{2}$ 。

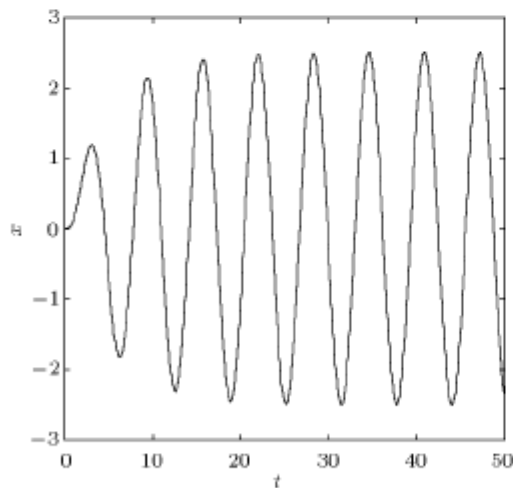


图 2

(3) 当 $\omega = 5 (\gg \omega_n)$ 时，振动方程为

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 0.4 \frac{dx}{dt} + x = \sin 5t$$

计算结果为

$$x = 1.231e^{-0.2t} \sin(0.98t - 0.0028) + 0.0415 \sin(5t - 3.059)$$

在 MATLAB 程序中改变 ω, tf 初始化值，令 $\omega = 5, tf = 50$ ，再运行该程序，输出波形如图 3 所示，可见这时振幅 $A \approx 0.04$ ，相位 $\varepsilon = 3.059$ 接近 π 。激振力与位移反向。

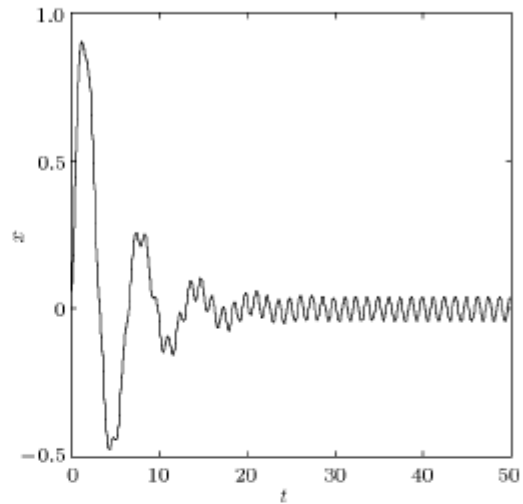


图 3

由上述这些试验结果可见，单自由度阻尼系统振动输出由衰减项和稳定项两部分组成，当激振频率 ω 取不同值时，阻尼对振幅 A 和相位 ε 的影响是不同的。从这些 MATLAB 输出的振动曲线显然可见，在阻尼比 ξ 相同情况下的幅频特性，当激振频率接近系统的固有频率 ω_n 时，振幅明显增大，从图 1、图 2、图 3 中均可见有阻尼受迫振动整个过渡阶段的衰减和稳态过程。以上方法可适用于各种初始条件下阻尼振动给出精确的解析解和几何描述。

另外，用以上类似方法，再对受迫振动在不同阻尼条件下的幅频关系曲线进行仿真，较方便地对振动方程求解，并画出相应的振动波形，精确地分析系统固有振动特性。由理论力学^[4]可知，振幅比 $\beta = \frac{B}{B_0} = \frac{1}{\sqrt{(1-\lambda^2)^2 + 4\xi^2\lambda^2}}$ ，其中 $\lambda = \frac{\omega}{\omega_n}$ 。在 MATLAB 程序设计中应注意，最后要加上 grid, figure, mesh 等函数，这样就可输出图 4 所示的关系曲线，并可输出图 5 所示的三维幅频曲面。

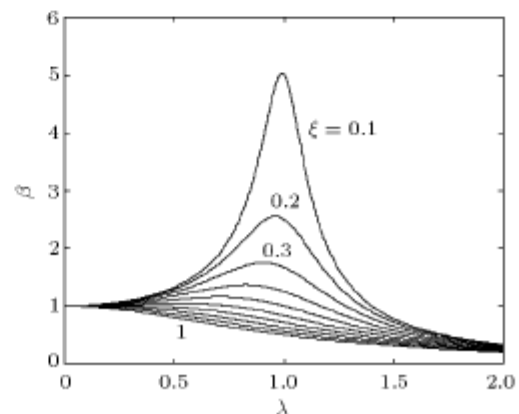


图 4

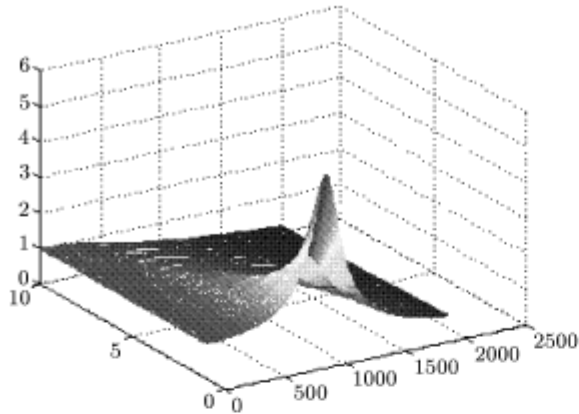


图5

由图4可知, $\lambda = 1$ ($\omega = \omega_n$) 附近的阻尼对振幅有显

著影响, 即阻尼增大, 振幅明显下降. 相应画出的三维图像如图5所示, 从中可更加形象地看出 ζ 对固有振动特性的影响. 若键入 `rotate3d` 命令, 用鼠标拖动三维图形旋转, 就可在计算机屏幕上更直观地获得彩色的、非常清晰的图像.

参考文献

- 1 张廷中. MATLAB 使用指南. 北京: 科学技术文献出版社, 1998
- 2 张志涌等. 精通 MATLAB. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2000
- 3 刘廷柱等. 振动力学. 北京: 高等教育出版社, 1998
- 4 哈尔滨工业大学理论力学教研室. 理论力学(下). 北京: 高等教育出版社, 1997

关于材料力学实验教学改革的设想

孙建国

(北京建筑工程学院基础部, 北京 100044)

摘要 针对现行材料力学实验教学模式的弊端, 根据多年来实验教学的体会, 提出改革材料力学实验教学的几种新模式, 以期提高实验教学质量.

关键词 材料力学, 实验教学, 教学模式

材料力学实验是高等工程教育中的重要内容之一. 目前我院材料力学课程为学生共开设了7个实验项目, 其目的在于加深和巩固所学的理论知识. 然而, 现行的教学模式基本是教师讲解实验内容, 学生按步骤做实验、测数据, 最后提交实验报告. 在这种教学模式下, 学生被动地接受学习, 不能充分激发其获取知识的强烈愿望, 容易造成学生的思维局限性和心理惰性, 难以满足对学生进行工程实践能力训练的需要. 为此, 必须探索新的实验教学模式, 加强对实验设计、实验方法和实验技能的培养和训练, 注重提高实验教学效果. 笔者根据多年的实践与体会, 提出几种材料力学实验教学新模式, 以期提高实验教学质量.

1 “任务书”型实验

所谓“任务书”型实验, 是将实验目的、实验要求以工程任务书的形式下达给学生, 学生通过一段时间的预习, 查阅资料, 并进行分析、讨论后, 明确实验原理和实验的方法、步骤, 最后经过动手操作, 完成实验. “任务书”型实验打破了以往实验课由实验教师一揽到底的教学方式, 给学生充分的信任和适度的压力, 使学生通过主动参与实验, 激发其学习的积极性. 这种模式需要强调教师的引导作用, 适用于实验教学的初级阶段. 整个过程可通过以下几个步骤完成:

第1, 教师在理论教学中要对实验所涉及的材料力学基础理论知识予以交代, 并适时地给学生下达任务书; 第2, 学生根据实验任务查阅资料、进行分析讨论, 了解实验过程及实验设备的使用; 第3, 学生到实验室后, 指导教师给学生进一步明确实验要求, 对实验所用仪器设备作简要介绍, 强调实验注意事项; 第4, 学生按照设计的实验方案选定实验方法, 参照仪器设备使用规程列出实验步骤, 经指导教师审核后, 独立完成实验. 学生根据自己测定的数据写出实验报告和体会, 由教师给出实验成绩. “任务书”型实验, 学生成为实验的主体, 通过理论与实践的有机融合, 能增强其分析、思维和动手操作能力. 在“任务书”型实验中, 实验教师要充分发挥自身作用, 做好实验的指导工作.

2 “菜单选择”型实验

“菜单选择”型实验是将实验内容菜单式地列出, 学生根据自身情况选择一项或几项进行操作. 如, 材料力学实验室配有材料力学纯弯梁及弯扭组合实验台各20套, 在这些实验台上可测定平面状态下的应力分布情况, 而目前按照教学大纲只开设了纯弯曲梁的正应力分布规律的测定、弯扭组合主应力测定两个实验. 这样, 一方面学生的思维限制在这两个实验上, 求知欲得不到充分满足; 另一方面仪器设备使用率低, 得不到充分开发利用. “菜单选择”型实验即是针对上述情况提出的改革办法. 在这种教学模式下, 学生通过熟悉实验原理、掌握仪器操作后, 可自由选择感兴趣的实验内容, 在教师的指导下, 根据构件的受力状态选定布片方案, 粘