

则质心到撞击中心距离即为 a' , a 与 a' 是对称的, 轴承与撞击中心可互换位置。

反之, 由式(6)及式(7)可得 $\rho_c^2 + a^2 = aa' + a'^2$, 即 $\rho_c^2 = ah$. 两边同乘以 m 有 $h = J_Z/m\alpha$, 即, 若 a 与 a' 是对称的, 则 $h = a + a'$ 为撞击中心处。

对任意形状的刚体的撞击中心, 均可用上述简易的实验法测得。

事实上, 在课堂上的实验演示, 可不必做架子去悬挂尺

子, 而是用左手的姆指与食指去绷住线圈, 使之成矩形, 一边悬吊着尺子 AB 的 A 孔, 即可演示, 其实验工具十分简单, 但教学效果却十分显著。

参 考 文 献

- 哈尔滨工业大学理论力学教研室. 理论力学(第5版). 北京: 高等教育出版社, 1997

用振动方法测量流体密度

陈 明 严 勇 张秋华 毕显芝

(哈尔滨工业大学航天工程与力学系, 哈尔滨 150001)

摘要 介绍了用振动方法测量流体密度的实验原理、实验装置和实验方法, 这是振动力学的一个教学实验, 具有实际应用价值。

关键词 振动测量, 流体密度, 教学实验

用振动方法测量流体密度的仪器“振动式流体密度计”早在十多年前就已经得到了应用^[1]。但是它的结构过于复杂、精细, 造价昂贵, 基本上不能用作振动力学的教学实验。近年来, 随着振动测量技术和数字信号分析技术的发展, 把“振动方法测量流体密度”列为“振动力学”课程的一种应用型的教学实验, 已经成为可能。作者在 2000 年先试做了这个实验; 改进后于 2001 年列为研究生的必修实验; 目前将实验装置做了进一步改进, 结构简单, 造价低廉, 计划在本科生的机械振动、结构动力学等课程中开出这个实验, 让学生自己动手把理论应用于实践, 在实践中加深对理论的认识。

1 实验原理

欧拉-伯努利梁(Euler-Bernoulli beam)横向振动的固有频率的平方 f^2 与梁的物理参数之间满足下面的公式

$$f^2 = k^4 \frac{EI}{\rho A} \quad (1)$$

式中, E 是梁的纵向弹性模量, I 为截面惯性矩, A 为横截面积, ρ 为梁的材料密度, 对于均质等直梁, 这些参数都是常数; 而 k 则是取决于梁的长度 l 和边界条件的常数, 对应于不同阶的固有频率 f, k 的数值也不同。上式可以改写为

$$f^2 = k^4 l \frac{EI}{\rho Al} = k^4 l \frac{EI}{m} \quad (2)$$

或

$$\frac{1}{f^2} = \frac{m}{k^4 l EI} \quad (3)$$

现在, 将 1 根均质等直的管子视为欧拉-伯努利梁, 则上式的 f 便是此空管横向振动的固有频率。在管子里面装满水, 设水的密度为 $\rho_{\text{水}}$, 可以认为水不会改变梁的刚度, 所

以根据公式(3), 通水管子的固有频率 f_k 应当满足下面的公式

$$\frac{1}{f_k^2} = \frac{m + m_k}{k^4 l EI} \quad (4)$$

设管腔的横截面积为 A' , 则水的质量为

$$m_k = \rho_k A' l \quad (5)$$

代入式(3), 式(5), 可以将式(4)改写为

$$\frac{1}{f_k^2} = \frac{1}{f^2} + \frac{\rho_k A'}{k^4 l EI} \quad (6)$$

或

$$\frac{\rho_k A'}{k^4 l EI} = \frac{1}{f_k^2} - \frac{1}{f^2} \quad (7)$$

同理, 如果在管子内通以密度为 $\rho_{\text{流}}$ 的流体, 则通此流体的管子的固有频率 $f_{\text{流}}$ 就应该满足下面的公式

$$\frac{\rho_{\text{流}} A'}{k^4 l EI} = \frac{1}{f_{\text{流}}^2} - \frac{1}{f^2} \quad (8)$$

由式(7), 式(8)两式, 得

$$\frac{\rho_{\text{流}}}{\rho_k} = \frac{\frac{f^2}{f_{\text{流}}^2} - 1}{\frac{f^2}{f_k^2} - 1} \quad (9)$$

这就是用振动方法测量流体密度的基本公式。只要依次测出空管振动的固有频率 f , 通水时管子振动的固有频率 f_k , 通流体时管子振动的固有频率 $f_{\text{流}}$, 就可以用公式(9)算出流体密度 $\rho_{\text{流}}$ 与水的密度 ρ_k 之间的比值。如果知道水的密度 ρ_k 的准确值, 就可以得到流体密度 $\rho_{\text{流}}$ 的准确值。

2 实验装置

根据上述原理, 研制的教学用的数字式流体密度计如图 1 所示。图 1 中管子可以是金属管, 也可以是玻璃管或有机

玻璃管、金属管安装方便，两端边界条件稳定，但是看不清液体中是否混有气体，而混入的气体对测量精度有重要影响。为便于观察和排除混入的气体，用玻璃管或有机玻璃管是有好处的。但是玻璃管的两端固定困难，边界条件不稳就会影响测量精度。有机玻璃管的两端固定要容易一些，它的缺点

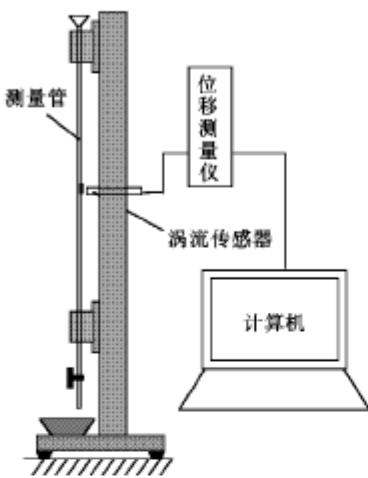


图 1 流体密度计

是对温度过于敏感。但总的来说，就满足测量原理的教学要求而言，上述不同材料的管子都是可以采用的，而且造价都不高，整个实验装置的费用约 600 元，很适合实验室自行制作。

激振方法是用小锤轻击管子，或用指甲弹击管子引起振动。振动信号由涡流传感器测量，送到计算机内做功率谱分析，给出第一阶固有频率。当依次测出空管振动的固有频率 f ，通水时管子振动的固有频率 $f_{\text{水}}$ 和通流体时管子振动的固有频率 $f_{\text{流体}}$ 后，就可以用公式(9)算出流体密度 $\rho_{\text{流体}}$ 与水的密度 $\rho_{\text{水}}$ 之间的比值。

3 实验结果

用上面的装置，对空管（玻璃管）、装水（矿泉水）、装盐水（约 2400 ml 水加 5 g 食盐）、装色拉油（大豆色拉油）等不同的情况做了实验，分别测得相应的第一阶固有频率为

$$f = 329.53 \text{ Hz}, f_{\text{水}} = 223.12 \text{ Hz}$$

$$f_{\text{盐水}} = 222.81 \text{ Hz}, f_{\text{色拉油}} = 227.35 \text{ Hz}$$

利用式(9)可以算出盐水密度 $\rho_{\text{盐水}}$ 、色拉油密度 $\rho_{\text{色拉油}}$ 与水的密度 $\rho_{\text{水}}$ 的比值分别为

$$\frac{\rho_{\text{盐水}}}{\rho_{\text{水}}} = \frac{\left(\frac{329.53}{222.81}\right)^2 - 1}{\left(\frac{329.53}{223.12}\right)^2 - 1} = 1.0051$$

$$\frac{\rho_{\text{色拉油}}}{\rho_{\text{水}}} = \frac{\left(\frac{329.53}{227.35}\right)^2 - 1}{\left(\frac{329.53}{223.12}\right)^2 - 1} = 0.9319$$

由于配盐水的时候，水的体积和盐的重量误差比较大，所以难以得到盐水与水的密度的真值；但是仪器对这几个密度的相对大小的反应还是非常灵敏的。

4 讨论

用振动方法测量流体密度是一种先进的测量方法；它的灵敏度非常高，甚至可以测量气体的密度^[1]，这主要取决于管子及其边界条件物理参数的稳定性、固有频率随流体密度变化的灵敏程度和分析系统的频率分辨率。对这些进行讨论，可以给学生开拓比较大的思考空间，较适合用作教学、研究实验，也有较实际的应用价值。可以相信，应用现代数字信号的采集与分析技术，这种先进的密度测量技术，一定会得到更加广泛的应用，并在应用中得到进一步的完善。

参 考 文 献

1 廉育英，密度测量技术，北京：机械工业出版社，1982

关于土力学理论模型与科研方法的思考（续）¹⁾

陈正汉 * †

*(同济大学地下建筑与工程系，上海 200092)

†(后勤工程学院土木系，重庆 400041)

4 关于土力学创新研究的意见

科学的研究是创造性的工作，笔者感到以下几点是很有益的。

4.1 开拓新领域，仪器是先导

新的科学仪器装置是揭示岩土介质的基本性质的最有力、最直接的工具，是打开新的科学大门的先导。众所周知，

望远镜、显微镜、雷达、CT 机、离子加速器、高速摄影机等的发明都开拓了新的科学处女地。在岩土力学和工程领域，新仪器的作用更大，原因大致有 3 条。第 1，岩土介质种类繁多，成因各异，成份千差万别，颗粒大小悬殊，随着工程规模和范围的扩大，会不断遇到新的土类或类岩土介质，如，粉煤灰、粗粒料、冻土、盐渍土、碱渣、生活垃圾等，人们对于

2003-03-26 收到第 1 稿，2003-09-08 收到修改稿。

1) 上海市重点学科建设项目（岩土工程）和国家自然科学基金项目资助。