

起梁的任意截面弯矩为

$$m = 1 - \frac{x}{R} \quad (5)$$

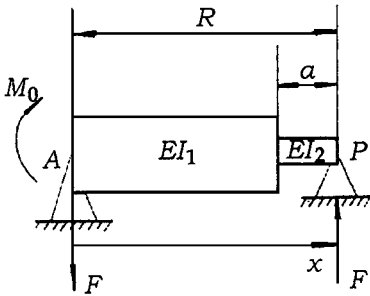


图 1

梁的转角为

$$= \int_0^R \frac{Mm}{EI} dx \quad (6)$$

将 (4) 式和 (5) 式代入 (6) 式中, 对其积分并经整理后, A 点的转角为

$$\theta_A = \frac{M_0 a^3}{3 EI_2 R^2} \quad (7)$$

因此齿轮的刚度为

$$K_i = \frac{M_0}{A} = \frac{3 EI_2 R^2}{a^3}$$

代入轮齿的极惯性矩 $I_2 = bt^3/12$, 则有

$$K_i = \frac{bt^3 ER^2}{4 a^3} \quad (8)$$

式中 b, t 分别为齿宽和齿厚.

根据上述分析结果, 求出 K_i 后即可确定齿轮部分的总刚度 K_T .

齿轮传动系统的总刚度为

$$K_T = \frac{1}{K_j} + \frac{1}{K_i} \quad (9)$$

参 考 文 献

- 1 单辉祖主编. 材料力学教程. 北京: 国防工业出版社, 1985. 85~86
- 2 吴福光等. 振动理论. 北京: 高等教育出版社, 1987. 5~6
- 3 唐蓉城等. 机械设计. 北京: 机械工业出版社, 1993. 189

平面刚架 (梁) 单元杆端力向量公式推导

李书岐

(河北大学数学系, 保定 071002)

摘要 本文通过位移法的转角位移方程, 导出平面刚架 (梁) 单元杆端力向量公式和单元刚度矩阵.

关键词 平面刚架, 梁单元, 杆端力

本文通过位移法的等截面直杆转角位移方程推导出平面刚架 (梁) 单元杆端力向量公式

$$\{\bar{F}\} = [\bar{k}]\{\bar{\Delta}\} + \{\bar{F}_f\} \quad (1)$$

比目前一般结构矩阵分析教材讲法要方便、直观, 学生易于接受.

1 梁单元

图 1 示梁单元受跨间荷载, 并有转角 $\bar{\theta}_i, \bar{\theta}_j$ (以顺时针转向为正), $\bar{v}_{ij} = \bar{v}_i - \bar{v}_j$ (图 2) (以使杆顺时针转向为正), 梁单元杆端力 \bar{Q}_i, \bar{Q}_j (以沿 \bar{y} 向为正), \bar{M}_i, \bar{M}_j (以顺时针转向为正). (需要特别指出本文 \bar{Q}_j 与文 [1] 规定相差一负号), 则等截面直杆 ij

的转角位移方程为

$$\left. \begin{aligned} \bar{Q}_i &= -\frac{6EI}{l^2} \bar{\theta}_i - \frac{6EI}{l^2} \bar{\theta}_j + \frac{12EI}{l^3} \bar{v}_{ij} + \bar{Q}_i^f \\ \bar{M}_i &= \frac{4EI}{l} \bar{\theta}_i + \frac{2EI}{l} \bar{\theta}_j - \frac{6EI}{l^2} \bar{v}_{ij} + \bar{M}_i^f \\ \bar{Q}_j &= \frac{6EI}{l^2} \bar{\theta}_i + \frac{6EI}{l^2} \bar{\theta}_j - \frac{12EI}{l^3} \bar{v}_{ij} + \bar{Q}_j^f \\ \bar{M}_j &= \frac{2EI}{l} \bar{\theta}_i + \frac{4EI}{l} \bar{\theta}_j - \frac{6EI}{l^2} \bar{v}_{ij} + \bar{M}_j^f \end{aligned} \right\} \text{梁}$$

本文于 1997-04-25 收到.

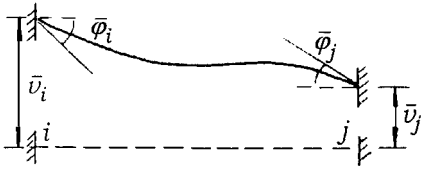


图 2

式 (2) 的第 3 式与文献 [1] 相差一负号, \bar{Q}_j^f 规定沿 \bar{y} 正方向为正.

将 $\bar{u}_{ij} = \bar{v}_i - \bar{v}_j$ 代入 (2) 式得

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{Q}_i &= \frac{12EI}{l^3} \bar{v}_i - \frac{6EI}{l^2} \bar{\phi}_i - \frac{12EI}{l^3} \bar{v}_j - \\
 &\quad \frac{6EI}{l^2} \bar{\phi}_j + \bar{Q}_i^f \\
 \bar{M}_i &= -\frac{6EI}{l^2} \bar{v}_i + \frac{4EI}{l} \bar{\phi}_i + \frac{6EI}{l^2} \bar{v}_j + \\
 &\quad \frac{2EI}{l} \bar{\phi}_j + \bar{M}_i^f \\
 \bar{Q}_j &= -\frac{12EI}{l^3} \bar{v}_i + \frac{6EI}{l^2} \bar{\phi}_i + \frac{12EI}{l^3} \bar{v}_j + \\
 &\quad \frac{6EI}{l^2} \bar{\phi}_j + \bar{Q}_j^f \\
 \bar{M}_j &= -\frac{6EI}{l^2} \bar{v}_i + \frac{2EI}{l} \bar{\phi}_i + \frac{6EI}{l^2} \bar{v}_j + \\
 &\quad \frac{4EI}{l} \bar{\phi}_j + \bar{M}_j^f
 \end{aligned} \right\}$$

www.cnki.net

$$\left[\begin{array}{ccc}
 -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\
 0 & -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\
 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\
 \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\
 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\
 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l}
 \end{array} \right]$$

结构

蒋

