

弹性滑错界面椭圆夹杂应力场¹⁾

潘文科 伍小平

(中国科学技术大学五系, 合肥 230026)

摘要 本文采用弹性弹簧来模拟夹杂和基体之间界面存在的缺陷. 应用 Papkovitch-Neuber 位移函数法给出了带有缺陷界面无穷大基体中含椭圆形夹杂问题的级数解, 计算结果显示了滑错夹杂应力场的一些特点.

关键词 缺陷, Papkovitch - Neuber 位移函数法, 椭圆夹杂应力场

1 引言

复合材料被广泛地应用于工程中, 其力学行为尤为重要. 由于复合材料中各组分之间界面往往存在缺陷, 这对复合材料总体性能将有较大影响. Eshelby^[1]最早给出了无穷大基体中含椭圆夹杂问题的解析解, 指出椭圆夹杂内均匀本征应变将导致椭圆夹杂内均匀应力场, 在此问题中, 基体和夹杂间界面被假设为理想连接. T. Mura^[2]利用 Eshelby 的结果及等效夹杂方法给出了无穷大基体中含异质椭圆夹杂问题的解析解. E. Tsuchida^[3]等人给出了无穷大基体与夹杂之间界面法向连续而切向自由滑错的本征应变问题的级数解. 本文考虑了一个无穷大基体中含有一椭圆形夹杂问题, 夹杂和基体之间界面可以存在缺陷, 夹杂内部可以包含本征应变, 基体无穷远处作用有应力场 (或均匀应变场). 缺陷界面采用弹性弹簧来模拟, 引入双曲坐标变换, 应用 Papkovitch - Neuber 位移函数方法, 将位移势函数展开为指数函数和三角函数的积, 由边界条件及连接条件可以得出展开式中未知系数方程组, 从而得到问题的解.

2 基本方程

如图 1 所示的力学模型, 无穷大基体中含有一椭圆形夹杂, 夹杂内部本征应变为 ϵ_x^* 和 ϵ_y^* , 基体在无穷远处受有均匀应变场 ϵ_x 和 ϵ_y 的作用, 基体和夹杂间界面可以产生切向滑错.

2.1 坐标变换

通过下列变换关系, 将直角坐标 (x, y) 变换为曲线坐标 (ξ, η)

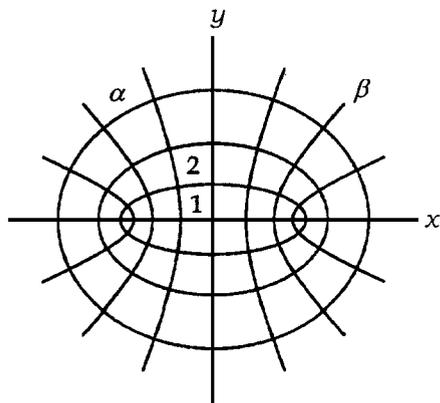


图 1 椭圆形夹杂力学模型
1 夹杂, 2 基体

$$\left. \begin{aligned} x &= ch \cos \xi \\ y &= sh \sin \xi \end{aligned} \right\}$$

(2)

其中变量上冠以“-”、“*”和“ ”分别表示夹杂内的量、由本征应变和远场应变引起的量.

2.3 Papkovitch-Neuber 位移函数的选取

利用 Papkovitch-Neuber 位移函数 θ_0 、 θ_1 和 θ_2 ,

1) 博士后科学基金资助项目.

本文于 1996 - 07 - 27 收到.

则有

$$\left. \begin{aligned} 2GU_x &= \frac{\partial}{\partial x} (\varphi_0 + x\varphi_1 + y\varphi_2) - (k+1)\varphi_1 \\ 2GU_y &= \frac{\partial}{\partial y} (\varphi_0 + x\varphi_1 + y\varphi_2) - (k+1)\varphi_2 \end{aligned} \right\}$$

(对于基体) (4)

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0 &= \sum_{n=1}^{\infty} \bar{B}_n \cos n \\ \varphi_1 &= \sum_{n=1}^{\infty} \bar{C}_n \cos n \end{aligned} \right\} \quad k_0 \quad \text{基体}$$

www.cnki.net

面缺陷可以导致夹杂内部分区域应力明显升高.

(2) 在夹杂长轴上有一点 x_0 使 (x) 理想联接 = (x) 界面滑移, 此点只与椭圆形状有关, 与基体和夹杂材料特性无关.

参 考 文 献

1 Eshelby JD. Proc Roy Soc London: Ser a, 1957, 241: 376 ~ 396

2 Mura T. Micromechanics of Defects in Solids. Martinus Nijhoff Publishers, 1982

3 Tsuchida E, Mura T, Dundurs J. J Appl Mech, 1986, 53: 103 ~ 107

THE ELASTIC FIELDS OF ELLIPTIC

INHOMOGENEITY WITH SLIDING INTERFACE

PAN Wenke WU Xiaoping

(Department of Modern Mechanics University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

Abstract The defect interface between matrix and inhomogeneity is a general phenomena. The defect is simulated by elastic spring in this paper. By using papkovich-Neuber method, the series solution about elliptic inhomogeneity with defect interface can be got. Calculation results show the characteristics of the stress fields.

Key words matrix, inhomogeneity, spring interface

关于 Mises 桁架结构的非线性动力学研究初探

王西十 白瑞蒲

(河北大学数学系, 保定 071002)

Nuri Akkas

(Dept. of Engineering Science, Middle East Technical University, 06531 Ankara, Turkey)

摘要 本文通过计算机仿真, 观察和研究了 Mises 桁架的动力不稳定及其混沌特性. 结果表明, 对于调和外激励的某一频率和幅值, 存在着周期或非周期的特性; 而当动力外激励为阶跃函数时, 不引起混沌响应. 关键词 Mises 桁架, 非线性动力学, 动力不稳定, 混沌

60 年代以来, 结构动力不稳定的研究一直是一个活跃的领域. 而将混沌动力原理用来研究结构的受迫振动则是近几年的事. 在本文中, 我们研究 Mises 桁架 (图 1) 的非线性动力学问题. 我们之所以研究这个经典问题, 是受启发于简单的确定性非线性系统具有复杂的运动特性^[1~7]. 我们的目的是定性地讨论这个简单模型的混沌特性.

1 理论与结果

试验和理论分析显示, 当 Mises 桁架受一个铅直静外载荷 P 作用时, 其失稳临界载荷以无量纲形式给出

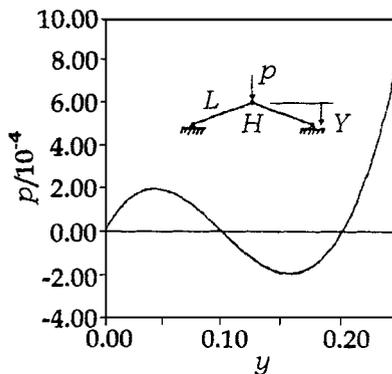


图 1 Mises 桁架及静载荷挠度曲线图

$$p = (h - y)[(1 - 2hy + y^2)^{-1/2} - 1] \quad (1)$$

这里无量纲量 $p = P/2AE$, $h = H/L$, $y = Y/L$, 其中 AE 是桁架刚度系数, H 是桁架高度, Y 是中点挠度, 如图 1 所示. 图 1 还给出了 $h = 0.1$ 时的载荷-挠度曲线. 由图可见桁架屈曲时的载荷水平. 当外

1997 - 01 - 16 收到第 1 稿, 1997 - 11 - 10 收到修改稿.