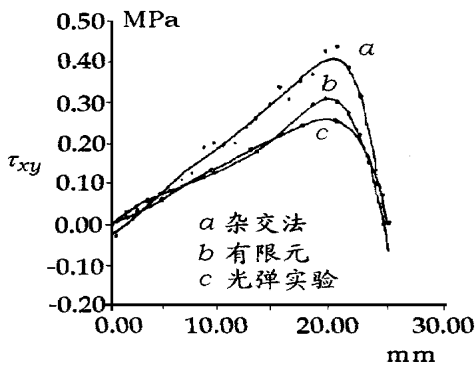
图3 σ_y 图4 τ_{xy}

积分法计算 $\int_0^{25} \sigma_y dx$ 与外力 $P/2$ 作平衡校对 其相对误差分别为: 1.8% (局部杂交法), 2.86% (有限元法), 4.93% (光弹性)。说明局部杂交法的精度较高

参 考 文 献

- 1 Morton J, Post D. *Exp Mech*, 1990, 30 (2)
- 2 Tsai M Y, Morton J. *Exp Mech*, 1991, 31 (4)
- 3 张继平. 天津大学硕士学位论文, 1994

THE STRESS ANALYSIS OF THE INTERFACE OF BMATERIAL BY A LOCAL HYBRID METHOD

ZHANG Jiping⁺ KANG Yilan JIA Youquan

⁺ (Nava Airforce College, Yantai 264001, China)

(Department of Mechanics, College of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract In this paper, the local hybrid method, combining the moire interferometry experiment with FEM, is used to evaluate the experimental results in interfacial region. The results of local hybrid method is compared with photoelasticity and FEM method.

Key Words stress analysis for bimaterial interface, local hybrid method

高压容器自增强的研究

杨金来

(浙江广播电视大学, 杭州 310012)

摘要 本文提出自增强技术中求解最佳弹-塑性界面半径 (r_{ppt}) 的解析式; 研究了自增强对厚壁圆筒应力分布和承载能力的影响, 并提出了自增强技术中的最佳内压

关键词 压力容器, 自增强, 弹塑性

1 引言

为了在圆筒器壁内获得理想的应力分布状态, 常

采用“自增强”处理技术。该技术的关键问题是确定最佳弹-塑性界面半径 r_{ppt} (此时当量应力 σ_{eq} 达到最小值)。借助于 r_{ppt} , 有关自增强的其它许多问题就很容易得到解决。文献 [4] 仅给出了自增强的概念而没有详细的结果。文献 [5, 6] 建议用反复试算的办法求解 r_{ppt} , 该方法未免较繁琐且不准确, 并且仅考虑周向应力, 其实质是基于第一强度理论 (适用于脆性材料^[1,3]), 而压力容器通常用韧性材料制造, 韧性材料非常适用于

第三和第四强度理论^[1,3]。文献 [2] 提出的图解法也显得较繁琐和不准确。本文的目的是要找到一个简单实用、准确合理的求解 r_{jpt} 的方法, 并研究有关自增强的问题。

1 求解最佳弹-塑性界面半径 r_{jpt}

1.1 第三、第四强度理论之间的关系

众所周知, 第三、第四强度理论的当量应力分别为^[1,3]

$$\sigma_{eq}^{III} = \sigma_r - \sigma_t \quad (1)$$

$$\sigma_{eq}^{IV} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_r - \sigma_t)^2 + (\sigma_r - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_t)^2]} \quad (2)$$

(2) 式中 σ_{eq}^{III} 、 σ_{eq}^{IV} 分别为基于第三、第四强度理论的当量应力 (MPa); σ_r 、 σ_t 、 σ_z 分别为径向、周向和轴向应力 (MPa)。

将 $\sigma_z = (\sigma_r + \sigma_t) / 2$ (Lame 公式^[1-3]) 代入式 (2) 得

$$\sigma_{eq}^{IV} = \frac{\sqrt{3}}{2} (\sigma_r - \sigma_t) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_{eq}^{III} \quad (3)$$

可见对于圆筒形压力容器, 第三、第四强度理论的当量应力之间存在着式 (3) 所示的关系, 这实际上也正是 Tresca 和 Mises 屈服准则之间的关系^[1,3]。利用这一关系, 可以很方便地由基于第四强度理论的结果得到基于第三强度理论的有关解, 反之亦然。

1.2 按第三强度理论求解

根据文献 [4~6] 及第三、第四强度理论之间的关系, 可得圆筒卸去自增强压力 p_a 后, 在 $r = r_j$ 处的残余应力为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\sigma_s}{2} \left\{ 1 - \frac{r_0^2}{r_j^2} \left[\frac{r_i^2}{r_0^2} - \left(1 - \frac{r_i^2}{r_0^2} + 2 \ln \frac{r_i}{r_j} \right) \frac{1}{k^2 - 1} \right] \right\} \\ \sigma_t &= \frac{\sigma_s}{2} \left\{ 1 + \frac{r_0^2}{r_j^2} \left[\frac{r_i^2}{r_0^2} - \left(1 - \frac{r_i^2}{r_0^2} + 2 \ln \frac{r_i}{r_j} \right) \frac{1}{k^2 - 1} \right] \right\} \\ \sigma_z &= \frac{\sigma_s}{2} \left[\frac{r_i^2}{r_0^2} - \left(1 - \frac{r_i^2}{r_0^2} + 2 \ln \frac{r_i}{r_j} \right) \frac{1}{k^2 - 1} \right] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中, r_i 、 r_j 、 r_0 分别为圆筒内半径, 弹-塑性界面半径和外半径 (mm), k 为外半径与内半径之比, $k = r_0 / r_i$, σ_s 为屈服强度 (MPa)。

内压 p 在 $r = r_j$ 处引起的应力为^[4-6]

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{p}{k^2 - 1} \left\{ 1 - \frac{r_0^2}{r_j^2} \right\} \\ \sigma_t &= \frac{p}{k^2 - 1} \left\{ 1 + \frac{r_0^2}{r_j^2} \right\} \\ \sigma_z &= \frac{p}{k^2 - 1} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

将式 (4) 和式 (5) 中相应的应力相加, 可得经自增强处理后圆筒在 $r = r_j$ 处的总应力为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_r + \sigma_r' \\ \sigma_t &= \sigma_t + \sigma_t' \\ \sigma_z &= \sigma_z + \sigma_z' \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

将式 (4) ~ 式 (6) 代入式 (1), 可得在 $r = r_j$ 处的当量应力

$$\sigma_{eq}^{III} = \sigma_y - \frac{\sigma_s}{k^2 - 1} \left(\frac{r_0^2}{r_j^2} - 1 + 2 \frac{r_0^2}{r_j^2} \ln \frac{r_i}{r_j} \right) + \frac{2p - \frac{r_0^2}{r_j^2}}{k^2 - 1} \quad (7)$$

令 $d\sigma_{eq}^{III} / dr_j = 0$, 得

$$r_{jpt} = r_i \exp \left(\frac{p}{\sigma_y} \right) \quad (8)$$

在 $r_j = r_{jpt}$ (加下标 opt 者表示最佳量, 下同), $(d^2\sigma_{eq}^{III}) / dr_j^2 > 0$, 表明当 $r_j = r_{jpt}$ 时 σ_{eq}^{III} 达到最小值, 因此 r_{jpt} 即为最佳弹-塑性界面半径。

1.3 按第四强度理论求解

同理, 借助于第三、第四强度理论之间的关系, 可得基于第四强度理论的 r_{jpt} 为

$$r_{jpt} = r_i \exp \left(\frac{\sqrt{3} p}{2 \sigma_y} \right) \quad (9)$$

利用式 (8) 或式 (9), 既不需反复试算也不需图解法, 仅需一只小计算器便可立即求得 r_{jpt} 。式 (8) 和式 (9) 直接反映了 p 和 σ_y 对 r_{jpt} 的影响, 例如, p 较大时 (圆筒的壁厚也会较大), r_{jpt} 应该大一些以提高容器的承载能力, 而若 σ_y 较大, r_{jpt} 可以小些。此外, 圆筒的全屈服压力 p_y 可直接由式 (8) 或式 (9) 求得, 即只要在式 (8) 或式 (9) 中令 $r_{jpt} = r_0$ 或者在式 (1) 和式 (3) 中分别令 $\sigma_{eq}^{III} = \sigma_y$ 和 $\sigma_{eq}^{IV} = \sigma_y$

$$p_y^{III} = \sigma_y \ln k \quad (10)$$

$$p_y^{IV} = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_y \ln k \quad (11)$$

由式 (8) 和式 (9) 可知, r_{jpt}^{III} 略大于 r_{jpt}^{IV} , 但其差异很小, 见图 1。

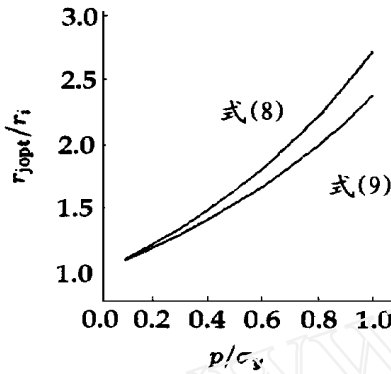


图1 r_jopt^III与 r_jopt^IV的比较

由此可见, 利用式 (8) 或式 (9) 求解 r_jopt 是一种简单实用, 准确合理的方法

工程上, 0 ≤ p ≤ σ_y ln k (或 $\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_y \ln k$), 由此可见,

$$r_i \leq r_{jopt} \leq r_0$$

还需指出, 将式 (4) 至 (6) (基于第三强度理论的应力表达式) 代入式 (2) 或式 (3) (即 α_{eq}^{IV} 而不是代入式 (1), 即 α_{eq}^{III}), 仍然得式 (8); 反之, 应用基于第四强度理论的应力表达式同时采用 α_{eq}^{III} (而不是 α_{eq}^{IV}), 仍然得式 (9)。也就是说, 利用基于第三强度理论的应力表达式, 不论用 α_{eq}^{III} 或 α_{eq}^{IV} , r_jopt 由式 (8) 表示; 反之, 利用基于第四强度理论的应力表达式, 不论用 α_{eq}^{III} 或 α_{eq}^{IV} , r_jopt 由式 (9) 表示

2 自增强对容器承载能力的影响

由式 (10)、(11) 可见, 自增强不能提高容器的全屈服压力, 但能提高其弹性强度。式 (10)、(11) 正是经自增强处理后的圆筒的最大允许内压, 而未经自增强处理的圆筒, 其最大允许内压 p_e 为^[5,6]

$$p_e^{III} = \frac{\sigma_s k^2 - 1}{2 k^2} \quad (12)$$

或

$$p_e^{IV} = \frac{\sigma_s k^2 - 1}{3 k^2} \quad (13)$$

$$p_e^{III或IV} = \frac{\sigma_s}{2} \text{ 或 } \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \quad (k \rightarrow \infty) \quad (14)$$

式 (14)、(10) 和 (11) 表明未经自增强处理的圆筒, 即便壁厚无限增大, 其弹性强度的提高是有限的 (按第三强度理论其限度为 $\sigma_s/2$, 按第四强度理论其限度为 $\sigma_s/\sqrt{3}$, (这一点与文献 [4] 相符)。但经自增强处理后的圆筒, 若壁厚无限地增大, 其强度也将无限地增大, 如图2所示, 其中

$$\lambda = \frac{2k^2 \ln k}{k^2 - 1} = \frac{p_e^{III}}{p_e^{IV}} = \frac{p_e^{IV}}{p_e^{III}} \quad (15)$$

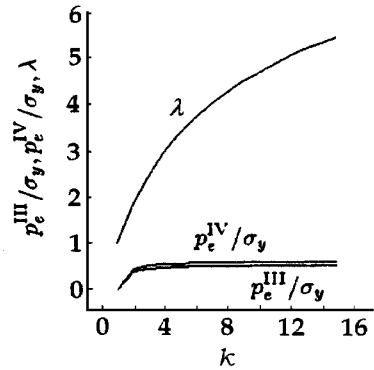


图2 自增强大大地提高了圆筒的承载能力

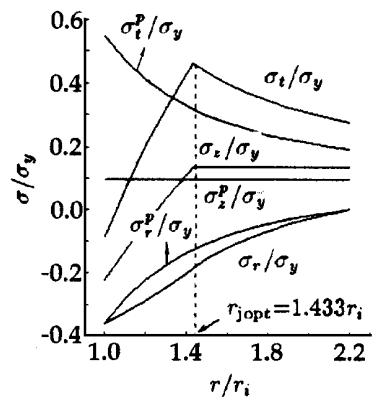


图3 自增强使应力分布趋于合理

图3 描述了自增强对应力分布的影响 (按第三强度理论及 k = 2.2, p/sigma_y = 0.36 为例), 由此可见, 自增强大大地降低了拉应力并使应力分布趋于合理

3 最佳自增强内压

最佳自增强内压 p_{opt}, 即在圆筒投入使用前, 为达到 r_jopt, 预先施加足够的内压使其内表面产生屈服的压力。由文献 [4~ 6] 并利用第三、第四强度理论之间的关系可得自增强内压为

$$p_a^{III} = \frac{\sigma_s}{2} \left[1 - \frac{r_i^2}{r_0^2} \right] + \sigma_s \ln \frac{r_i}{r_0} \quad (16)$$

将式 (8) 代入式 (16) 得

$$p_{opt}^{III} = \frac{\sigma_s}{2} \left[1 - \exp \left(\frac{2p}{\sigma_s} \right) / k^2 \right] + P \quad (17)$$

由式 (12) 得

$$1/k^2 = 1 - 2p/\sigma_s$$

因此

$$p_{\text{aopt}}^{\text{III}} = \frac{\sigma_s}{2} \left[1 - \left(1 - \frac{2p}{\sigma_s} \right) \exp \left(\frac{2p}{\sigma_s} \right) \right] + p \quad (18)$$

同理可得

$$p_{\text{aopt}}^{\text{IV}} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \left[1 - \left(1 - \frac{\sqrt{3}p}{\sigma_s} \right) \exp \left(\frac{\sqrt{3}p}{\sigma_s} \right) \right] + p \quad (19)$$

图4描述了 p_{aopt} 和 p 之间的关系, 由图4可见, p_{aopt} 应略大于 p (否则在圆筒器壁内将无屈服产生), 且应满足式 (18) 或式 (19) 以获得最理想的应力分布

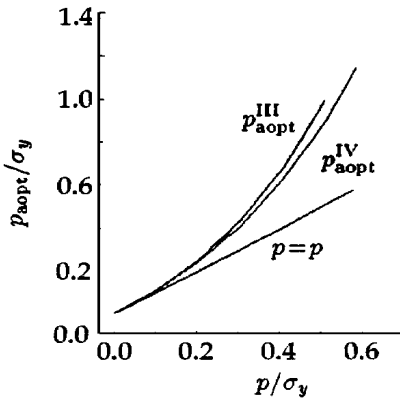


图4 p_{aopt} 和 p 之间的关系

必须指出, 以上的讨论是基于为获得最佳结果而进行的 有时, 允许在 r_i 和 r_0 之间选择接近于 r_{ppt} 的 r_j , 但若 r_j 不等于 r_{ppt} 则 σ_{eq} 不是最小值 以图3为例 ($k=2.2$, $p/\sigma_s=0.36$, 按第三强度理论), $r_{\text{ppt}}=1.433r_i$, 因此由式 (3) 至式 (6) 可得 $\sigma_{eq}=0.646\sigma_s$, $p_{\text{aopt}}=0.648\sigma_s$; 而若 $r_j=r_{\text{ppt}}$, 比如:

$r_j=1.2r_{\text{ppt}}$, 由式 (3) 至式 (6) 可得: $\sigma_{eq}=0.696\sigma_s$, 比最佳状态增加了7.7%, 假如 $\sigma_s=41\text{MPa}$, σ_{eq} 增加了 20.5MPa , $p_a=0.534\sigma_s$.

$r_j=2.0r_{\text{ppt}}$, 由式 (3) 至式 (6) 可得: $\sigma_{eq}=0.736\sigma_s$, 比最佳状态增加了13.9%, 假如 $\sigma_s=41\text{MPa}$, σ_{eq} 增加了 36.9MPa , $p_a=0.78\sigma_s$.

4 结 论

(1) 利用式 (8) 或式 (9) 求解 r_{ppt} 是一简单实用、准确合理的方法

(2) 自增强大大降低了圆筒器壁内的拉应力, 并获得了理想的应力分布

(3) 为了达到 r_{ppt} , 在压力容器投入使用前, 必须施加一略大于操作压力 p 且满足式 (18) 或式 (19) 的自增强内压 p_{aopt} , 或者在 r_i 和 r_0 之间选择一合适的 r_j , 并使其接近于由式 (8) 或式 (9) 所确定的 r_{ppt}

参 考 文 献

- 1 Boreasi A P, Sidebottom O M, Seely F B, Smith J O. Advanced Mechanics of Materials, Third Edn. John Wiley & Sons, 1978
- 2 孔凡森 用图解法确定厚壁筒自增强处理最佳 Rc 值 石油化工设备, 1986, 15 (11)
- 3 Timoshenko S. Strength of Materials Van Nostrand Reinhold Company Ltd, 1978
- 4 Harvey John F. Theory and Design of Pressure Vessels Van Nostrand Reinhold Company Ltd, 1985
- 5 Lloyd E, Brownell, Edwin H, Young. Process Equipment Design John Wiley & Sons, 1959
- 6 余国球 化工压力容器及设备. 北京: 化学工业出版社, 1980

STUDY IN AUTOFRETTAGE OF HIGH PRESSURE VESSELS

YANG Jinlai

(Zhejiang TV University, Hangzhou 310012, China)

Abstract Based on the third and the fourth strength theory, this paper presents an analytic formula for optimum radius of elastic-plastic juncture in autofrettage technology; influence of autofrettage on stress distribution and load-bearing capacity of a cylinder is studied and optimum pressure in autofrettage technology is obtained

Key words pressure vessels, autofrettage, elastic-plastic