

# 航天机械臂逆动力学的完全笛卡尔坐标方法<sup>1)</sup>

顾晓勤 谭朝阳

(河北师范大学机械系, 石家庄 050031)

**摘要** 运用多体系统完全笛卡尔坐标方法研究安装在航天器上的刚性机械臂平面运动逆动力学问题, 建立自由漂浮状态下系统的一阶微分方程组, 通过算例求出各坐标及转角变化规律.

**关键词** 多体动力学, 机械臂, 航天器姿态动力学

安装在航天器上的机械臂可用于释放卫星、擒获目标载荷. 与地面固定基工业机械臂不同的是, 空间机械臂工作时载体常常处于自由漂浮状态. 机械臂的相对运动与载体之间产生严重的动力学耦合作用, 载体 - 机械臂系统对质心动量矩守恒方程不可积分, 使系统表现出非完整力学特性<sup>[1]</sup>.

空间机械臂的受控运动应保证抓手将负载沿预定的轨迹送往指定的空间位置, 逆动力学问题即要求根据预定的负载设计轨迹或始末位置, 设计出机械臂的转角控制规律. 本文作者曾讨论对载体姿态无扰动的逆问题求解<sup>[2]</sup>.

在多体系统动力学众多的流派中, Garcia de Jalon 和 Bay 等提出完全笛卡尔坐标方法, 由于在提高计算效率、缩短计算时间方面的突出优点而受到重视<sup>[3]</sup>. 刘延柱用此方法对双杆空间机械臂动力学进行了理论探讨<sup>[4]</sup>. 本文研究任意个构件的空间机械臂平面运动逆动力学问题, 并且讨论了运动学冗余及非冗余系统情形, 并附有算例.

## 1 系统约束方程

设载体-机械臂-负载系统为  $B_i (i = 1, 2, \dots, n)$ , 以单自由度转动铰  $O_j (j = 2, \dots, n)$  联结, 构成无根单链多体系统, 以系统总质心  $O$  为原点, 建立平动坐标系  $O - i_0 j_0$ , 坐标系运动引起的惯性力与万有引力平衡, 故视为惯性基. 令  $B_i$  的质心为  $O_i (i = 1, n+1)$ , 选择转动铰铰点  $O_i (i = 2, 3, \dots, n)$  为各分体共享的参考点, 规定  $OO_i = r_i$ ,  $O_i O_{i+1} = l_i$ ,  $B_i$  的质量为  $m_i$ , 中心主惯量矩为  $J_i$ ,  $m_{ij} = \sum_{k=i}^j m_k$ , 则各分体的联体基矢量为  $e_1^i = (r_{i+1} - r_i) / l_i$ ,  $e_2^i = i_0 \times e_1^i$ .

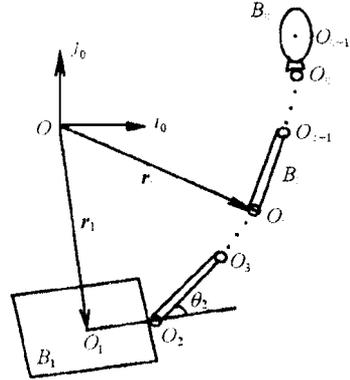


图 1 空间机械臂系统

将  $n$  个参考点相对  $O - i_0 j_0$  的笛卡尔坐标组成广义坐标

$$q = [x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_n, y_n]^T \quad (1)$$

负载质心坐标  $r_{n+1} = [x_{n+1}, y_{n+1}]^T$  作为逆动力学已知函数. 由  $x_i, y_i (i = 1, 2, \dots, n+1)$  可求得各分体之间相对转角

$$\theta_i = \arcsin \left\{ \frac{(x_i - x_{i-1})(y_{i+1} - y_i) - \dots}{l_i \cdot \sin \theta_i} \right\} \quad (2)$$

令  $m_{ij} = \sum_{k=i}^j m_k$ , 列写系统动量矩

$$Q = M\dot{q} + m_n \dot{r}_{n+1} \quad (3)$$

系数矩阵  $M$  定义为

$$M \in \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \frac{m_2}{2} & 0 & \frac{m_{23}}{2} & 0 & \frac{m_{34}}{2} & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & \frac{m_2}{2} & 0 & \frac{m_{23}}{2} & 0 & \frac{m_{34}}{2} \end{bmatrix} \quad \text{及其}$$

<sup>1)</sup>国家自然科学基金重点项目及河北省博士科研基金项目.

令  $a_i = J_i / l_i$ ,  $b_{ix} = m_i(x_i + x_{i+1})/4$ ,  $b_{iy} = m_i(y_i + y_{i+1})/4$ ,  $i = \sum_{j=1}^i j$ , 计算空间机械臂系统相对  $O$  点的动量矩, 得到

$$H = \dot{q} + [ \quad, \quad ] r_{n+1} \quad (4)$$

其中,

$$= [ \quad, \quad, \quad, \quad, \quad, \quad, \quad, \quad ]$$

$$l_x = -m_1 y_1 + a_1 \sin \theta_1, \quad l_y = m_1 x_1 - a_1 \cos \theta_1$$

$$i_x = a_i \sin \theta_i - a_{i-1} \sin \theta_{i-1} - i b_{iy} - i b_{i-1,y}$$

$$i_y = -a_i \cos \theta_i + a_{i-1} \cos \theta_{i-1} + i b_{ix} + i b_{i-1,x} \quad (i = 2, \dots, n)$$

$$i = \begin{cases} 1 & i < n \\ 0 & i = n \end{cases}$$

分体

各

对于机械臂构件, 存在以下几何约束条件

$$(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2 = l_i^2 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (5)$$

当载体姿态控制器关闭, 设系统初始动量为零, 将上式对时间求导, 与  $Q = H = 0$  联立, 写出一阶微分方程组

$$A\dot{q} = Br_{n+1} \quad (6)$$

其中

$$A = [ M^T, \quad, S^T ]^T$$

$$S_{ij} = \begin{cases} 0 & j < 2i - 1, \quad \text{或} \\ & j > 2i + 2 \\ (-1)^{\frac{j-1}{2}} 2^{-i} i (x_i - x_{i+1}) & j = 2i - 1, 2i + 1 \\ (-1)^{\frac{j}{2}} 2^{-i} (y_i - y_{i+1}) & j = 2i, 2i + 2 \end{cases}$$

第

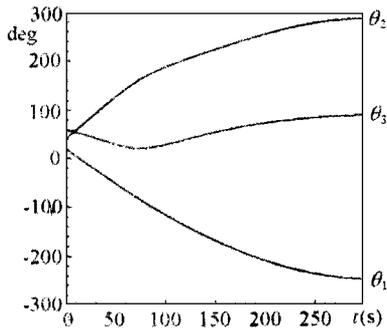


图4 各分体相对转角变化规律

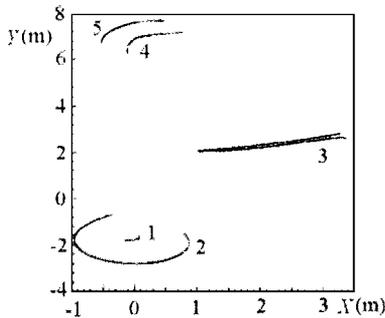


图5 参考点空间运动轨迹

由于完全笛卡尔坐标方法所需约束方程(4)、(5)

以及 Jacobi 矩阵易于计算,通过上述算例计算表明,用本文方法求解航天机械臂系统逆动力学问题时,程序编制简便,计算可同时得到各参考点的直角坐标及机械臂各构件相对转角,与文[5]的计算相比较,计算效率提高 10%以上。

### 参 考 文 献

- 1 Agrawal S K. Free - floating closed - chain planar robots : Kinematics and path planning. *Nonlinear Dynamics*, 1996, 9 (1) : 1 ~ 19
- 2 顾晓勤, 刘延柱. 载体姿态无扰动的空间机械臂路径规划. *空间科学学报*, 1996, 16(4) : 322 ~ 325
- 3 Garcia de Jalon J, Cuadrado J, Avello A, Jimenez J M. Kinematics and dynamic simulation of rigid and flexible systems with fully cartesian coordinates. *Computer Aided Analysis of Rigid and Flexible Mechanical Systems*, NATO ASI Series, Kluwer Academic Publishers, 1994. 285 ~ 323
- 4 刘延柱. 完全笛卡尔坐标描述的多体系统动力学. *力学学报*. 1997, 29(1) : 84 ~ 94
- 5 顾晓勤. 抓手空间机械臂的动力学与控制. 上海交通大学博士学位论文, 1996

(1997年5月4日收到第1稿,  
1997年10月14日收到修改稿)

## 动力模型总体修正的近似解析解<sup>1)</sup>

李 书 卓家寿 任青文

(河海大学土木学院力学系, 南京 210098)

**摘要** 本文针对土木工程中理论计算的要求和特点, 基于逆特征值理论给出了一种适合有限元动力模型总体修正的广义逆特征值方法, 该方法在给出修正解的表达式基础上, 要求修正解满足动力模型的力学特征, 且只需要少量试验数据, 是一种简单、实用的有限元模型修正方法。

**关键词** 有限元方法, 模型修正, 反问题

### 1 动力模型修正解的表达式

考虑下面动力学特征方程

$$K = M \quad (1)$$

其中  $K$  是结构刚度矩阵,  $M$  是质量矩阵, 是振型矩阵,  $\omega^2$  是由频率组成的对角矩阵. 由振动试验可测得结构系统的低阶(前)  $t$  个固有频率  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_t$  和相应的振型  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_t$ , 这些试验数据作为模型修正的给定条件, 目前普遍认为<sup>[1]</sup>, 现代测试技术能够保证振动试验测得的低阶(少量)模态数据有足够的精度, 记

$$\begin{aligned} \omega_i &= [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_t] \\ \phi_i &= \text{diag}[\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_t] \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \omega_i \\ \phi_i \end{aligned}} \right\}$$

<sup>1)</sup>中国博士后科学基金资助项目。