

表 1

应力逆变分量	$\sigma_{11} = 451.21$	$\sigma_{12} = -17.86$	$\sigma_{21} = -17.86$	$\sigma_{22} = 266.67$
应力物理分量	$(\sigma_{(1)}) = 188.40$	$(\sigma_{(2)}) = 79.91$	$(\sigma_{(2)}) = 79.91$	$(\sigma_{(2)}) = 511.60$
应力协变分量	$\sigma_{11} = 500.00$	$\sigma_{12} = 336.60$	$\sigma_{21} = 336.60$	$\sigma_{22} = 361.60$
应力物理分量	$(\sigma_{(1)}) = 188.40$	$(\sigma_{(2)}) = 79.91$	$(\sigma_{(2)}) = 79.91$	$(\sigma_{(2)}) = 511.60$
应力混变分量	$\frac{1}{2} = 442.26$	$\frac{2}{1} = 115.47$	$\frac{1}{2} = 207.73$	$\frac{2}{2} = 257.34$
应力物理分量	$(\frac{1}{1}) = 188.40$	$(\frac{2}{1}) = 79.91$	$(\frac{1}{2}) = 79.91$	$(\frac{2}{2}) = 511.60$
应力混变分量	$\frac{1}{1} = 442.26$	$\frac{2}{1} = 115.47$	$\frac{1}{2} = 207.73$	$\frac{2}{2} = 257.34$
应力物理分量	$(\frac{1}{1}) = 188.40$	$(\frac{2}{1}) = 79.91$	$(\frac{1}{2}) = 79.91$	$(\frac{2}{2}) = 511.60$

表中括号表示理想物理标架上的应力值，括号中的指标则为与应力张量变异形式对应的指标。因此，指标加括号就表示由对应的应力张量分量转换而来的应力物理分量。

从计算数值可以看出，各种不同形式的张量分量利用本文的方法可以转换为完全相同的应力物理量。显然它是唯一确定值。

当然，由计算结果也看到，正应力 $(\sigma_{(1)})$ 、 $(\sigma_{(2)})$ 和剪应力 $(\sigma_{(1)})$ 、 $(\sigma_{(2)})$ 不再是原题已知的数值。但只要分别由已知的 $\sigma_x = 500 \text{ kPa}$ ， $\sigma_y = 200 \text{ kPa}$ ， $\sigma_{xy} = 100 \text{ kPa}$

和转换而来的 $(\sigma_{(1)}) = 188.4 \text{ kPa}$ ， $(\sigma_{(2)}) = 511.60 \text{ kPa}$ 及 $(\sigma_{(1)}) = 79.91 \text{ kPa}$ 作出应力圆，则它们决定的应力圆完全重合，显然证明它们表示的是同一点的应力状态。

本文得到傅裕寿教授的指导，在此深表谢意。

参 考 文 献

- 1 南京大学数学系. 线性代数. 北京: 科学出版社, 1978
- 2 陈至达. 有理力学. 北京: 中国矿业大学研究生院, 1987
- 3 郭仲衡. 非线性弹性理论. 北京: 科学出版社, 1980

(本文于 1996 年 10 月 27 日收到)

葵花杆填充板静曲力学性能研究

马庆安 何立存 张惠民

(新疆石河子大学工学院土建系, 832003)

摘要 本文运用复合材料刚度合理分配法, 在理论分析和实验的基础上给出了新的计算公式, 揭示了葵花杆填充板的力学性能, 为广泛使用该材料提供了理论依据。

关键词 结构, 应力分析, 变形分析, 力学性能

新疆生产建设兵团农场大面积种植棉花、葵花、小麦、水稻等农作物。以往这些作物杆茎都用来做柴草燃烧。这样浪费了资源又污染了环境。为使这些作物杆茎充分利用, 有人先后试制出了刨花板、棉花杆纤维板、葵花杆填充板、麦秆和稻秆板。但由于制作材料不一, 以及对其中有发展前景的葵花杆填充板承力状况的错误认识, 使这种材料的应用受到了很大的限制, 没有产生广泛的经济效益和社会效益, 对环境保护的

贡献也不显著。本文对葵花杆填充板静曲力学性能进行了研究, 揭示了该材料具有强度高, 比重轻的优良性能, 展现了葵花杆填充板作为一种新型建筑复合材料的广阔应用前景。依据本文研究成果, 该材料的应用已经有了进一步扩展。随着应用的深入, 应用范围还将进一步扩大。这将在节约木材资源, 保护环境等方面产生巨大的社会效益, 有利于经济的持续发展。特别是在以建筑业为支柱产业的今天, 其效益将更为显著。

1 空腹骨架夹心结构

葵花杆填充板是将圆柱形葵花杆横向切断紧密排列作芯材, 胶合板或人造纤维板作面板, 涂上粘结剂, 加压制成轻质复合材料的板材。所以称填充板为空腹

骨架式的夹心结构(图1).

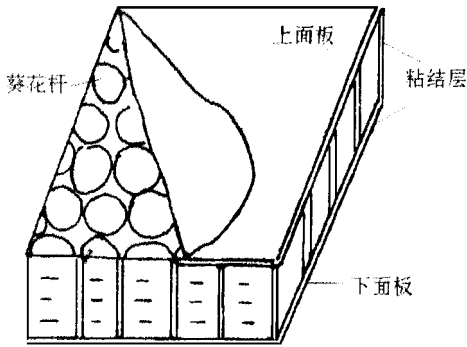


图1

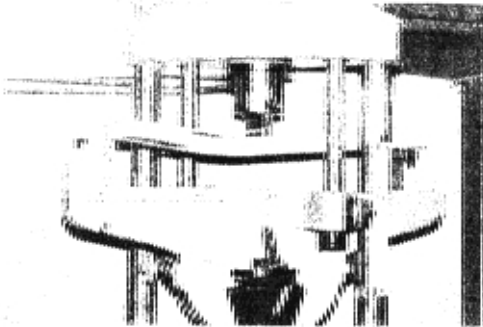
但是在以往的使用中,对葵花杆填充板的静曲强度计算是按照材料力学中梁三点弯曲正应力公式

$$= 3pL/2bh^2$$

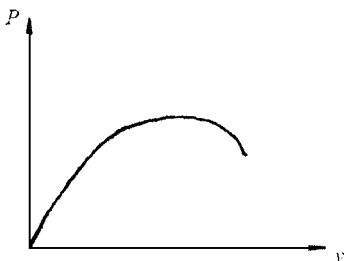
计算,显然不符合该板材的结构状况,为正确认识该类的静曲力学性能,有必要进一步研究.

2 静弯曲破坏实验

为了弄清葵花杆填充板在外力作用下的破坏机理.我们把该材料制做成宽为100mm,跨长分别为



(a)



(b)

图2

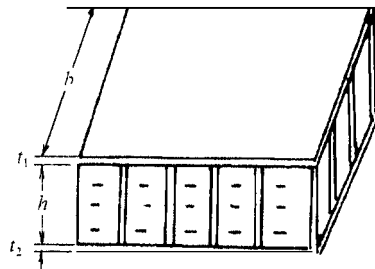
400mm, 500mm, 600mm 几组不同试件进行简支梁三点弯曲破坏实验,观察破坏现象(图2(a),(b)). 由此可看出,当外力 P 达到某一值时,葵花杆与上下面板粘结层产生剥离现象(由于葵花杆与上下面板粘结的不均匀性,剥离现象首先发生在最薄弱处). 随着剥离层的扩展,从而导致整体结构破坏,承载力急剧下降. 分析这种现象,其原因是上下面板产生拉压变形,承受拉、压应力,葵花杆及两端的粘结层处产生剪切变形,承受剪应力.

3 静弯曲抗弯刚度和正应力 计算

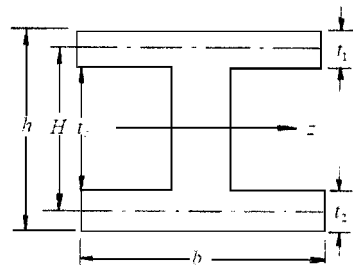
由弯曲破坏应力的分析可知,上下面板承受正应力,夹心承受横向剪应力,这种载荷分配机理类似于材料力学中的工字型截面梁(即上下面板相当于工字型截面的上下异缘,夹心相当于腹板),为此以工字型截面梁如(图3(a)),按刚度合理分配法推导填充板弯曲正应力 计算式.

因夹心承受剪切变形,略去对弯曲抗拉(压)刚度的影响,于是弯曲抗拉(压)刚度为上下面板刚度之和(图3(b)). 弯曲抗拉(压)刚度

$$D_z (= E_1 \left[\frac{bt_1^3}{12} + \left(\frac{t_c + t_1}{2} \right)^2 \theta t_1 + E_2 \left[\frac{bt_2^3}{12} + \left(\frac{t_0 + t_2}{2} \right)^2 \cdot bt_2 \right. \right.$$



(a)



(b)

图3

因填充板上下面板材料相同, $E_1 = E_2 = E$, 厚度 $t_1 = t_2 = t$, 而面板中心线高度

$$H = t_c + 2 \cdot \frac{t}{2} = t_c + t$$

代入上式

$$\text{我们 } D_z = 2 E \left[\frac{bt^3}{12} + \left(\frac{H}{2} \right)^2 \cdot bt \right] = \frac{1}{2} EbtH^2 \left[1 + \frac{1}{3} \left(\frac{t}{H} \right)^2 \right]$$

又因这种结构的板材, 它的面板中心线高度 H , 远大于板厚度 t 的特点, 故可略去 $1/3 (t/H)^2$ 的影响, 则得弯曲抗(拉)压刚度

$$D_z = \frac{1}{2} EbtH^2 \quad (1)$$

令

$$I_z = \frac{1}{2} btH^2$$

I_z 为截面图形对中性轴的惯性矩, 上下面板正应力 (即 H 处正应力)

$$= \frac{M \cdot H/2}{I_z} = \frac{M}{btH}$$

简支三点弯曲梁的危险截面弯矩, $M = \frac{1}{4} PL$, 代入上式, 则得填充板静弯曲正应力计算式

$$\frac{\sigma}{\tau} = + \frac{PL}{4btH} \quad (2)$$

4 弯曲剪应力

由弯曲实验分析可知, 填充板上下面板承受正应力, 夹心承受剪应力, 填充板弯曲破坏发生在夹心与上、下面板的粘结处。

由于填充板弯曲时两点假设 ((1) 横截面上各点剪应力的方向都平行于剪力 Q ; (2) 剪应力沿截面宽度均匀分布, 即离中性轴等距的各点的剪应力相等) 成立, 所以可证明, 夹心的弯曲横向剪应力

$$= Qs_z^* / I_z b \quad (3)$$

由 $I_z = \frac{1}{2} btH^2$, 静矩 $s_z^* = \frac{1}{2} btH$, 则得到填充板静弯曲剪应力表达式

$$= Q / bH \quad (4)$$

表明剪应力在夹心的厚度方向均匀分布。

5 弯曲变形

在平面弯曲的情况下, 变形后梁的轴线将成为 xy

平面内的一条曲线. 则平面曲线的曲率可近似为

$$1/\rho = \pm d^2 v / dx^2 \quad (5)$$

设 D_z 为梁的抗弯刚度, 则挠曲线近似微分方程为

$$d^2 v / dx^2 = M / D_z \quad (6)$$

由前面分析知: $D_z = \frac{1}{2} EbtH^2$.

积分的挠曲线方程为

$$\text{均匀 } D_z v = \left[M \int dx + cx + D \right] \text{ 在最 } \cdot \text{ 随 } \text{ 粘 结}$$

所以我们得到梁三点弯曲时挠曲线方程

$$v = - \frac{Px}{48D_z} (3L^2 - 4x^2) \quad (0 \leq x \leq 1/2) \quad (7)$$

中点挠度

$$f = - PL^3 / 48D_z \quad (8)$$

6 实验

葵花杆填充板这种空腹骨架夹心结构, 从宏观上看整体结构是连续、均匀性的. 按照设计复合材料结构的刚度合理分配法, 推导了应力、变形的理论近似的公式. 这些理论公式是否和实际相符合, 我们又进行了实验验证:

6.1 测定人造纤维板材的弹性模量 E

试件尺寸: 矩形截面, 宽 $b = 40\text{mm}$, 厚 $t = 3.5\text{mm}$, 采用电测法, 沿试件轴线方向粘贴电阻应变片.

加载方式: 在弹性范围内, 采用逐级加载 ($P = 200\text{N}$) 进行测试, 由于人造纤维板材料不均匀, 所测弹性模量 $E = 3.86 \text{ GPa} \sim 4.46 \text{ GPa}$.

6.2 三点弯曲正应力测试

为了验证三点弯曲正应力公式 (2), 选用四组试件, 试件宽 $b = 100 \text{ mm}$ 、上下面板厚 $t = 3.5 \text{ mm}$ 、夹心高 $h = 35 \text{ mm}$, 跨长 L 分别为 300mm , 400mm , 500mm , 600mm .

实验结果与 (2) 式值比较见图 4.

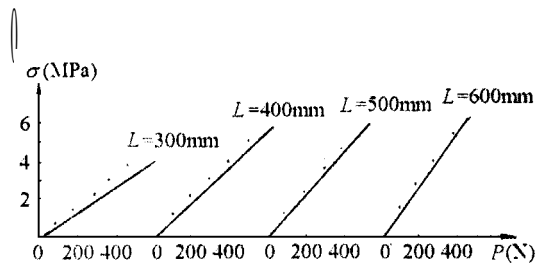


图 4

$$- - - = PL/4btH, \quad - - - \text{ 实测值}$$

6.3 通过实验对梁三点弯曲中点挠度进行实测,并与(8)式比较,见图5. 试件宽 $b = 100 \text{ mm}$, 上下面板厚 $t = 3.5 \text{ mm}$, 夹心高 $h = 35 \text{ mm}$, 跨长分别为 $L_1 = 400 \text{ mm}$, $L_2 = 500 \text{ mm}$, $L_3 = 600 \text{ mm}$, $L_4 = 700 \text{ mm}$.

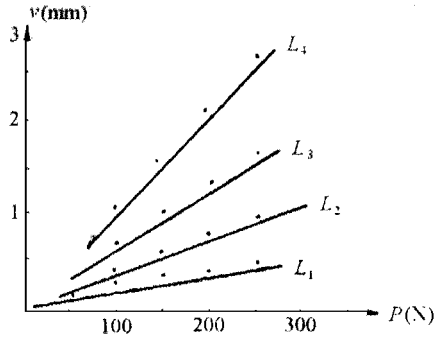


图5

— $f = PL^3/48D_z$, - - - 实测值

7 结 语

以上分析研究表明,运用复合材料刚度合理分配法建立的理论公式与实际情况基本吻合.我们应用该研究成果对葵花杆填充板检验标准进行了修改.改变了人们对该种板材承力差的错误认识.

研究还表明,葵花杆填充板静曲时的载荷类似于工字型截面梁.这就为将该产品做为非承重墙体进行结构设计提供了理论依据,为其广泛应用奠定了基础.

参 考 文 献

- 1 刘鸿文. 材料力学. 北京: 高等教育出版社, 1993.9
- 2 刘锡礼, 王秉权. 复合材料力学基础. 北京: 中国建筑工程出版社, 1984.2
- 3 赵渠森编译. 复合材料. 北京: 国防工业出版社, 1979.9

(本文于1997年9月10日收到)

由频率方程分析圆柱壳中的波动

左言言

(江苏理工大学, 镇江 212013)

摘要 根据圆柱薄壳振动的微分方程, 导出波传播的频率方程. 通过对频率方程的空间分解分析, 解得圆柱壳中波传播的几种弥散关系, 从而确定了圆柱壳中轴向波动与周向波动的几种型式及其传播速度.

关键词 圆柱壳, 频率方程, 波动分析

在机械工程和管路传输等方面, 薄壁圆筒结构的应用十分广泛. 这类结构的振动不仅影响其自身的强度与寿命, 而且还会影响工程的质量和安

全. 结构中的振动以波动的形式传播, 而波动的结果是振动, 这是人们已知的事实. 分析结构中的波动特性, 往往需要复杂的计算或实验. 这里介绍的空间分解分析法, 通过对圆柱壳中波动的频率方程进行空间分解分析, 得到了波传播的一些重要信息, 对于结构振动和波动的分析与控制具有重要意义, 也希望对其力学问题的分析有所启迪和帮助.

1 频率方程

根据薄壳振动理论的一些假定, 半径为 R , 壁厚

为 h 的圆柱薄壳, 在圆柱坐标系 (x, r, θ) 下, 由中面位移的轴向、周向和径向分量 u, v, w 表示的自由振动微分方程为^[1]

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1-\mu}{2R^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{1+\mu}{2R} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} + \\ & \frac{\mu}{R} \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{1}{c_b^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \\ & \frac{1+\mu}{2R} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{R^2} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) - \\ & \frac{1}{c_b^2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \\ & \frac{\mu}{R} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{R^2} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + w + R^2 \text{按}^2 \nabla^2 w + \right. \\ & \left. \frac{1}{c_b^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \right), \text{厚} \end{aligned} \right\}$$