

发表的结果一致。浅裂纹 ($a/W \leq 0.2$) 时 m 值随 a/W 减小而减小, 在 $a/W = 0.1$ 时 m 为 1.32。深、浅裂纹的 m 值相差达 40%。由此可见式(1)中的 m 值除与材料有关, 还与裂纹 a/W 的比值有关。显然, 在浅裂纹的断裂强度设计中, 仍用式(1)按深裂纹的 m 值, 就过于保守, 造成材料的浪费。

由表 1 的转动因子 r 数值可见, 浅裂纹的转动因子是深裂纹的一半。因此对浅裂纹的 J 和 δ 关系式, 用式(3)表达更为合理。在 $a/W \geq 0.4$ 时, m_1 和 m_2 相差不大, 即式(3)在 $a/W \geq 0.4$ 条件下可简化成式(1)。

从 m_1 和 m_2 的变化可以看出, 弹性部分的 m_1 值基本与 a/W 值变化无关。引起浅裂纹 m 值减小的主要原因是其塑性部分 m_2 的减小。深、浅裂纹的 m_2 值相差 45% 左右。浅裂纹中 m_2 值减小, 还为我们在工程断裂破坏的分析中提供一种思路。

5 结 论

(1) 根据实验和有限元计算的结果表明 J 和 δ 值随 a/W 减小而增大。引起浅裂纹 J 和 δ 值增大的主要因素是塑性分量 J_p 和 δ_p 的急剧增大。

(2) m 值不仅与材料有关, 还与裂纹的深度有关。在工程设计与断裂分析中应予充分重视。对同一种材料, m 值随 a/W 比值减小而减小。引起浅裂纹 m 值减小的原因是其塑性部分 m_2 的减小。

参 考 文 献

1 Zhang D Z, Huang X D (黄筱调). The crack initia-

tion and plastic work. *Engineering Fracture Mechanics*, 1988, 29(4): 415~421

2 沙江波等. I + II 复合型弹塑性断裂的 COD 分析. 固体力学学报, 1997, 18(3): 258~262

3 Zhang D, Wang H. On the effect of the ratio a/W on the values of J_i and δ_i in a structural steel. *Engineering Fracture Mech*, 1987, 26: 247~250

4 Liu Qianchu, Thomas Varga. The relationship between $CTOD$, J and microstructural inhomogeneity. *Engineering Fracture Mechanics*, 1994, 49(3): 435~444

CALCULATING AND ANALYSIS FOR COD REDUCTION FACTOR m OF SHALLOW CRACK

HUANG Xiaodiao

(Mechanical Engineering Department of ECUM,
Maanshan 243002, China)

Abstract The relationship between J integral and the crack opening displacement of the shallow crack is discussed. According to results of experiment and 3-D FEM computation, COD reduction factor m is analyzed. The method may be used for strength design and damage analysis of shallow crack in engineering.

Key words shallow crack, crack opening displacement, plastic strain energy

多肢剪力墙结构内力的快捷计算

李汝庚

(广州大学建工系, 广州 510091)

摘要 本文推导出直接计算多肢剪力墙结构墙肢弯矩的通解, 运算非常简单快捷, 且能满足精度要求。

关键词 框架, 差分方程, 通解, 多肢剪力墙, 内力计算

1 前 言

计算剪力墙结构的常用方法之一是连续连杆(栅片)法, 此法属近似方法, 且因力学概念多、参数多和

计算步骤多, 故求解内力较冗繁。由于剪力墙可视为柱(墙)梁刚度比很大的框架, 因此这两种高层建筑结构的力学分析有其内在联系。本文从框架结构入手, 用解差分方程的方法, 先求出对称多高层单跨框架的内力通解, 进而得出对称双肢剪力墙的计算式, 再将此法推广应用到求解多肢剪力墙。因为是取剪力墙(或框架柱)每层下端截面弯矩 M_n 为基本未知量, 与其它各种方法相比, 此法的显著特点是未知数非常少,

本文于 1998-08-19 收到。

故计算工作量也大为减少，且运算非常简便，可直接求出弯矩 M_n 。至于计算工具，则仅需含指数函数的普通袖珍计算器即可。算得 M_n 后，其它内力的计算便迎刃而解了。

2 计算公式

下面以一种常见的水平荷载为例，说明求解思路。

若作用在对称多层或高层单跨规则框架上的是均匀布水平荷载，可将其转化成作用于各节点上的所谓准均匀布水平荷载，即除顶点水平荷载为 $0.5P$ 外，其余各节点上的水平荷载均为 P ，根据其等代半框架的计算图，可导出力法方程如下：

$$n = 2 \sim (m - 1):$$

$$\begin{aligned} M_{n-1} - (2 + 6i)M_n + M_{n+1} = \\ [-3i(m - n + 0.5) + 1]Ph \end{aligned} \quad (1a)$$

$$n = 1:$$

$$-(1 + 6i)M_1 + M_2 = -(1 + 3i)(m - 0.5)Ph \quad (1b)$$

$$n = m:$$

$$M_{m-1} - (2 + 6i)M_m = (1 - 1.5i)Ph \quad (1c)$$

式中 M_n 为框架柱或剪力墙第 n 层下端截面的弯矩； i 为梁与柱或剪力墙的线刚度比值，即 $i = \frac{i_b}{i_c}$ 或 $i = \frac{i_b}{i_w}$ ； m 为框架或剪力墙的总层数； n 为框架或剪力墙的第 n 层； h 为框架或剪力墙的层高。

可视式 (1a) 为一个二阶非齐次差分方程，式 (1b) 和式 (1c) 即边界条件。

此差分方程的特解为

$$M'_n = \left[-\frac{1}{3i} + (m - n + 0.5) \right] \frac{Ph}{2}$$

齐次解为

$$M''_n = C_1 \gamma^{n-1} + C_2 \gamma^{m-n}$$

其中

$$\gamma = 1 + 3i - \sqrt{(1 + 3i)^2 - 1} \quad (2)$$

由边界条件求得积分常数 C_1 和 C_2

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{m}{1 + 6i - \gamma} Ph \\ C_2 &= -\frac{1}{6} \frac{\frac{1}{i} + 1.5}{\gamma - 2 - 6i} Ph \end{aligned}$$

最后得对称多高层单跨架在准均匀布水平节点荷载作用下的通解为

$$\begin{aligned} M_n = & \left\{ 0.5 \left[-\frac{1}{3i} + (m - n + 0.5) \right] + \right. \\ & \left. \frac{m}{1 + 6i - \gamma} \gamma^{n-1} - \frac{\frac{1}{i} + 1.5}{6(\gamma - 2 - 6i)} \gamma^{m-n} \right\} Ph \end{aligned} \quad (3)$$

因双肢剪力墙可比拟为柱梁刚度比很大的一种单跨框架，故能将上述方法推广应用于计算对称双肢墙^[3]。

设 K 为考虑剪力墙大宽度影响使连梁刚度增大的修正系数，经推导得

$$K = \left(\frac{l}{l'} \right)^3 \quad (4)$$

式中 l 为两墙肢轴线距离； l' 为连梁净跨度。据此，对称双肢剪力墙在准均匀布水平节点荷载作用下的力法方程为：

$$n = 2 \sim (m - 1):$$

$$\begin{aligned} M_{n-1} - (2 + 6Ki)M_n + M_{n+1} = \\ [-3Ki(m - n + 0.5) + 1]Ph \end{aligned} \quad (5a)$$

$$n = 1:$$

$$-(1 + 6Ki)M_1 + M_2 = -(1 + 3Ki)(m - 0.5)Ph \quad (5b)$$

$$n = m:$$

$$M_{m-1} - (2 + 6Ki)M_m = (1 - 1.5Ki)Ph \quad (5c)$$

同样用解差分方程的方法，得出在准均匀布水平节点荷载作用下对称双肢墙的通解如下

$$\begin{aligned} M_n = & \left\{ 0.5 \left[-\frac{1}{3Ki} + (m - n + 0.5) \right] + \right. \\ & \left. \frac{m}{1 + 6Ki - \gamma} \gamma^{n-1} - \frac{\frac{1}{Ki} + 1.5}{6(\gamma - 2 - 6Ki)} \gamma^{m-n} \right\} Ph \end{aligned} \quad (6)$$

式 (6) 中的 γ 应据下式计算

$$\gamma = 1 + 3Ki - \sqrt{(1 + 3Ki)^2 - 1} \quad (7)$$

笔者用上述方法计算文献 [3] 中有关对称单跨高层框架和双肢剪力墙的算例，其结果都与文献 [3] 的精确解完全吻合。

如何进一步将此法推广应用到求解对称或不对称的多跨框架和多肢剪力墙呢？对于多跨多高层框架，能采用合成半框架的办法得出精确解必须具备如下特性^[4]：(1) 同层各节点的转角相等，这是一个基本特

性。(2) 根据特性(1), 可知每一横梁两端节点转角相等, 故中点的弯矩和挠度均为零, 因此梁的中点可看作铰结点并有竖向链杆支承。不符合倍数关系的多跨框架无上述特性, 关于其计算方法, 笔者已另文探讨。而剪力墙结构由于墙肢刚度比连梁刚度大很多, 故在同一标高处各墙肢的转角和曲率都相等, 因此连梁两端转角相等, 连梁的反弯点即其中点。这个假定已经得到国内外光弹性试验的验证。可见, 多肢剪力墙结构具有可采用合成半框架计算的特性, 所以多肢墙可折合成等代半框架。此时合成半框架墙肢的线刚度 i_w 应取同层各墙肢线刚度之和, 横梁的线刚度为同层各连梁线刚度之和。计算剪力墙结构时, 一般宜考虑墙肢轴向变形的影响, 设轴向变形影响系数为 T , T 值详见文献 [1,2] ($T < 1$), 将式(4)改写成

$$K = T \left(\frac{l}{l'} \right)^3 \quad (8)$$

将按上式算得的 K 值及其它数据代入式(6), 便可求出 M_n , M_n 为第 n 层各墙肢下端截面弯矩之和。由式(6)知, 当总层数、层高、跨度、荷载大小以及剪力墙和连梁的线刚度等条件已定时, 则 M_n 只有一个变量 n , 而且只要进行简单的指数函数和四则运算。若将由式(6)得出的算式储存于袖珍计算器内, 用这种简便的低档工具便能快捷地计算多肢剪力墙。

解出 M_n 后, 其它内力则不难求得。此时与连续连杆法相反, 是先由剪力墙弯矩 M_n 算出连梁内力:

第 j (即 n) 层以上连梁的约束弯矩之和

$$\sum_{j=j}^m m_j = M_{pj} - M_n$$

将 $\sum_{j=j}^m m_j$ 依次递减即可得每层连梁总约束弯矩 m_j ;

$$\text{第 } j \text{ 层第 } i \text{ 墙肢弯矩 } M_{ij} = \frac{J_j}{\sum J_i} M_n;$$

有关符号意义详见文献[1], 以下计算与连续连杆法相同, 不再赘述。

3 算 例

例 对图 1 所示 11 层三肢剪力墙, 先用本文方法计算 M_n , 再求其它内力。

将均匀水平荷载转化成节点荷载: 除顶点水平力为 1.5 kN 外, 其它各节点水平力均为 3 kN, 即 $P = 3 \text{ kN}$; 每层层高 $h = 3 \text{ m}$; 总层数 $m = 11$; 3 肢墙, $T = 0.8$; $l' = 2 \text{ m}$; 将左、右及中间墙肢分别记为墙肢

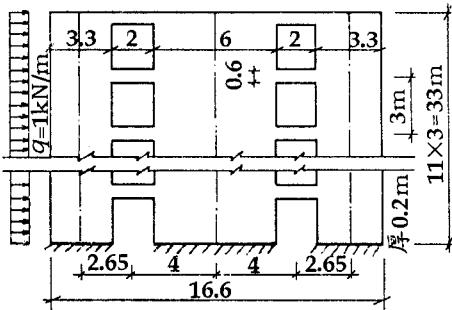


图 1

I、III、II, 因墙肢 II 是两侧共有的, 故 l 从墙肢 I(或墙肢 III) 的轴线算至墙肢 II 宽度的 $1/4$ 处, 即 $l = 5.15 \text{ m}$, 则得

$$Ki = T \left(\frac{l}{l'} \right)^3 \frac{i_b}{i_w} = 0.8 \times \left(\frac{5.15}{2} \right)^3 \times$$

$$\frac{0.00139806}{1.59930} = 0.011940$$

$$r = 1 + 3Ki - \sqrt{(1 + 3Ki)^2 - 1} = 1 + 3 \times$$

$$0.011940 - \sqrt{(1 + 3 \times 0.011940)^2 - 1} =$$

$$0.76578$$

将诸数值代入式(6)得

$$M_n = 9(-8.2087 - 0.5n + 35.9642 \times$$

$$0.76578^{n-1} + 10.8807 \times 0.76578^{11-n})$$

把上式输入 CASIO fx-p401 袖珍计算器中, 可快捷算得 M_n (单位: $\text{kN}\cdot\text{m}$)

$$[M_1, \dots, M_{11}]^T =$$

$$[252.09, 173.86, 114.01, 68.60, 34.68, 10.15, -6.43, \\ -15.92, -18.67, -14.58, -3.01]^T$$

文献[1]的方法亦考虑了墙肢轴向变形影响, 将文献[1]与本文的计算结果比较可知, 两者吻合较好。须特别注意的是墙底弯矩即 M_1 , 因为 M_1 最大, 是设计时的控制内力。两种方法算出的 M_1 值分别为 249.98 $\text{kN}\cdot\text{m}$ 与 252.09 $\text{kN}\cdot\text{m}$, 误差仅为 0.84%, 说明本文方法的精度能满足要求。

算得 M_n 后, 便可如前所述求出其它内力, 因囿于篇幅, 兹从略。

算例表明: 对于用一般方法计算工作量颇大的多肢剪力墙结构而言, 本文所提供的方法不失为一种既快速便捷, 又能保证精度的有效近似方法, 具有一定的实用价值。

参 考 文 献

- 1 方鄂华. 多层及高层建筑结构设计. 北京: 地震出版社, 1992
- 2 包世华, 方鄂华. 高层建筑结构设计(第二版). 北京: 清华大学出版社, 1990
- 3 王磊, 李学宝. 高层结构精确计算法(第二版). 上海: 上海科学技术出版社, 1989
- 4 龙驭球, 包世华. 结构力学. 北京: 人民教育出版社, 1979
- 5 李汝庚. 对称双肢剪力墙的简捷算法. 力学与实践, 1998(2): 35~37
- 6 李汝庚. 对 D 值法的一点改进. 建筑结构, 1994(7): 20~28

POLYBATTENED SHEAR WALL STRUCTURE: A PRACTICAL AND

DIRECT FORMULA FOR INTERNAL FORCE

LI Rugeng

(Dept. of Architectural Engineering, Guangzhou University, Guangzhou 510091, China)

Abstract An general solution for the wall-bracing bending moment of polybattened shear wall structure is obtained in this paper, which may be used to calculate internal forces simply and accurately.

Key words composed polybattened structure, difference equation, overall derivation, polybattened shear wall, calculation of internal force

拉压强度不等材料的厚壁圆筒的统一极限解

赵均海

(西北建筑工程学院建筑工程系, 西安 710061)

张永强 李建春 廖红建

(西安交通大学建筑工程与力学学院, 西安 710049)

摘要 采用俞茂鍊统一强度理论分析了厚壁圆筒的极限荷载, 得出统一解形式, 它既可以适用于拉压强度相等的材料, 也可以适用于拉压强度不相等的材料。

关键词 俞茂鍊统一强度理论, 厚壁圆筒, 极限荷载

工程结构中, 大部分材料的抗拉强度与抗压强度不相等, 而且大都处在复杂应力下工作。对这类材料的结构进行弹塑性极限分析, 采用 Tresca 准则和 Mises 准则, 将导致较大的误差。近年来, 国内外学者开始考虑拉压强度不相等对极限荷载的影响^[1~4]。本文采用俞茂鍊统一强度理论^[5]对厚壁圆筒进行弹塑性极限分析, 求得了统一极限解。它考虑了拉压强度不相同以及 σ_2 的影响, 可以更好地适用于各种材料的结构极限分析。

1 俞茂鍊统一强度理论

俞茂鍊在他的双剪强度理论的基础上, 建立了一种全新的考虑了 σ_2 影响的适用于各种不同材料的俞茂鍊统一强度理论, 它用一个统一的模型、统一而简

单的数学表达式, 能够十分灵活地应用于各种不同特性的材料, 其数学表达式为^[5]

$$F = \sigma_1 - \frac{\alpha}{1+b}(\sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_t \quad (1a)$$

$$\text{(当 } \sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \alpha\sigma_3}{1+\alpha} \text{)}$$

$$F' = \frac{1}{1+b}(\sigma_1 + b\sigma_2) - \alpha\sigma_3 = \sigma_t \quad (1b)$$

$$\text{(当 } \sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + \alpha\sigma_3}{1+\alpha} \text{)}$$

式中 $\alpha = \sigma_t/\sigma_c$ 为材料的拉压比, b 为中间主剪应力以及相应面上的正应力对材料破坏影响程度的材料强度参数, 其值为

$$b = \frac{(1+\alpha)\tau_0 - \sigma_t}{\sigma_t - \tau_0} \quad (2)$$

(1) 式中的 α 、 b 取不同的值, 可以表示为线性逼近现有的各种强度准则。俞茂鍊统一强度理论在 π 平面的极限面图形如图 1 所示。

本文于 1998-07-06 收到第 1 稿, 1998-12-21 收到修改稿。