基于动力特性的结构损伤定位方法[1)]

董 聪
(清华大学土木系，北京 100084)

摘要 本文推导出关于结构应变的一阶变分关系，从中揭示出结构损伤定位的合理方案.

关键词 应变模态，位移模态，损伤定位

基于动力特性的结构损伤定位方法长期以来一直是国际学术界和工程界关注的热点，但至今缺乏有效的解决方案. 本文发现，用于损伤定位的物理量必须是局域量，且需满足 2 个基本条件： 1) 对局部损伤敏感； 2) 是位置坐标的单调函数.

对于动力学方程

$$[M]\{\ddot{x}\}+[K]\{x\}+[C]\{\dot{x}\}=\{f(t)\} \tag{1}$$

设 $\{f(t)\}=\{F\}e^{j\omega t}$, $\{x\}=\{X\}e^{j\omega t}$, 并作解耦坐标变换

$$\{X\}=[\Phi]\{q\}=\sum_{i=1}^{n}q_i[\Phi]_i \tag{2}$$

则式 (1) 变为频域方程

$$(-\omega^2[m_r]+[k_r]+j\omega[c_r])\{q\}=[\Phi]^{\mathrm{T}}\{F\} \tag{3}$$

其中， $[\Phi]$ 为正则化主模态矩阵， $\{q\}$ 为广义坐标； $[m_r]$ 、 $[k_r]$ 、 $[c_r]$ 分别为模态质量、模态刚度和模态阻尼矩阵，均为对角阵.

由式 (2) 和式 (3) 得

$$\{X\}=[\Phi][Y_r][\Phi]^{\mathrm{T}}\{F\} \tag{4}$$

式中， $[Y_r]=(-\omega^2[m_r]+[k_r]+j\omega[c_r])^{-1}$.

三维空间中，将位移 $\{X\}$ 、主模态 $[\Phi]$ 、激振力 $\{F\}$ 及 $[Y_r]$ 按坐标 x,y,z 重新安排

$$\left.\begin{array}{l}\{X\}=\{U,V,W\}^{\mathrm{T}},\ [\Phi]=[\Phi_u,\Phi_v,\Phi_w]^{\mathrm{T}}\\ \{F\}=\left\{F_x,F_y,F_z\right\}^{\mathrm{T}},\ [Y_r]=[Y_r^*]\end{array}\right\} \tag{5}$$

于是

$$\left\{\begin{array}{c}U\\V\\W\end{array}\right\}=\left[\begin{array}{c}\Phi_u\\\Phi_v\\\Phi_w\end{array}\right][Y_r^*][\Phi_u\ \Phi_v\ \Phi_w]^{\mathrm{T}}\left\{\begin{array}{c}F_x\\F_y\\F_z\end{array}\right\} \tag{6}$$

其中， $\{P\}=[\Phi]^{\mathrm{T}}\{F\}$ 代表 $[\Phi]$ 与 $\{F\}$ 沿轴向的积分，不再是 x,y,z 的函数.

根据弹性力学原理，结构的正应变分量为

$$\{\varepsilon\}=\left\{\begin{array}{c}\varepsilon_x\\\varepsilon_y\\\varepsilon_z\end{array}\right\}=\left\{\begin{array}{c}\dfrac{\partial U}{\partial x}\\\dfrac{\partial V}{\partial y}\\\dfrac{\partial W}{\partial z}\end{array}\right\}=\left\{\begin{array}{c}\dfrac{\partial \Phi_u}{\partial x}\\\dfrac{\partial \Phi_v}{\partial y}\\\dfrac{\partial \Phi_w}{\partial z}\end{array}\right\}\cdot$$

$$[Y_r^*][\Phi_u\ \Phi_v\ \Phi_w]^{\mathrm{T}}\left\{\begin{array}{c}F_x\\F_y\\F_z\end{array}\right\}=$$

$$\left[\begin{array}{c}\Psi_x\\\Psi_y\\\Psi_z\end{array}\right][Y_r^*][\Phi_u\ \Phi_v\ \Phi_w]^{\mathrm{T}}\left\{\begin{array}{c}F_x\\F_y\\F_z\end{array}\right\} \tag{7}$$

$[\Psi]=[\Psi_x\ \Psi_y\ \Psi_z]^{\mathrm{T}}$ 称为正应变模态.

式 (7) 可写成

$$\{\varepsilon\}=[\Psi][Y_r][\Phi]^{\mathrm{T}}\{F\} \tag{8}$$

$\{\varepsilon\}$ 的一阶变分为

$$\{\Delta\varepsilon\}=\Big[[\Delta\Psi][Y_r][\Phi]^{\mathrm{T}}+[\Psi][\Delta Y_r][\Phi]^{\mathrm{T}}+ [\Psi][Y_r][\Delta\Phi]^{\mathrm{T}}\Big]\{F\} \tag{9}$$

式 (9) 表明，由结构损伤而导致的结构应变变化 $\{\Delta\varepsilon\}$ 主要由结构应变模态的变化 $[\Delta\Psi]$ 、结构自振频率的变化 $[\Delta Y_r]$ 和结构位移模态的变化 $[\Delta\Phi]$ 三者综合而成，且 $\{\Delta\varepsilon\}$ 和 $[\Delta\Psi]$ 的变化在位置坐标上存在一致的对应关系， $\{\Delta\varepsilon\}$ 和 $[\Delta Y_r]$ 的变化在位置坐标上没有明确的对应关系，而 $\{\Delta\varepsilon\}$ 和 $[\Delta\Phi]$ 的变化在位置坐标上则不存在一致的对应关系. 换句话说，基于 $[\Delta\Psi]$ 的

1) 国家自然科学基金、航空基金、攀登计划重大项目和国际合作资助项目.
本文于 1998-10-19 收到.

损伤定位方法理论上存在正确定位的可能，基于 $[\Delta Y_r]$ 不能进行损伤定位，而基于 $[\Delta\Phi]$ 的损伤定位方法理论上则存在错误定位的隐忧．

从式 (9) 可以看出，$[\Delta\Psi]$ 、$[\Delta Y_r]$ 和 $[\Delta\Phi]$ 均和外载 $\{F\}$ 没有发生直接关联，也就是说，它在一定程度上反映了结构自身的内禀属性．

设 $[\Psi_I]$ 和 $[\Psi_D]$ 分别为完好结构和有损伤结构的应变模态矩阵，下面则重点讨论基于应变模态矩阵变化的损伤定位的具体方法及存在的问题和改进措施．

常用的一种损伤定位方法是基于相关原理的，由式 (10) 表述．

$$\left.\begin{aligned} &\rho(k^*) = \min\{\rho(k)\} \\ &\rho(k) = \frac{\sum\limits_{j=1}[_k\Psi_{I,j}][_k\Psi_{D,j}]}{\sqrt{\sum\limits_{j=1}[_k\Psi_{I,j}]^2 \sum\limits_{j=1}[_k\Psi_{D,j}]^2}} \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

其中，$[_k\Psi_{I,j}]$ 为 $[\Psi_I]$ 的第 j 阶模态对应于坐标 k 的分量，最可能的损伤位置位于坐标 k^* 处．

试验与计算结果表明，基于 $\rho(k^*)$ 的损伤定位方法的定位效果 (灵敏度) 通常并不理想，原因是，损伤对各阶模态的影响方式是类似的 (相关的)，因此，损伤对各阶模态的影响用相关系数的改变来度量并不合理．将 $[\Psi]$ 代之以 $[\Phi]$，式 (10) 即为熟知的坐标模态保障准则 (COMAC)．

另外一种损伤定位方法是以应变模态差的绝对值大小为依据的，具体作法是

$$\Delta_\Psi^* = \|\{\Psi_I\} - \{\Psi_D\}\|_\infty = \|[\Delta\Psi]\|_\infty \tag{11}$$

其中，Δ_Ψ^* 为完好结构与有损伤结构应变模态差绝对值最大的元素，则最可能的损伤位置位于 Δ_Ψ^* 处．

式 (11) 实际上可分解为两步：1) 寻找 $[\Delta\Psi]$ 各列元素绝对值最大的元素 $\Delta_\Psi^{(j)}$; 2) 寻找各 $\Delta_\Psi^{(j)}$ 中绝对值最大的元素 Δ_Ψ^*. 由于元素 $\Delta_\Psi^{(j)}$ 所在的坐标位置事实上是根据第 j 阶应变模态差确定的最可能损伤位置，因此，现在的问题是，根据各阶应变模态差确定的最可能损伤位置是否完全一致，如果不完全一致的话，按照什么原则做最后的选择？试验与计算结果表明，根据各阶应变模态差确定的最可能损伤位置不一定完全一致，按照元素 $\Delta_\Psi^{(j)}$ 的大小做最后的选择是一种方式，但不一定是最合理的方式．比较合理的选择方式是：1) 根据 $\Delta_\Psi^{(j)}$ 的序号，采用 k/n 表决器，即少数服从多数的原则决定最终的 Δ_Ψ^*; 2) 将 Δ_Ψ^* 定义为 $[\Delta\Psi]$ 各行元素绝对值之和或平方和的最大值；3) 考虑权值 $\{q\}$ 的影响，即考虑荷载和结构细节的相互作用．

试验与计算结果表明，对于大多数模态，在局部损伤位置应变模态差有明显的峰值，且峰值大小随损伤程度的增加而增加，因此，基于应变模态差不仅可进行局部损伤定位，而且可标定损伤的程度．与基于位移模态差的损伤定位方法相比，设计合理的分类准则可确保基于应变模态差的损伤定位方法原则上不存在误定位的问题，而具有最简拓扑结构的前向神经网络可自动提取这类准则 [4]．

参 考 文 献

1 Salawu O S. Detection of structural damage through changes in frequencies: a review. *Engineering Structures*, 1997, 19(9): 718～723

2 Pandey A K et al. Damage detection from changes in curvature mode shapes. *Journal of Sound and Vibration*, 1991, 145(2): 321～332

3 Pandey A K et al. Damage detection in structures using changes in flexibility. *Journal of Sound and Vibration*, 1994, 169(1): 3～17

4 董聪. 多层前向网络的逼近机理与拓扑结构学习方法. 通信学报, 1998, 19(3): 29～34

A METHOD FOR LOCATING DAMAGE USING STRUCTURAL DYNAMICS PARAMETER

DONG Cong

(Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract The damage locating method based structural dynamics parameter has been a focus problem, but has no feasible solving method until now. The present paper finds that the variable for locating damage should be a type of local variable, and meet the following two basic requirements: 1) to be sensitive to local damage. 2) to be a monotonous function of location coordinates. The first order variational relationship about structural strain is found, from which a feasible mothod for locating damage can be obtained.

Key words strain modal shape, displacement modal shape, damage location