

## 振动机械起动过程中的迟滞共振原因分析

熊万里 闻邦椿

(东北大学机械工程及自动化学院, 沈阳 110006)

**摘要** 振动机械在起动过程中, 有时会出现一种特殊的共振现象——迟滞共振。本文通过解析分析和数值算法解释了产生该现象的原因。

**关键词** 振动机械, 起动过程, 迟滞共振

### 1 引言

振动机械是工程上广泛使用的一种机械, 如振动输送机、振动离心机和振动筛等。惯性激振式振动机<sup>[1]</sup>是振动机械的一种, 它通过电机带动偏心块产生激振力驱动机器进行工作。振动机稳定工作时, 电机的旋转频率即为振动机的振动频率。振动机起动时, 在共振区附近会发生振幅较大的振动, 随着电机快速通过共振区并达到额定工作转速, 振动机的振幅迅速减小并以电机的旋转频率开始稳定工作。通常情况下, 振动机从起动到稳定工作的时间只有 3 s~5 s, 但是有时振动机起动几十秒后, 振动机的振动却仍然表现为固有频率的振动, 而此时电机早已达到了额定转速。这种特殊的共振现象在工程上我们称之为迟滞共振, 迟滞共振是导致振动设备损坏的主要原因之一。本文将对此现象进行分析并给出解释。

### 2 迟滞共振原因分析

描述振动机起动过程的数学模型可简单表达如下

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + c\dot{x} + kx &= m_0e\dot{\theta}^2 \sin \theta \\ \dot{\theta}(t) &= \left\{ \begin{array}{l} a_\theta t, t \leq \omega_e/a_\theta \\ \omega_e, t > \omega_e/a_\theta \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (1)$$

式中,  $m$  和  $m_0$  分别表示振动机和偏心块的质量,  $x, \dot{x}$  和  $\ddot{x}$  分别表示振动机在振动方向的位移、速度和加速度,  $\theta$  和  $\dot{\theta}$  分别表示偏心块的转角和角速度,  $c$  和  $k$  分别表示振动机的阻尼和刚度,  $e$  表示偏心距离,  $\omega_e$  为电机的额定工作转速,  $a_\theta$  为起动角加速度。

对于方程(1), 由于  $\dot{\theta}$  为时间  $t$  的函数, 我们并不能求得其解析解。为了尽可能了解系统的有关特性, 我们不妨先假设  $\dot{\theta}$  为恒值  $\omega$  进行分析。设系统的初始位移和初始速度分别为  $x_0$  和  $\dot{x}_0$ , 根据振动理论<sup>[2]</sup>, 可

求得方程(1)的过渡过程的解为

$$\begin{aligned} x(t) = A \sin(\omega t - \psi) + e^{-\xi\omega_n t} &\left( x_0 \cos \omega_d t + \frac{x_0 + \xi\omega_n x_0}{\omega_d} \sin \omega_d t \right) + Ae^{-\xi\omega_n t} [\sin \psi \cos \omega_d t + \\ &\frac{\omega_n}{\omega_d} (\xi \sin \psi - \lambda \cos \psi) \sin \omega_d t] \end{aligned} \quad (2)$$

式中

$$\begin{aligned} \omega_n &= \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \xi = \frac{c}{2m\omega_n}, \quad \omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}, \\ \lambda &= \frac{\omega}{\omega_n}, \quad A = \frac{m_0e\omega^2/k}{\sqrt{(1 - \lambda^2)^2 + (2\xi\lambda)^2}}, \\ \psi &:= \tan^{-1} \frac{2\xi\lambda}{1 - \lambda^2} \end{aligned}$$

式(2)中的第一项为稳态强迫振动; 第二项为无激励时系统对初始条件的响应, 如果初始条件为零, 则该项为零; 第三项为伴随自由振动。伴随自由振动的特点是其振动频率近似于系统的固有频率, 但是其振幅与系统自身的性质和激振因素有关。当系统阻尼不为零时, 式(2)中的第二项和第三项将随着时间的延续衰减为 0, 最后只剩下稳态强迫振动解。

可以看出, 如果初始条件和系统阻尼均为零, 则系统的稳态解将包括强迫振动和伴随自由振动两部分。如果初始条件为零但系统阻尼很大, 则伴随自由振动迅速衰减为 0, 但是如果初始条件为零而系统阻尼很小, 则伴随自由振动将持续很长时间才能衰减为 0, 这将使系统在较长时间内表现出共振行为。

以上是根据  $\dot{\theta}$  为恒值的条件分析得到的结论。如果把伴随自由振动的衰减和迟滞共振联系起来考虑, 上述结论已从侧面解释了迟滞共振的原因。考虑到起动过程中  $\dot{\theta}$  并不为恒值, 我们下面作进一步分析。

由于式(1)无法用解析方法求解, 为了定量描述系统起动的全过程, 我们利用数值方法——Runge-Kutta 法<sup>[3]</sup> 对式(1)进行仿真。取一台实际的振动机的参数为:  $m = 196 \text{ kg}$ ,  $m_0 = 4 \text{ kg}$ ,  $k = 78000 \text{ N/m}$ ,  $e = 0.05 \text{ m}$ ,  $\omega_e = 157 \text{ rad/s}$ ,  $a_\theta = 314 \text{ rad/s}^2$ , 仿真得到不同阻尼条件下振动机的振动响应曲线如图 1 所示。

本文于 1999-01-07 收到。

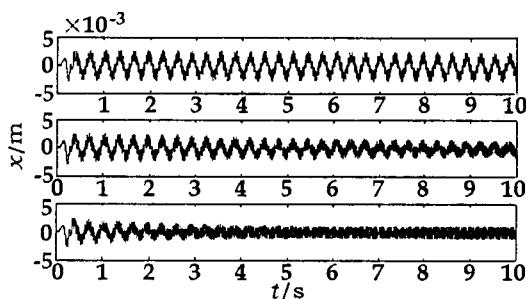


图1 不同阻尼条件下振动机起动过程的振动响应曲线

以上三图相应的阻尼值分别为  $0, 50, 200 \text{ s}^{-1}$ . 从图中可明显看出：

(1) 阻尼为 0 时, 系统的振动为两种振动成分的复合, 其频率近似为固有频率和电机的旋转频率. 但振动机总体的振动表现为固有频率的振动, 即迟滞共振.

(2) 阻尼为  $200 \text{ s}^{-1}$  时, 系统在起动过程初期表现为固有频率和电机旋转频率的复合振动, 但经过约 3 s 时间后, 固有频率的振动迅速衰减, 最后只剩下电机旋转频率的稳态振动.

(3) 阻尼为  $50 \text{ s}^{-1}$  时, 系统的振动介于前两者之间.

不难看出, 如果振动机的阻尼很小, 由于固有频率成分的振动衰减很慢, 迟滞共振必然会持续很长的时间. 从理论上讲, 只要阻尼不为零, 振动机最终都能

正常工作, 但工程上由于共振很容易导致设备损坏, 起动过程时间过长是不允许的, 这也是振动系统设计过程中必需考虑阻尼的主要原因.

## 参 考 文 献

- 闻邦椿, 刘凤翹. 振动机械的理论及应用. 北京: 机械工业出版社, 1982
- 季文美, 陈淞琪, 方同. 机械振动. 北京: 科学出版社, 1981
- 徐萃薇. 计算方法. 北京: 高等教育出版社, 1985

## ANALYSIS OF RETARDED RESONANCE IN VIBRATING MACHINES DURING STARTING

XIONG Wanli WEN Bangchun

(School of Mechanical Engineering & Automatic, Northeastern University, Shenyang 110006, China)

**Abstract** In the starting processes of vibrating machines a curious phenomenon which is named as retarded resonance often occurs. In this paper the analytical analysis and digital simulation are made to account that phenomenon.

**Key words** vibrating machines, starting processes, retarded resonance

## 单链系泊浮体受外碰撞时的锚链动态张力

孙芦忠 吴广怀 刘艇 陈徐均

(工程兵工程学院, 南京 210007)

**摘要** 介绍系泊浮体受外碰撞时锚链动态张力计算方法, 并对动态张力的若干问题进行了讨论.

**关键词** 系泊, 碰撞, 锚链, 动态张力

### 1 引言

水上浮式结构物, 如各类作业平台、无墩浮码头系统和浮桥等, 通常靠锚系实施水上定位或限位. 在使用过程中, 船舶及各种带速浮体对这类结构的意外碰撞在所难免, 所产生的撞击动能往往很大<sup>[1,2]</sup>, 甚至造成灾难性事故. 意外碰撞不仅使结构产生动态内

力, 还将造成结构的大尺度移位, 从而引起很大的锚系动态张力, 严重时可能发生系索(或锚链)断裂或走锚等事故. 以我国的大榭跨海浮桥为例, 运营 4 年中因台风、船舶操纵等原因, 先后造成多起船舶撞桥事故. 最严重的一次使浮桥在桥轴线方向产生 0.5 m 的移位, 并使桥体横移 0.65 m. 此次碰撞造成岸端一根锚链断开, 其动态张力高达 500 kN.

近年来锚系的动态张力更多地引起了设计者的关注. 小山寺、岛田、安藤定雄和山村敬一等人先后对系索的脉动张力进行了一系列研究, 但他们的研究都是

本文于 1999-01-29 收到.