

纤维 - 基体界面剪切强度与断裂韧性的表征和测定<sup>1)</sup>

张双寅

(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

**摘要** 根据单向复合材料纤维分布、剪切变形与裂纹扩展的细观分析, 提出纤维 - 基体界面剪切强度和断裂韧性的简易细观表征与测定方法。

**关键词** 界面, 剪切强度, 断裂韧性

## 1 引言

纤维 - 基体界面的力学性能, 尤其是界面粘结强度和界面断裂韧性是复合材料的重要细观力学参数, 一直受到力学和复合材料工作者的极大关注. 1993年国际上执行了规模颇大的联合研究计划 (a round-robin programme)<sup>[1]</sup>, 研究测定界面剪切强度的细观力学试验方法, 对常用 4 种试验方法进行了对比研究. 结果表明, 测定结果分散性很大. 不同实验室测定结果一致性很差, 不同方法所得结果不存在可比性. 可见, 现有方法还很不成熟, 值得进一步研究.

关于测定双材料界面断裂韧性的试验方法也有数种<sup>[2]</sup>, 其中最适于测定纤维拔出脱粘时纤维 - 基体界面断裂韧性的试验方法是单纤维 - 基体轴对称同心圆柱体纤维拔出试验<sup>[3,4]</sup>. 此方法原理简单, 直观, 似乎很方便; 但是, 由于纤维很细, 试样的纤维埋入尺寸与自由尺寸很难测量准确, 运用起来问题很多, 测定结果分散性很大, 缺乏重复性<sup>[5]</sup>. 本文针对这两个问题, 基于单向纤维复合材料的细观几何分析, 尝试提出新的简单易行的试验方法.

## 2 单向纤维复合材料纤维分布的细观几何分析

假定纤维分布为理想的正六角形分布, 通过简单的几何分析可得纤维半径、纤维间距和纤维含量之间的关系

$$s = 2 \left[ \left( \frac{\pi}{2\sqrt{3}\nu_f} \right)^{1/2} - 1 \right] r \quad (1)$$

其中,  $\nu_f$  是纤维体积比,  $s$  是纤维间距,  $r$  为纤维半径. 二纤维圆心之距  $S = 2r + s$ . 由于纤维的模量比高分子大很多, 例如, 环氧树脂的剪切模量由低模的 0.77 GPa 到高模的 1.9 GPa, 而玻璃纤维的剪切模量为 30.0 GPa<sup>[6]</sup>. 当复合材料产生垂直纤维的纵横剪切变形时, 可以认为纤维的剪切模量为无穷大. 全部剪

切变形由基体承受. 那么, 复合材料的平均剪应变为

$$\gamma_{av} = \frac{\Delta u}{s + 2r} \quad (2)$$

基体内发生最大剪应变的位置是纤维表面距离最近的地方, 如图 1 的  $A_1A_2$  处, 于是, 基体最大剪应变为

$$\gamma_{max} = \frac{\Delta u}{s} \quad (3)$$

其中,  $\Delta u$  为材料厚度方向上相邻最近二纤维轴间位移之差,  $\Delta u = u_{02} - u_{01}$  (图 1). 以上, 我们根据纤维为正六角分布和纤维模量为无穷大的假定, 导出了复合材料平均剪应变与基体最大剪应变的关系式.

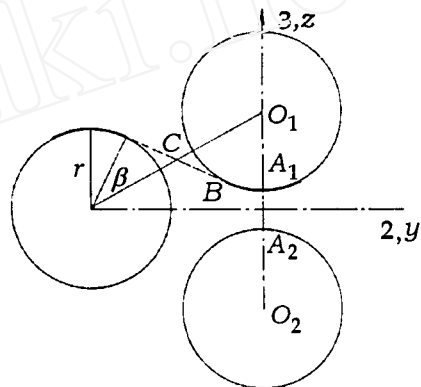


图 1 纤维的六角分布和界面裂纹

## 3 界面剪切强度的测试

文献 [7] 给出了测定复合材料层间剪切强度的试验方法. 由短梁三点弯曲试验可测材料层间剪切应力 (ILSS)

$$\tau_{il} = \frac{3p}{4bh} \quad (4)$$

$p$  是弯曲载荷,  $b$  为梁的宽度,  $h$  为梁的厚度. 最大层间剪切应力  $\tau_{il}$  发生在梁的中面上. 它是复合材料的表观平均应力, 根据式 (2) 得出  $\tau_{il}$  的如下关系式

$$\tau_{il} = G_{13c} \gamma_{av} = G_{13c} \frac{\Delta u}{s + 2r} \quad (5)$$

其中,  $G_{13c}$  是复合材料的横向剪切模量, 下标 "1,3" 表示纤维方向和垂直方向 (图 1). 而最大基体剪应力  $\tau_{max}$  为

$$\tau_{max} = G_m \gamma_{max} = G_m \frac{\Delta u}{s} \quad (6)$$

1) 国家自然科学基金和中国科学院重大项目 (KJ951-1-201) 基金资助.

本文于 1998-07-16 收到.

所以

$$\tau_{\max} = \tau_{il} \frac{G_m}{G_{13c}} \times \frac{s + 2r}{s} \quad (7)$$

于是, 用短梁三点弯曲试验测得层间剪切强度  $\tau_{il}^c$  后, 即可由式 (7) 得到界面 (或基体) 的剪切强度. 若界面剪切强度小于基体强度, 由式 (7) 测得界面剪切强度; 反之, 为基体强度.

单向复合材料的横向剪切模量  $G_{13c}$  可由混合率 (law of mixture) 来确定. 简单混合率公式产生较大误差. 如下公式是一个较好的修正公式<sup>[8]</sup>

$$G_{13c} = \frac{G_m}{1 - \sqrt{\nu_f}(1 - G_m/G_{13f})} \quad (8)$$

采用短梁三点弯曲试验测得层间剪切强度后, 联合应用 (7) 式与 (8) 式, 就可以根据纤维含量和纤维与基体模量得到界面剪切强度. 作为算例取低模环氧  $G_m = 0.77 \text{ GPa}$ , 玻璃纤维模量  $G_{13f} = 30 \text{ GPa}$ ,  $\nu_f = 0.6$ . 则得到  $\tau_{\max} = 1.31\tau_{il}$ . 这与文 [9] 的预测有很好的相比性.

#### 4 界面断裂韧性的测定

端部切口弯曲梁 (ENF) 试验法是常用用来测定单向纤维复合材料层间 II 型裂纹断裂韧性  $G_{II}^c$ , 计算公式如下<sup>[10]</sup>

$$G_{II}^c = \frac{9a^2 p_c^2}{b^2 h^3 E_{11}} \quad (9)$$

其中,  $E_{11}$  是纤维方向的弹性模量,  $p_c$  为 ENF 试验的断裂载荷,  $a$  为裂纹长度,  $b$  为梁的宽度,  $h$  为厚度之半.

$$K_{II}^c = \tau_c (\pi a)^{1/2} H \quad (10)$$

$\tau_c$  为 ENF 试验的表现断裂应力, 由 (11) 式确定.

$$H \left( \frac{a}{s} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.368 - 0.0717 \left( \frac{s}{d} \right) + 0.0045 \left( \frac{s}{d} \right)^2 + 0.545 \left( \frac{a}{s} \right) + 0.490 \left( \frac{s}{d} \right) \left( \frac{a}{s} \right) - 0.0209 \left( \frac{a}{s} \right) \left( \frac{s}{d} \right)^2$$

式中符号请参见图 2.

$$\tau_c = \frac{3 p_c}{4 b d} \quad (11)$$

$$G_{II}^c = \frac{S_{11}}{\sqrt{2}} \left[ \left( \frac{S_{33}}{S_{11}} \right)^{1/2} + \frac{2S_{13} + S_{55}}{2S_{11}} \right]^{1/2} \times K_{II}^{c2} \quad (12)$$

其中,  $S_{ij}$  为材料柔度张量, 1, 3 分别为梁的轴向和厚度方向,  $S_{ij}$  与工程常数之间关系可见文 [10].

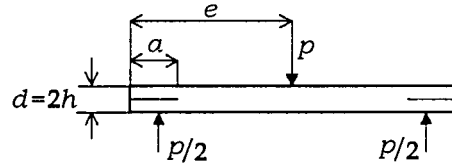


图 2 端部切口弯曲试样

单向复合材料层间裂纹面细观上是不平的, 而呈微波状; 部分裂纹为界面裂纹, 为圆弧状, 其它部分为基体裂纹. 由图 1 的简单几何分析可知界面裂纹与基体裂纹的长度. 当界面强度比基体强度小时 (对界面未作特殊处理的情况), 裂纹首先在界面剪应力的最大处 (如图 1A<sub>1</sub> 点) 起裂, 沿界面扩展, 然后, 引发基体裂纹; 当基体裂纹正好为两相邻界面裂纹端点连线, 且为两界面裂纹的切线时新裂纹连通, 形成主裂纹扩展. 界面裂纹张角  $\beta$  由 (13) 式确定

$$\cos^{-1} \beta = \frac{r}{r + \frac{s}{2}} \quad (13)$$

界面裂纹半长度  $l_i$  为

$$l_i = r \left( \frac{\pi}{3} - \beta \right) \quad (14)$$

基体裂纹的半长度  $l_m$  为

$$l_m = r \tan(\beta) \quad (15)$$

对于常见工程复合材料,  $\nu_f = 0.6$ , 则  $l_i = 0.43r$ ,  $l_m = 0.71r$ .

复合材料层间裂纹能量释放率  $G_{II}^c$  包括界面裂纹与基体裂纹两部分裂纹扩展作出的贡献. 根据断裂力学的混合率

$$G_{II}^c = \frac{1}{l_i + l_m} (l_i G_{II}^i + l_m G_{II}^m) \quad (16)$$

$G_{II}^i$  为界面断裂韧性 (临界能量释放率),  $G_{II}^m$  为基体断裂韧性 (临界能量释放率). 已知  $G_{II}^m$  并用 ENF 试验测得  $G_{II}^c$  后,  $G_{II}^i$  可由 (16) 算得. 以 T300 碳纤维增强马来聚酰胺树脂 XU292 单向复合材料为例, 手册提供, XU292 的断裂韧性为  $G_{II}^m = 210.0 \text{ J/m}^2$  (1.2in-lb/in). 由文 [10] 所给数据,  $G_{II}^c = 1.48 \text{ kJ/m}^2$ , (16) 式给出  $G_{II}^i = 3.57 \text{ kJ/m}^2$ . 可见界面的存在是提高复合材料断裂韧性的主要机制.

致谢 作者对香港城市大学 R.K.Y.Li 博士的帮助表示感谢.

#### 参 考 文 献

- 1 Pitkethly M J, et al. A round-robin programme on interfacial test methods. *Comp Sci Tech*, 1993, 48: 205~214

- 2 Cao H C, Evans A G. An experimental study of the fracture resistance of bimaterial interfaces. *Mechanics of Materials*, 1989(7): 295~304
- 3 张双寅. 纤维-基体界面脱粘能量释放率. 材料研究学报, 1995, 9: 563~567
- 4 Zhang S Y. A new model for the energy release rate of fiber/matrix interfacial fracture. *Comp Sci Tech*, 1998, 58: 163~166
- 5 Piggott M R. Debonding and friction at fiber-polymer interfaces. I: Criteria for failure and sliding. *Comp Sci Tech*, 1987, 30: 295~306
- 6 航空航天部科学技术研究院. 复合材料手册. 北京: 航空工业出版社, 1990
- 7 张双寅等. 复合材料结构的力学性能. 北京: 北京理工大学出版社, 1992
- 8 Chemis C C. Simplified composite micromechanics equations for strength, fracture toughness and environmental effects. 39th Annual Conf, Reinf Plastics and Comp Inst Jan, 1984. 16~19
- 9 Hull D. An Introduction to Composite Materials. Cambridge University Press, 1981. 48~57
- 10 张双寅, 李国耀. 复合材料梁 II 型裂纹的有限元分析. 计算结构力学及应用, 1995, 12(3): 261~266

## CHARACTERIZATION AND MEASUREMENT METHODS OF FIBER/MATRIX INTERFACIAL SHEAR STRENGTH AND FRACTURE TOUGHNESS

ZHANG Shuangyin

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**Abstract** Based on the micro-analyses of the fiber distribution geometry, shear deformation and micro-crack initiation for the unidirectional composite, the characterization and measurement methods for testing the fiber/matrix interfacial strength and fracture toughness of mode II are proposed. These methods are simple, feasible and can predict reasonable results.

**Key words** fiber/matrix interface, shear strength, fracture toughness

## 含水层参数识别的正则化方法<sup>1)</sup>

李守巨 刘迎曦

(大连理工大学工程力学系, 大连 116024)

李正国

路振刚

(丰满发电厂)

(白山发电厂)

**摘要** 采用正则化最小二乘法研究了含水层参数识别问题. 通过合理选取正则化参数能够解决参数识别中的不稳定问题. 同时通过合理布置水头观测点的位置和补充流量条件解决了参数识别中的唯一性问题. 数值计算结果表明, 在水头观测误差为 1 cm~2 cm 的条件下, 参数识别结果的误差不超过 1%.

**关键词** 参数识别, 含水层, 正则化最小二乘法, 适定性

### 1 引言

按照 Neuman 的分类方法<sup>[1]</sup>, 含水层参数识别问题可分为两类: 直接法和间接法. 无论是直接法还

是间接法, 反问题最终都归结为数学规划中的求极小化平方和函数问题或求极小化残差问题. 直接法的具体求解方法包括线性规划法, 二次规划法, 直接迭代法, 矩阵求逆法等; 间接法的具体求解方法包括高斯-牛顿法, 修正高斯-牛顿法<sup>[2]</sup>, 非线性最小二乘法<sup>[3]</sup>, 逐个修正法, 最速下降和共扼梯度法, 高斯-牛顿法结合 Rosen 梯度投影法<sup>[4]</sup>等. 但是, 由于在迭代过程中, 法方程的系数矩阵有时是病态或奇异的, 使得所得到的解会严重失真或者迭代无法继续进行, 即解是不稳定的. 这样就大大限制了以上含水层参数识别方法在工程中的应用. 而如何解决含水层参数识别中的唯一性和稳定性问题也是反问题中所无法回避而又

1) 国家自然科学基金资助项目.

1998-08-19 收到第 1 稿, 1999-03-23 收到修改稿.