

图 2

近,中点的弯矩值也比较吻合,但其它各点的弯矩值则有一定的差别.作者所使用的有限元程序仅能给出单元节点的内力值,这些值需通过外插和平均得出,这是造成两种方法内力值差别的主要原因.

对于本例,用本文方法计算仅需准备 20 个边界配点、20 个虚荷载作用点、16 个桩支承点的坐标(均可以自动生成)及其它一些数据,非常简便,所要求的基本未知量仅有 76 个,计算时间短,约为有限元法的 1/12.

具有大中心管的固定管板的应力计算

陈湘仁

(青岛大学物理系, 青岛 266071)

摘要 本文对具有大中心管的固定管板式换热器的应力进行了分析计算.

关键词 大中心管,固定管板,应力计算

具有大中心管的固定管板式换热器如图 1 所示,实际应用于引进的废热锅炉中,本文对其应力进行分析

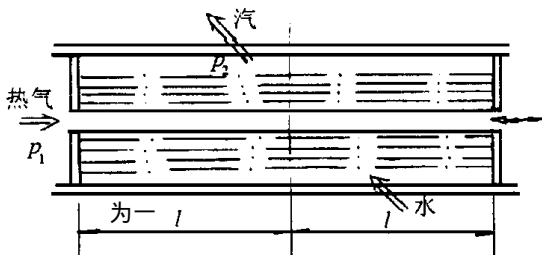


图 1 具有中心管的固定板式换热器

4 结 语

本文提出的方法适用性强,可以求解任意荷载作用下各种形状厚板在不同边界条件和支承情况下的挠度和内力,而且该法只需少量输入数据、计算量小,输出的结果精度高、内力值和位移值具有同级精度.

参 考 文 献

- 1 苏成,韩大建. 域外奇点法分析薄板的弯曲和平面应力问题. 工程力学, 1994, 11(4)
- 2 苏成,韩大建. 域外奇点法分析折板结构. 力学与实践, 1995, 17(1)
- 3 苏成. 线荷载积分方程法分析嵌于粒状半空间的竖桩. 华南理工大学学报, 1993, 21(1)
- 4 Lukaszewicz S. Local loads in plates and shells. PWN-Polish Scientific Publishers, 1979
- 5 Timoshenko S, Woinowsky-Krieger S. Theory of Plates and Shells. McGraw-Hill Book Company, 1959
- 6 张梦华. 非均匀地基弹性扁壳分析的格林函数法. 华南理工大学硕士论文, 1991

(1996 年 6 月 3 日收到第 1 稿,

1996 年 8 月 16 日收到修改稿)

计算.

如图 2 所示,管板在压强差及管与壳的热胀差的联合作用下,产生挠曲形变.我们忽略沿管板厚度的温差引起的弯曲热应力.受弯圆板单元体受力示于图 3.在弹性范畴内处理小挠度问题.取管束热伸长后的位置作为挠度 w (规定以 z 方向为正)的零点,转角 $\theta = -dw/dr$.由 Harvey^[1]给出单位长度的径向弯矩、周向弯矩与切力分别为

$$M_r = D \left[\frac{d}{dr} + \mu \frac{1}{r} \right] \quad (1)$$

$$M_\theta = D \left[\frac{1}{r} + \mu \frac{d}{dr} \right] \quad (2)$$

$$Q_z = \frac{M}{r} - \frac{d}{rd} (rM_r) \quad (3)$$

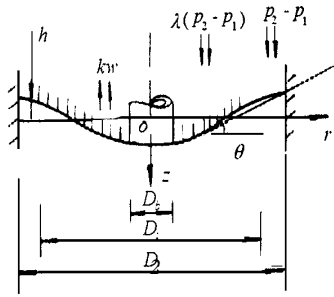


图2 管板的特征尺度

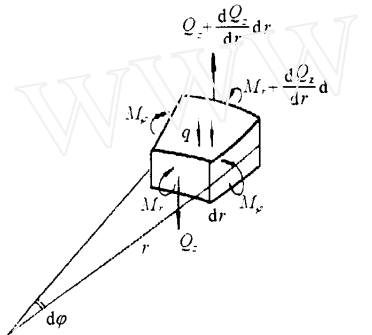


图3 圆板单元体示力图

挠度曲线的四阶微分方程为

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{dw}{dr} \right) \right] \right] - \frac{k}{D^*} w = 0 \quad (4)$$

式中, 弯曲刚度 $D^* = D$, 为孔致减刚系数, $D = 0.5 \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$, E 为弹性模量, μ 为泊桑比, h 为板厚. k 为管束基础弹性系数 $k = E/l$, l 为管半长, 为金属面积百分数 $= N(d_{98}^2 - d_{95}^2) / (D_i^2 - D_o^2)$, N 为管子数, d_{98} 、 d_{95} 分别为管子内外径. q 为分布载荷, 在直径大于 D_i 的不穿孔区 $q = p_2 - p_1$, 在管束区 $q = (p_2 - p_1)$, 为按面积比的压强作用系数.

在管束区, 令 $x = r/L$, $L = \sqrt[4]{D^*/k}$, 则(4)式的解为

$$w(x) = C_1 ber(x) + C_2 bei(x) + C_3 her(x) + C_4 hei(x) + \frac{(p_2 - p_1)}{K} \quad (5)$$

这里使用了两类 Bessel 函数的变种 Thomson 函数^[2].

在不穿孔区, $k = 0$, (4)式的解为

$$w(r) = C_5 \ln \frac{r}{r_i} + C_6 \left[\frac{r}{r_i} \ln \frac{r}{r_i} + \frac{r^2}{r_i^2} \right] + C_7 \frac{r^2}{r_i^2} + C_8 + \frac{(p_2 - p_1) r^4}{64 D} \quad (6)$$

(5) ~ (6) 式中, $C_1 - C_8$ 为积分常数, 由边界条件确定. 这 8 个方程可开列如下:

(1) 管束区与非穿孔区分界处(下标“ t ”表之)的 w_t 连续方程

$$w(x_{t-}) = w(x_{t+}) \quad (7)$$

t 连续方程

$$\left[\frac{dw}{dr} \right]_{t-} = \left[\frac{dw}{dr} \right]_{t+} \quad (8)$$

M_{rr} 连续方程

$$\left[\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{\mu}{r_t} \frac{dw}{dr} \right]_{t-} = \left[\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{\mu}{r_t} \frac{dw}{dr} \right]_{t+} \quad (9)$$

Q_{rz} 连续方程

$$\left[\frac{d^3 w}{dr^3} + \frac{1}{r_t} \frac{d^2 w}{dr^2} - \frac{1}{r_t^2} \frac{dw}{dr} \right]_{t-} = \left[\frac{d^3 w}{dr^3} + \frac{1}{r_t} \frac{d^2 w}{dr^2} - \frac{1}{r_t^2} \frac{dw}{dr} \right]_{t+} \quad (10)$$

(2) 管板与中心管或管壳接合处的挠度可由管板切力求得, 它由(3)式表出并转化为中心管或管壳的轴向力引起的轴向变形

$$w_b \text{ 所示} = \frac{2LD}{EA_b} \left[1 - \frac{1}{r_b} \frac{dw}{dr} \right]_{r=r_b} \quad (11)$$

$$w_i = -l(T_{管} - T_{壳}) + \frac{2LD}{EA_i} \left[\frac{4}{r_i^2} C_6 + \dots \right] \quad (12)$$

式中, A_b 与 A_i 分别为中心管与管壳金属横截面积.

(3) 管板内、外侧边缘的转角方程. 该处内力矩与内力如图 4 所示. 由于圆筒与管板接合处的应力应具有迅速衰减的局部性质, 所以此接合处的两面均

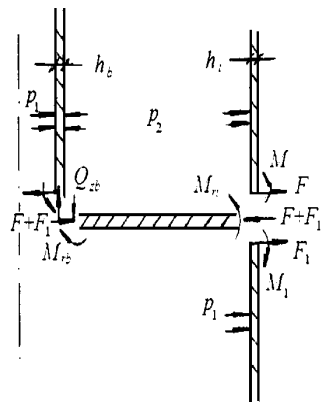


图4 边界内力矩与内力

可列出类似的转角与径向位移的表达式。圆筒纵向单元体弯曲形成的转角与径向位移由文献[3]给出, 径向位移还计及热胀变形项, 以及考虑管板内外径向位移差与单位长度径向力的关系, 消去 F 、 F_1 、 M 、 M_1 和内外侧的径向位移, 可以得到

$$i = - \frac{i(2 - \mu)(p_2 - p_1) r_i^2}{4 E h_i} - \frac{M_{ii}}{4 E I_i} \quad (13)$$

$$b = \frac{1}{E I_b} \left\{ M_{rb} + \right. \\ \left. 4 T_{板}(r_i - r_b) \right\} \quad \text{为泊} t \quad (14)$$

式中, 下标“ b ”表示管板内侧边缘, 下标“ i ”表示管板

外侧边缘, $I_b = \frac{h_b^3}{12(1 - \mu^2)}$, $I_i = \frac{h_i^3}{12(1 - \mu^2)}$,
 $b = \frac{\sqrt{3(1 - \mu^2)}}{\sqrt{r_b h_b}}$, $i = \frac{\sqrt{3(1 - \mu^2)}}{\sqrt{r_i h_i}}$,
 $T_{板}$ 为板温升高值。

由以上分析可以列出 8 个线性代数方程, 解得 8 个积分常数 $C_1 \sim C_8$ 。写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_8 \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_8 \end{bmatrix}$$

A 矩阵与 B 列阵的元素不难求得, 这里恕不列出。求得 $C_1 \sim C_8$ 之后便可由 (5) ~ (6) 式得到 $w(r)$, 从 (1) ~ (2) 式求得 M_r 与 M_θ , 管板外表面纤维上的径向与周向弯曲应力为

$$r = 6 M_r / h^2 = 6 M / h^2$$

作为应用, 我们计算了某废热锅炉, 其参数为 $l = 3 \text{ m}$, $N = 184$ 根, $d_{内} = 0.032 \text{ m}$, $d_{外} = 0.038 \text{ m}$, $A_b = 6.57 \times 10^{-3} \text{ m}^2$, $A_i = 6.9 \times 10^{-2} \text{ m}^2$, $r_i = 0.5 \text{ m}$, $r_b =$

0.42 m , $r_b = 0.11 \text{ m}$, $h = 0.04 \text{ m}$, $h_i = 0.022 \text{ m}$, $h_b = 0.016 \text{ m}$ 。设材料 $E \approx 1.7 \times 10^{11} \text{ Pa}$, $\nu \approx 1.3 \times 10^{-5} / \text{度}$, $\mu = 0.3$ 。设 $\alpha = 0.6$, $p_1 = 0$, $p_2 = 4.5 \times 10^6 \text{ Pa}$, $T_{板} = 0$, $T_{管} - T_{壳} = 30^\circ$ 。

计算所得到的 $w(r)$ 曲线如图 5 所示, 所得到的 σ_r 与 σ_θ 随 r 的变化曲线如图 6 所示。图中还与固支假设即 $i = b = 0$ 所得到的结果进行了对比, 可以看到, 考虑管板内外侧边缘的弹性接合, 虽然总的挠度略有增加, 然而最大弯曲应力却降低不少, 是较先进的设计计算。

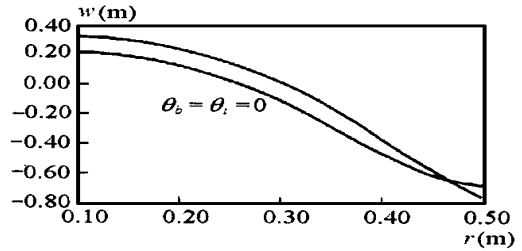


图 5 挠度曲线

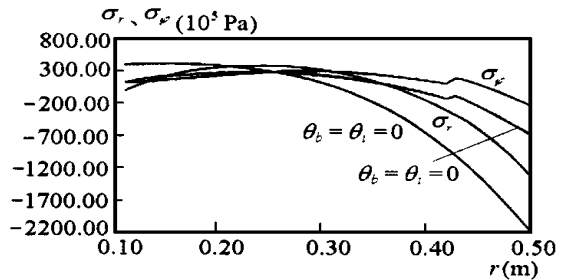


图 6 弯曲应力曲线

参 考 文 献

- 1 Harvey J F 著. 刘汉棧等译. 压力容器部件结构设计与材料. 北京: 化学工业出版社, 1985: 98
- 2 王竹溪等著. 特殊函数论. 北京: 科学出版社, 1979: 415
(本文于 1997 年 5 月 13 日收到)