

表 1 圆筒的临界压力 (MPa)

试件	1	2	3
径比	1.16	1.18	1.20
长度	130	130	130
计算值	75.0	103.0	127.0
实验值	64.0	91.0	124.0

参 考 文 献

- 1 S S 吉尔 压力容器及其部件的应力分析 北京: 原子能出版社, 1975
 - 2 陈国理 压力容器及化工设备 广州: 华南理工大学出版社, 1988
- (1996年7月1日收到第1稿,
1996年8月9日收到修改稿)

由式 (7) 求得的 n 值取 $n = \pm 2$ 的范围代入式 (6) 求得最小的临界压力 p_{cr} 值 表 1 为公式 (6) 计算值与实验值的对比, 计算时 n 取 4 长度单位为 mm, 由此可见公式 (6) 对于千斤顶内筒的特定的径比和长径比范围内的精车圆筒的失稳计算有一定的可靠性 图 2 为破坏试验的典型曲线, 试验圆筒的材料为 40Cr, 经调质处理, 用棒料精车制成 径比范围 1.16 ~ 1.41, 长径比 4~ 6 图 2 (a) 中显示了失稳现象, 图 2 (b) 则可看到弹塑性变形的情况

4 结 论

- (1) 对空心千斤顶的内筒, 如径比小于 1.3 时必须考虑失稳问题, 破坏压力的计算按公式 (6).
- (2) 对径比在 1.3~ 1.4 之间的圆筒, 破坏压力可按塑性失效计算, 即按公式 (5) 计算

单柔性机械臂的逆动力学分析¹⁾

邹建奇 苏铁坚 陆佑方
(吉林建筑工程学院, 长春 130021) (吉林工业大学, 长春 130025)

摘要 本文以单柔性机械臂为例, 提出一种解决在柔性机械臂逆动力学研究中, 若不计连杆挠度引起的纵向变形, 则存在所谓的负刚度问题, 从而导致逆动力学解的不稳定问题的方法, 并通过与文献 [1] 方法的比较, 证明了该方法的有效性
关键词 单柔性机械臂, 逆动力学, 负刚度

1 理论分析

柔性机械臂采用 Bernoulli-Euler 简支梁模型 精确的离散化动力学方程为

$$\left(mL^2 + \frac{1}{3}ML^2 + \frac{M}{2} \sum_n q_j^2 \right) \ddot{\theta} + M \left(\sum_n q_j \dot{q}_j \right) \dot{\theta} + \sum_n (-1)^{n+1} \frac{ML}{n\pi} \ddot{q}_j = \tau(t) \tag{1}$$

$$\ddot{q}_j + \left(\omega_j^2 - \dot{\theta}^2 \right) q_j + (-1)^{n+1} \frac{2L}{n\pi} \ddot{\theta} = \frac{2n\pi}{ML} \cdot \tau(t) \tag{2}$$

式中, M 为柔性臂质量, m 为臂端集中质量, L 为臂长; q_j 为机械臂的弹性变形, θ $\dot{\theta}$ $\ddot{\theta}$ 为柔性臂刚性转动变量; ω_j 为简支梁的固有频率, $\tau(t)$ 为柔性臂的驱动力矩, n 为模态阶数

柔性机械臂逆动力学就是要在给定刚性运动的情况, 确定所需的驱动力矩, 从而使端点运动能跟踪给定的运动 由于柔性机械臂动力学方程中的弹性变形也是未知的, 因此方程 (1)、(2) 是一个闭环反馈系统, 并且这是个自激系统

考虑完全的或理想的逆动力学, 即将 (1) 式代入 (2) 式, 得到关于弹性变量 q_j 的方程, 取 $n = 1$

$$\ddot{q}_j - \left(\omega_j^2 - \dot{\theta}^2 \right) q_j + \frac{2\pi}{L} \dot{\theta} q_j + \frac{\pi}{L} \ddot{\theta} q_j = \left(\frac{2L}{\pi} - \frac{2\pi mL}{M} - \frac{2\pi}{3} \right) \ddot{\theta} \tag{3}$$

该方程除非线性外, 还具有负刚度 ($\omega_j^2 > \dot{\theta}^2$), 因此其解是不稳定的 文献 [1] 给出了一种逆动力学求解的

¹⁾国家自然科学基金资助项目

近似方法,即给定刚性变量后,在方程(1)中令弹性变量为零,得到驱动力矩 $\tau_0(t)$;然后将其做为力矩初值代入方程(2),求出弹性变量;最后将求得的弹性变量及给定的刚性运动变量一同代入方程(1),即可求得驱动力矩 $\tau(t)$ 。如果有必要可进一步迭代,直至满足精度要求。但这种方法对端点运动的类型有较强的限制,并且力矩的修正值很大,迭代过程很可能不稳定。从实用角度看,为了解决负刚度问题,本文认为,可以在方程(1)、(2)中消去弹性变形二次项。这样做既在驱动力矩的初值中考虑了弹性变形的影响,又消除了可能造成迭代结果发散的因素,并且力矩的修正量级是很小的。因为从弹性变量的特点来看, q_f 本身很小, \ddot{q}_f 特别是 \ddot{q}_f 很大,远大于其他动力学变量。若将含有 \ddot{q}_f 这样的高频成份的驱动力矩加到系统上去,势必导致轨迹跟踪的很大差异,也就是说整个迭代过程很可能是发散的。下面通过数值仿真来证明本文提出的方法的有效性。

2 数值分析

在方程(1)、(2)中取二阶模态,基本参数为: $L = 0.909\text{ m}$, $EI = 46.57\text{ N}\cdot\text{m}^2$, $M = 1.3\text{ kg}$, $m = 0$; 给定运动变量 $\theta(t) = \theta_0(1 - e^{-t/T})$, $0 \leq t \leq 1$, $\theta(t) = \theta_0 e^{-(t-1)/T}$, $t > 1$ 。其中 $\theta_0 = 1.3\text{ rad/s}$, $T = 0.03\text{ s}$ 。

图1是由文献[1]的方法算得的修正力矩,图2是由本文方法算得的修正力矩,显然图2的结果是正常或是合理的。图3及图4分别是将文献[1]的方法和本文方法算得的驱动力矩代入动力学方程后得到的柔性臂的刚性转动变量与给定运动的比较,从而可看

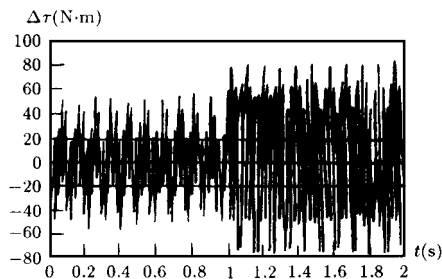


图1

出轨迹跟踪的效果。图3、图4中曲线上标 θ 表示给定的运动量;上标 $\theta^{\text{①}}$ 表示由文献[1]的方法算得的结果;上标 $\theta^{\text{②}}$ 是由本文提出的方法算得的结果。由于刚性臂

和柔性臂在基本参数和驱动力矩相同的情况下,其端点运动很接近^[2]。由此可认为图4的结果更符合实际,也就是说采用去掉弹性变量二次导数的方法,能使柔性机械臂逆动力学的解更趋稳定。

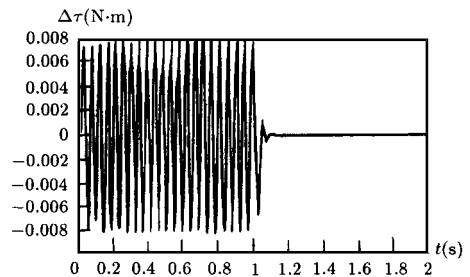


图2

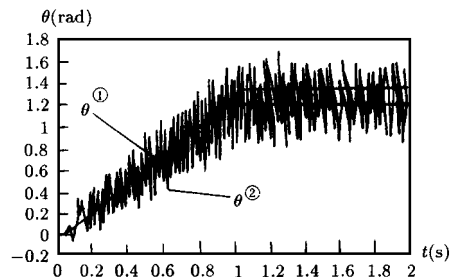


图3

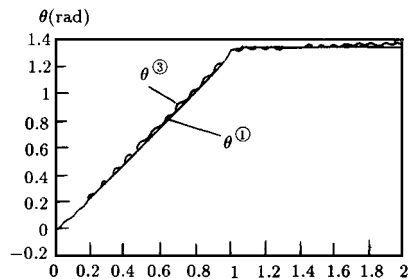


图4

参 考 文 献

- 1 A sada H, Ma Z D. Inverse Dynamics of Flexible Robots—Modeling and Recursive Computation Using Virtual Rigid Link Coordinate Systems. 1993
- 2 陈宏, 邹建奇, 王彬. 机器人柔性臂动力学数值及动态图形仿真软件的开发. 多体系统动力学——理论、计算方法和应用, 洪嘉振主编. 上海: 上海交通大学出版社, 1992. 107~108

(1996年6月13日收到第1稿,
1996年11月11日收到修改稿)