

明确嵌套集合关系对贝叶斯推理的促进效应*

史滋福^{1,2} 邱江¹ 张庆林¹

(¹西南大学心理学院,认知与人格教育部重点实验室,重庆 400715) (²湖南师范大学数学与计算机科学学院,长沙 410081)

摘要 以经典的乳癌问题作为实验任务,通过两个实验分别探讨了有助于明确嵌套集合关系的逐步提问、树图表征等外部表征方式以及元认知调控和被试类型等因素对贝叶斯推理的影响。结果发现:(1)逐步提问对改善贝叶斯推理的成绩没有显著作用;(2)完整和不完整的树图表征显著地促进了推理成绩,但简约的树图表征的促进作用不显著;(3)叙述理由引发的元认知监控显著地促进了推理成绩;(4)文科和理科两组被试的推理成绩没有显著差异。

关键词 贝叶斯推理,嵌套集合关系,元认知,树图表征。

分类号 B842

1 引言

日常生活的许多方面都需要进行概率推理,特别是推导已知结果的根本原因和估计备选方案的风险等。而且,随着思考者年龄的增长,这类应用于不确定事件的概率判断变得越来越重要^[1]。同时贝叶斯推理规则作为人工智能领域和认知心理学领域的重要理论,引起了数学家、逻辑学家与心理学家的关注。心理学研究者最关心的是:一个不懂贝叶斯推理规则的人在进行直觉概率推理时是否遵循贝叶斯推理规则,其研究主要采用两个假设的贝叶斯推理规则:两个互不相容的事件 h 、 $-h$ 构成一个完全事件,已知概率 $P(h)$ 和 $P(-h)$,现观察到 h 和 $-h$ 的某种证据(d),且已知 $P(d|h)$ 和 $P(d|-h)$,则后验概率

$$P(h|d) = \frac{P(h)P(d|h)}{P(h)P(d|h) + P(-h)P(d|-h)}$$

到目前为止,有关贝叶斯推理的研究存在两种截然相反的观点:一方面,最早用实验方法对此做出测试的 Edwards(1968)认为,即使是“保守的”推理也在一定程度上与贝叶斯推理规则计算得出的结论相吻合^[2];另一方面,Kahneman 和 Tversky(1972)研究发现,人们的直觉推理与贝叶斯定理相距甚远,甚至根本就没有遵循贝叶斯推理规则^[3],而古生物学者 Gould(1992)持有更极端的观点认为人们的大脑

生来就不是遵循概率规则的^[4,5]。

针对上述两种相互矛盾的观点,Gigerenzer 和 Hoffrage 所做的解释是,二者只集中于认知过程,而没有考查认知运算法则和信息格式之间的匹配关系。以他们为代表的自然频数假设(natural frequency hypothesis)认为,以频数格式代替概率格式对问题进行信息表征时,所谓的认知谬误就会消失,因为人们平时所遇到的问题都是频数形式的信息,所以由进化论的观点得出人们的心智适应于频数形式^[6,7]。但新近 Mellers(1999)等提出的嵌套集合假设(nested-sets hypothesis)认为,自然频数形式促进任务的原因是使集合的“嵌套”关系(即子集嵌入较大集合)形象化了,被试可以从中提取合取事件 $h&d$ 和 $h&-d$,并计算出 $h&d$ 的频数相对于 d 的频数的值,即得出条件概率 $P(h|d)$ ^[8]。Sloman(2003)等人也认为在频数描述条件下被试用例子表征范畴揭示了问题的集合结构,从而使认知加工过程中所需的嵌套集合关系变得明晰,因此引起被试的注意^[9,10]。Johnson-Laird(1999)等人的心理模型理论中的“集合解释”为此提供了更完整的说明^[11]。而 Gigerenzer 和 Hoffrage(1999)也认为频数形式可以提供类似心理模型的集合表征。基于此,似乎可以推测只要被试易于觉察问题中的嵌套集合关系,那么就可以促进概率判断,而不仅仅只是自然频数形式能够促进任务中集合“嵌套”关系的领

收稿日期:2005-07-01

*国家重点学科西南大学基础心理学项目(04001,06001)资助。

通讯作者:张庆林, E-mail: zhangql@swu.edu.cn

会^[12]。因此,有必要从集合论的角度来寻求改善概率推理的途径。本研究假设,在实验处理中如果能促进被试明确嵌套集合关系,那么将有利于改善贝叶斯概率推理的成绩。

一般认为文理科学学生的差异除了表现在知识结构上,还表现在理科生更善于将学习过程中积累的许多诸如建立假设、寻找证据、对最初假设进行验证等处理理科问题的技巧迁移到逻辑推理中。Sloman (2003)等人也认为,解决容易计算的文字问题依赖于更一般的理解基本逻辑、集合运算和关系的能力^[9]。因此,本研究假设,明确问题嵌套集合关系可能使得文理科学学生的贝叶斯推理成绩的差异缩小。

另外,以往的研究结果表明,叙述理由的元认知监控有利于调动被试头脑里已有的逻辑学知识和图式知识,使其思维更加明晰,从而达到对问题解决的促进作用^[13,14]。Filder也曾认为,概率判断在归纳加工之后还需要大量基于规则的元认知操作,包括使用逻辑规则、概率演算、统计学知识或元认知知识^[15]。本研究假设,像“乳癌问题”等这样复杂的推理任务^[16],通过叙述理由来激发被试的元认知监控过程,有利于被试调动已有的知识和相关图式,进一步明晰问题中内隐的嵌套集合关系,从而能有效促进概率推理任务的成绩。

基于“在任务表述中明确嵌套集合关系,将有利于改善贝叶斯推理成绩”的假设,本研究的整体思路是检验几种不同的外部表征对“明确”嵌套集合关系的有效性,探讨明确嵌套集合关系对解决贝叶斯推理的促进效应。同时本研究还要探讨明确嵌套集合关系是否可能消除理科被试由于数理逻辑能力上的差异而导致的推理成绩的差异,以及对叙述理由是否有助于提高被试的元认知监控,使之更好地理解经典贝叶斯推理中的集合关系,从而改善推理成绩。

对这些问题的研究有助于进一步探讨概率推理的认知机制和加工规律,并为最终改善人们的概率推理、判断与决策等思维活动的质量提供理论依据和实践指导。

2 实验 1

2.1 实验方法

2.1.1 被试 被试为国内某大学的文理科大学生共 168 人(其中数学系学生 82 人,中文系学生 86 人),所有的学生都不熟悉贝叶斯推理规则。

2.1.2 实验材料 采用经典的乳癌问题作为实验材料,具体如下:接受常规检查的超过 40 岁的妇女患乳癌的概率是 1%。如果一个此年龄组的妇女患有乳癌,那么她在 X 射线检测中呈阳性的概率是 80%;如果一个此年龄组的妇女没有患乳癌,那么她在 X 射线检测中也呈阳性的概率是 9.6%。控制组(即标准概率题组)要求被试回答:现在有一个此年龄组的妇女在 X 射线检测中呈阳性,则她确实患乳癌的概率是多少?叙述理由组在要求被试估计这一问题的同时附加“请简单说明你给出这个答案的理由”。逐步提问组则要求被试依次思考以下 3 个子问题后再回答最终问题(第 4 个问题):(1)一个此年龄组的妇女患乳癌且检测呈阳性的概率是多少?(2)一个此年龄组的妇女没患乳癌而检测呈阳性的概率是多少?(3)一个此年龄组的妇女检测呈阳性的概率是多少?(不论患癌与否)(4)若已知一个此年龄组的妇女在 X 射线检测中呈阳性,则她确实患乳癌的概率是多少?

2.1.3 实验设计 本实验采用 2(被试类型:文科/理科)×3(任务方式:标准概率题/叙述理由/逐步提问)被试间设计。因变量为后验概率估计准确性,以“后验概率估计值”与“使用贝叶斯定理计算出的标准值”两者之差的绝对值(即后验概率估计值与标准值之间的距离)为指标。

2.1.4 实验程序 利用上课时间进行集体测试,将三种实验材料(经典乳癌问题;经典乳癌问题加说明理由的要求;经典乳癌问题加嵌套集合关系的逐步提问)按照 1:1:1 的比例混合后随机分发给被试。需要填写的个人信息包括性别、年龄、专业。被试阅读指导语后,主试用一个与实验无关的简单概率估计任务作为示范,让被试理解实验任务的要求后开始完成后面的实验任务,提醒被试认真独立完成,随后将材料收回,完成任务大约需要 10min。

2.2 结果分析

除 5 名被试(理科标准概率题和叙述理由组、文科逐步提问组各 1 名、文科叙述理由组 2 名)的答卷没有填全外,其余有效的 163 份答卷中,文科标准概率题组 29 份、叙述理由组 24 份、嵌套集合关系的逐步提问组 30 份;相应地,理科分别 24 份、27 份和 29 份。

将有效答卷的数据输入计算机,运用 SPSS 11.5 统计软件包进行处理。以被试的后验估计值与使用贝叶斯定理计算出的标准值之间差的绝对值(即估计值与标准值之间的距离)作为判断被试估计准确

性的指标,距离越小,表明被试估计准确性越高;反之,距离越大,表明被试估计准确性越低。三种任务

呈现方式下文理科被试后验概率估计准确性见表 1。

表 1 三种任务呈现方式下文理科被试后验概率估计的准确性

被试类型	标准概率题			叙述理由			逐步提问		
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>n</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>n</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>n</i>
文科	47.33	29.34	29	22.15	28.80	24	36.68	30.62	30
理科	38.10	33.98	24	34.93	36.83	27	27.11	34.10	29

对文理科学学生在三种任务呈现方式下的后验概率和标准值之间差的绝对值进行了 2×3 方差分析,结果见表 2。

表 2 不同被试和不同任务呈现方式对贝叶斯推理成绩的影响

变异来源	<i>df</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>
被试类型(A)	1	162.940	0.155
任务呈现方式(B)	2	2873.171	2.738
A × B	2	2149.614	2.049
组内	157	1049.343	

结果表明,文科主效应在统计上是不显著的, $F(1,157) = 0.155, p > 0.05$, 被试类型和任务呈现方式的交互作用也不显著, $F(1,157) = 2.049, p > 0.05$, 任务呈现方式主效应在统计上接近显著, $F(2,157) = 2.738, p = 0.068$ 。为进一步分析任务呈现方式主效应不够显著的原因,对任务呈现方式做多重比较,结果见表 3。

结果发现,标准概率题组和叙述理由组之间达到统计上差异显著性水平 ($p < 0.05$); 标准概率组和逐步提问组之间只在 0.10 水平上达到统计显著性 ($p = 0.070 < 0.10$)。

表 3 任务呈现方式的多重比较

标准概率题组(A)	叙述理由组(B)	嵌套集合关系的逐步提问组(C)	<i>LSD</i> 多重比较		
			A - B	A - C	B - C
43.15 ± 31.55	28.91 ± 33.59	31.97 ± 32.45	14.24*	11.17	-3.06

注: * $p < 0.05$

2.3 讨论

实验 1 的结果表明,文科主效应在统计上是不显著的, $F(1,157) = 0.155, p > 0.05$, 说明文科被试之间并不存在所谓的思维类型不同而导致复杂概率推理成绩差异的现象。这似乎表明,像“乳腺癌问题”这样的复杂贝叶斯推理问题对文理被试而言都很困难,这可能说明没有专门学过贝叶斯公式的文理科大学学生们理解集合运算和关系的基本能力上没有显著差异;叙述理由组和标准概率题组的贝叶斯推理成绩存在统计上显著差异,说明要求被试叙述理由确实改善了被试的推理成绩,这表明通过叙述理由确实可以激发被试的元认知监控过程,从而有效调动其利用已有知识和相关图式来明晰问题中内隐的嵌套集合关系;而嵌套集合关系的逐步提问虽然在一定程度上改善了被试对贝叶斯推理任务的判断,但在统计上没有达到显著性水平 ($p = 0.070 < 0.10$),这可能是因为当利用逐步提问的方式呈现嵌套集合关系时,还不够直观形象,不利于被试建立体现嵌套集合关系的内在心理表征,被试不容易

意识到分步呈现子问题的目的是为了让其明确问题中的嵌套集合关系。为了进一步探究嵌套集合的有效表征,本研究的实验 2 将引入新的树图表征方式。

3 实验 2

实验 1 中利用逐步提问的方式并没有促进被试对嵌套集合关系的理解,未能显著提高被试的推理成绩,因此需要探索能够有效帮助被试明确嵌套集合关系的问题表征方式。鉴于此,实验 2 试图采用更鲜明的外部表征方式来帮助被试建立明确的嵌套集合关系,进一步探讨它对推理的促进作用。一般而言,对问题的外部表征方式中,空间形式的表征比子问题形式的表征更直观。Larkin 和 Simon 将空间划分为三类:真实空间(real space),即现实的物理空间;理想空间(idea space),即集合学中研究的空间;人造图表空间(artificial diagrams),即二维平面图形所涉及的空间关系范畴,如网络图、层次结构图、圈图等^[17]。其中层次结构图即树图是图论中的一个重要概念,它已广泛用于计算机语法分析过程

(如语法分析树)^[18]、决策分析过程(如分类决策树)^[19]以及日常生活(如行政管辖图)等许多领域中。同时,在概率论的教学中,往往将复杂事件分解成若干个互不相容的容易求得概率的简单事件之和,从而求得复杂事件的概率。而树图是可以使概率结构视觉化(visualizing)的嵌套集合表征^[10],能直观地通过上下级结点表示事件集合之间的嵌套或隶属关系,因此它可以用于概率论的教学过程中,并且能够取得很好的教学效果^[20]。此外,决策论中也有研究表明,当表征简单问题嵌套结构的决策树的终端结局可预测或直接估算时,逆序计算特别有效^[21],而贝叶斯推理就是要进行一个终端结局已知的逆概率计算。因此,实验2试图使用可以更加直观明确地表明嵌套集合关系的树图形式,预期它将更好地改善被试的推理能力,提高推理成绩。

3.1 实验方法

3.1.1 被试 被试为国内某大学的文理科大学生共168人(其中数学系学生83人,中文系学生85人),所有的学生都不熟悉贝叶斯推理规则。

3.1.2 实验材料 这里的问题材料仍然采用经典乳腺癌问题,和实验1中给出嵌套集合关系的命题方式所不同的是:在给出“接受常规检查的超过40岁的妇女患乳癌的概率是1%。如果一个此年龄组的妇女患有乳癌,那么她在X射线检测中呈阳性的概率是80%;如果一个此年龄组的妇女没有患乳癌,那么她在X射线检测中也呈阳性的概率是9.6%。”后,对于三个实验组分别附加完整树图、不完整树图和简约树图三种树图方式来明确嵌套集合关系,之

后仍然要求被试估计:现在有一个此年龄组的妇女在X射线检测中呈阳性,则她确实患乳癌的概率是多少?具体的树图形式参见附录。

之所以使用不完整树图,目的是预期被试通过主动加工会提高其对问题结构的理解程度,推理成绩因此会更好些;而采用简约树图的目的是探测利用直观图例表征提供有效信息(如基础比率、击中率和误报率)之间的关系是否可以提醒被试自行表征嵌套集合结构,从而促进推理。

3.1.3 实验设计及程序 本实验采用2(被试类型:文科/理科)×4(表征方式:标准概率题/完整树图/不完整树图/简约树图)被试间设计。因变量为后验概率估计准确性,采用后验概率估计值与用贝叶斯定理计算出的标准值之间差的绝对值(即估计值与标准值之间的距离)为指标。实验程序同实验1。

3.2 结果分析

除两名被试(文理科不完整树图组各一名)的答卷没有完成之外,共收回有效答卷166份,其中文科完整树图组28份、不完整树图组29份和简约树图组28份;相应地理科分别有26份、26份和29份;控制组仍然采用实验1中的标准概率题组(文科29份,理科24份)。将所有数据输入计算机,运用SPSS11.5统计软件包进行处理。以被试的后验估计值与使用贝叶斯定理计算出的标准值之间差的绝对值作为判断被试估计准确性的指标。四种表征方式下文理科被试后验概率估计准确性见表4。

表4 四种表征方式下文理科被试后验概率估计的准确性

被试类型	标准概率题			完整树图			不完整树图			简约树图		
	M	SD	n	M	SD	n	M	SD	n	M	SD	n
文科	47.33	29.34	29	19.16	25.21	28	27.15	32.30	29	37.83	31.47	28
理科	38.10	33.98	24	17.68	26.10	26	23.77	30.24	26	29.46	36.48	29

对文理科学学生四种表征方式下的后验概率和标准值之间差的绝对值进行了2×4方差分析,结果见表5。

表5 影响贝叶斯推理成绩的多因素方差分析

变异来源	df	MS	F
被试类型(A)	1	1720.711	1.807
任务表征方式(B)	3	25870.636	6.166***
A×B	3	193.006	0.203
组内	211	952.145	

注: * $p < 0.05$, ** $p < 0.01$, *** $p < 0.001$

结果表明,文理科主效应在统计上是不显著的, $F(1,211) = 1.807, p > 0.05$,学生类型与表征方式的交互作用也不显著, $F(1,211) = 0.203, p > 0.05$,而表征方式主效应在统计上是显著的, $F(2,211) = 6.166, p < 0.001$ 。为进一步分析表征方式的主效应,对表征方式做多重比较,结果见表6。

结果发现,标准概率题组和完整树图组、不完整树图组之间推理成绩的差异都达到统计上差异显著性水平($p < 0.001, p < 0.01$);完整树图组和简约树图组之间的推理成绩在统计上也是显著差异的

($p < 0.05$),其它配对之间差异不显著($p > 0.05$)。

表 6 表征方式的多重比较

标准概率组(A)	完整树图组(B)	不完整树图组(C)	简约树图组(D)	LSD 多重比较					
				A-B	A-C	A-D	B-C	B-D	C-D
43.15 ± 31.55	18.44 ± 25.41	25.55 ± 31.09	33.57 ± 31.86	24.70***	17.59**	9.58	-7.10	-15.13*	-8.01

注: * $p < 0.05$, ** $p < 0.01$, *** $p < 0.001$

3.3 讨论

实验 2 的结果发现,标准概率题组和完整树图组以及标准概率题组和不完整树图组之间推理成绩的差异都达到统计上显著水平($p < 0.001$, $p < 0.01$),表明在标准概率问题呈现的基础上增加完整树图和不完整树图表征确实显著促进了被试的推理成绩。这一结果支持嵌套集合假设的观点,由于所提供的完整和不完整树图将任务中的嵌套集合关系明确地表征出来,改善了被试贝叶斯推理的成绩。

与实验 1 中使用逐步提问明确任务嵌套集合关系不同,完整树图和不完整树图的表征以更直观的形式将任务中内隐的集合结构以具体化的表象形式外显出来,因此更容易为被试所察觉。从外部表征和内部表征的关系来看,采用基于任务的逻辑分析或算法而得到的树图可能促进了对问题空间的表象化,即当问题的表述比较复杂或抽象时,被试常常借助于具体形象的方式来表征成分和成分之间的关系,它与表示心理空间的问题行为图紧密联系相互转化^[22]。

另外用完整树图和不完整树图呈现问题表征也可能减轻了被试的短时记忆负担,帮助他们利用已有的知识经验选择有关的信息,提取相关算子,形成合理的问题解决策略,从而改善了推理能力。因此,适宜表征是贝叶斯推理的关键。

完整树图组和不完整树图组之间概率估计准确性差异不显著($p > 0.05$),表明这两种树图呈现方式都已经使任务中的嵌套集合关系足够明确,因此即使不完整树图方式下,被试可能进行了更深入的认知加工,但是已经不足以影响到其推理成绩。

虽然从表 4 中可以看出,和标准概率题组相比较,简约树图组在一定程度上改善了被试的推理成绩,但二者之间的概率估计准确性并没有达到差异显著性($p > 0.05$),可能说明这种方式虽然使问题空间形象化,但是嵌套集合结构还不是足够清晰,没有达到很明显的促进效应;这也可能是使得完整树图表征组的推理成绩显著高于简约树图组的原因之一。这也说明了当所研究的贝叶斯推理问题有两个

假设(患乳癌和不患乳癌)时,完整树图和不完整树图要比简约树图好得多,但是在现实推理中假设可能多于两个,这时也许简约树图的优势会凸显出来。

另外,实验 2 的结果也发现文理科主效应是统计上不显著的, $F(1,211) = 1.807$, $p > 0.05$ 。从表 4 的数据似乎直觉地发现,随着表征形象化的增强,文理科差异有减少的趋势。但分别对每种方式下文理科的估计值和标准值之间差的绝对值进行了方差分析,结果说明文理科学生之间的差异虽然有一种减少的趋势,但没有统计意义。这似乎表明,文理科学生面对“乳癌问题”这样一个复杂的贝叶斯推理问题时,他们所具备的理解基本逻辑、集合运算和关系的能力基本上不存在明显的差异。

4 总的讨论

本研究的实验结果基本支持嵌套集合假设。具体而言,用逐步提问的方式呈现嵌套集合关系虽然在一定程度上改善了贝叶斯推理,但对推理成绩的影响没有达到显著水平;使用更加直观明确地给出任务内在嵌套集合关系的完整树图和不完整树图表征显著地促进了推理成绩,而作为完整树图表征的一部分、仅提供有效信息(如基础比率、击中率和误报率)之间关系的简约树图表征虽然使问题空间形象化,但也许嵌套集合结构还不够清晰,没有达到很明显的促进效应;叙述理由有效调动被试已有的相关知识或图式,从而显著促进了推理成绩。而且,嵌套集合关系改善贝叶斯推理成绩的效应,对于文科和理科两组被试来说都一样有效,文科和理科两组被试之间都没有显著差异。

格式塔心理学家强调问题情景结构的重要性,认为问题解决是形成问题情景新的结构即把握问题情景中诸事物关系的过程^[23]。因此,进行贝叶斯推理被试首先要利用较多的认知资源通过复杂的认知加工构建问题结构空间,而人的认知资源有限,之后再要做出正确的后验概率估计显然非常困难。实验中使用逐步提问和简约树图表征虽然在一定程度上改善了被试的贝叶斯推理成绩,但是使用更加明晰

地呈现问题情景中诸集合之间关系的完整树图和不完整树图表征则显著地促进了贝叶斯推理,这些说明了恰当的表征可以减轻被试的加工负荷,使他们将注意、记忆和思维等心理资源集中在推理上,从而得到更符合贝叶斯推理规则的估计值,这些结果基本验证了嵌套集合假设。

进一步将两个实验中嵌套集合关系的表征方式作比较,可以发现:实验 1 中的逐步提问促进效应不够显著,而实验 2 中的完整树图促进效应显著。这似乎说明当任务的主要集合嵌套关系简单明确到足以提取和利用时,它的促进效应就表现得十分明显。这可能是因为用逐步提问呈现任务中的集合关系,被试还需要另外做一些集合运算,如求交集、并集等才能形成较清晰的问题空间表象,但由于人的短时记忆容量有限,因此即使用最基本的运算来得到清晰的问题空间表象也非易事。而完整树图表征可能促进了任务“嵌套”集合关系的表象化,凸显了问题结构的主要方面,节省了被试的认知资源,从而提高了推理成绩。Sloman (2003) 和 Kimihiko 等 (2003) 利用欧拉圆表征做对比研究,结果与本研究的结论基本一致^[9,10]。Seldmeier (1999) 利用树图做迁移实验所得到的贝叶斯推理成绩也好于控制组^[24]。

弗拉维尔认为,元认知在口语交流、阅读理解、写作、记忆、问题解决、社会认知以及各种类型的自我控制和自我教育中起着重要的作用^[25]。本研究结果也进一步说明了元认知在贝叶斯推理中起到了监控和调节的作用,它们可以促使被试更好地理解 and 思考推理中的集合关系,从而提高推理成绩。

嵌套集合假设认为,对嵌套集合关系清楚的问题进行算术运算一般都比较容易。但在本实验中,还是有相当多被试的判断远远偏离贝叶斯推理规则,即使是促进效应最明显的完整树图组正确率也只有 18.5%,这说明贝叶斯推理任务还是很困难的。除了表征是很关键的因素外,是否能正确完成贝叶斯推理任务还取决于被试先前的知识结构及对记忆中相关事件信息的正确检索。例如, Lovett 和 Schunn (1999) 利用经验范式探讨了基础概率信息和特殊信息对被试解决问题策略的影响作用,表明人们在尝试任务后对基础概率信息的反映是敏感的^[26,27]。另外,问题的性质及被试的许多主观因素(如个人期望、偏好等)对推理也有一定影响,也许换一种与被试生活经验、学习经验相关联的问题可能使推理者更集中于问题结构的认知,同时也便于被试利用记忆中或知觉到的样本进行概率估计。可

见,贝叶斯推理困难的原因还有很多,有待进一步探索。

5 结论

本研究的结果发现:(1)逐步提问对改善贝叶斯推理的成绩没有显著作用;(2)完整和不完整的树图表征显著地促进了推理成绩,但简约的树图表征的促进作用不显著;(3)叙述理由引发的元认知调控显著地促进了推理成绩。(4)文科和理科两组被试的推理成绩在各种条件下都没有显著差异。以上结果为教学中借助表征方式来降低学生短时记忆负担,从而提高教学效率并改善学生的学习成绩提供了心理学依据。

在明确任务的嵌套集合关系时还是有相当多被试的贝叶斯判断偏离贝叶斯推理规则,这似乎表明贝叶斯推理困难的原因是多方面的,在今后的研究中将继续对之做深入探讨。

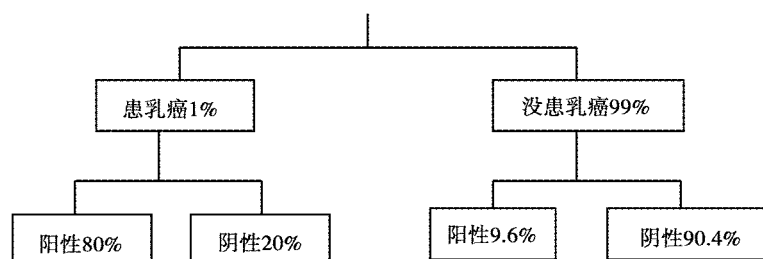
参 考 文 献

- 1 Fisk J E. Age and probabilistic reasoning: biases in conjunctive, disjunctive and Bayesian judgments in early and late adulthood. *Journal of Behavioral Decision Making*, 2005, 18(1): 55 ~ 82
- 2 Edwards W. Conservatism in human information processing. In: Kleinmuntz B. (Ed). *Formal representation of human judgment*. New York: Wiley, 1968. 17 ~ 52
- 3 Kahneman D, Tversky A. Subjective probability: A judgment of representativeness. *Cognitive Psychology*, 1972, 3: 430 ~ 454
- 4 Gould S J. *Bully for brontosaurus: Further reflections in natural history*. New York: Penguin books, 1992
- 5 Zhao Xiaodong, Fu Xiaolan. the Improvement of Bayesian Reasoning: Substituting Information with Frequency Format rather than Probability Format (in Chinese). *Psychological Science*, 2002, 25(1): 96 ~ 98
(赵晓东,傅小兰. 贝叶斯推理的改进方法——以频数格式代替概率格式进行信息表征. *心理科学*, 2002, 25(1): 96 ~ 98)
- 6 Gigerenzer G, Hoffrage U. How to improve Bayesian reasoning without instruction: Frequency formats. *Psychological Review*, 1995, 102(4): 684 ~ 704
- 7 Cosmides L, Tooby J. Are human's good intuitive statisticians after all? Rethinking some conclusion from the literature on judgment under uncertainty. *Cognition*, 1996, 58: 1 ~ 73
- 8 Melles B A, McGraw A P. How to improve Bayesian reasoning: Comment on Gigerenzer and Hoffrage. *Psychological Review*, 1999, 106: 417 ~ 424
- 9 Sloman S A, Over D, Slovak L, et al. Frequency illusions and other fallacies. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 2003, 91: 296 ~ 309
- 10 Yamagishi K. Facilitating normative judgments of conditional probability: frequency or nested sets? *Experimental Psychology*, 2003, 50

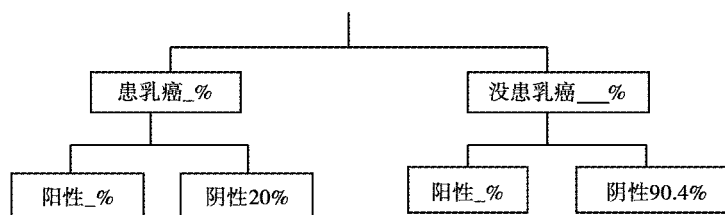
- (2):97~106
- 11 Johnson-Laird P N, Legrenzi P, Girotto V, et al. Naive probability: a mental model theory of extensional reasoning. *Psychological Review*, 1999, 106:62~88
 - 12 Gigerenzer G, Hoffrag U. Overcoming difficulties in Bayesian reasoning: A reply to Lewis and Keren (1999) and Mellers and McGraw(1999). *Psychological Review*, 1999, 106:425~430
 - 13 Cao Huan. The Source of Difficulties in THOG and the Facilitation Effect (in Chinese). Master's Paper. Chongqing: Southwest Normal University School of Psychology, 2004
(曹欢. THOG 问题困难原因初探及促进效应. 硕士论文. 重庆: 西南师范大学心理学院, 2004)
 - 14 Zhang Qinglin, Yang Xiong. Metacognition Analysis on Selection Task Solving Task Solving (in Chinese). *Acta Psychologica Sinica*, 1998, 30(3): 348~351
(张庆林, 杨雄. 大学生解决四卡问题的叙述理由效应. *心理学报*, 1998, 30(3):348~351)
 - 15 Fiedler K, Brinkmann B, Betsch T, et al. A sampling approach to biases in conditional probability judgments; beyond base rate neglect and statistical format. *Journal of Experimental Psychology: General*, 2000, 129(3): 399~418
 - 16 Eddy D M. Probabilistic reasoning in clinic medicine: Problems and opportunities. In: Kahneman D, Slovic P, Tversky A. ed. *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases*. Cambridge University Press, 1982: 249~267
 - 17 Larkin J H, Simon H A. Why a diagram is (sometime) worth ten thousand words. *Cognitive Science*, 1987, 11(1): 65~100
 - 18 Chen Huowang, Liu Chunlin, Tan Qingping, et al. *Programming Language: Compiler Construction Principles*. Third Edition. (in Chinese). Beijing: National Defence Industry Press, 2003. 2
(陈火旺, 刘春林, 谭庆平等. 程序设计语言编译原理. 第3版. 北京: 国防工业出版社, 2003. 2)
 - 19 Liu Danhong, Xu Yongyong. Scaling of inpatients' severity with decision tree method (in Chinese). *Application of Statistics and Management*, 2005, 24(1): 121~126
(刘丹红, 徐勇勇. 住院患者病情危重度的分类决策树研究. *数理统计与管理*, 2005, 24(1):121~126)
 - 20 Chen Yunkun. Probability tree method in probability theory's teaching (in Chinese). *Journal of Mountain Agriculture and Biology*, 1999, 1: 48~51
(陈云坤. 概率树法——概率论教学中的有效方法. *山地农业生物学报*, 1999, 18(1):48~51)
 - 21 Zhan Yuanrui, He Juan. *Decision Tree and Influence Diagram* (in Chinese). *Systems Engineering—Theory & Practice*, 1997, 4: 1~8
(詹原瑞, 何娟. 树与影响图. *系统工程理论与实践*, 1997, 4:1~8)
 - 22 Zhang Xiangyang. A Study on Cognitive Characters and Affecting Factors in Bayesian Inference (in Chinese). Doctoral Thesis. Guangzhou: Department of Psychology, South China Normal University, 2003
(张向阳. 贝叶斯推理的认知特征及其影响因素的实验研究. 博士论文. 广州: 华南师范大学教育科学学院, 2003)
 - 23 Wang Su, Wang Ansheng. *Cognitive Psychology* (in Chinese), Beijing: Peking University Press, 1992. 276~307
(王甦, 汪安圣. 认知心理学. 北京: 北京大学出版社, 1992. 276~307)
 - 24 Sedlmeier P, Gigerenzer G. Teaching Bayesian reasoning in less than two hours. *Journal of Experimental Psychology: General*, 2001, 130(3): 380~400
 - 25 Zhang Qinglin, Yang Dong. High efficiency instruction (in Chinese). Beijing: Peoples Educational Press, 2002. 204~244
(张庆林, 杨东. 高效率教学. 北京: 人民教育出版社, 2002. 204~244)
 - 26 Lovett M C, Schunn C D. Task representation, strategy variability, and base-rate neglect. *Journal of Experimental Psychology: General*, 1999, 128(2): 107~130
 - 27 Zhang Xiangyang, Liu Ming. Review on Bayesian reasoning research (in Chinese). *Advances in Psychological Science*, 2002, 10(4): 388~393
(张向阳, 刘鸣. 贝叶斯推理研究综述. *心理科学进展*, 2002, 10(4): 388~393)

附录 实验 2 的材料增加的树图

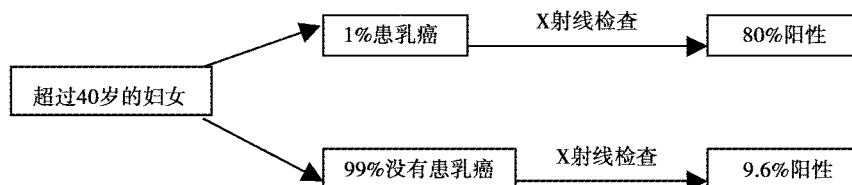
完整树图组增加:



不完整树图组增加:



简约树图组增加:



Facilitating Effect of Transparent Nested-Sets Relations on Bayesian Reasoning

Shi Zifu^{1,2}, Qiu Jiang¹, Zhang Qinglin¹

(1. Key laboratory of cognition and personality, Ministry of Education, Southwest University, Chongqing 400715, China)

(2. College of Mathematics and Computer Science, Hunan Normal University, Changsha 410081, China)

Abstract

The natural frequency hypothesis proposed by Gigerenzer & Hoffrage (1995) assumed that the cognitive fallacy in Bayesian inference would be diminished when the problem was presented in frequency format instead of in probability format. The nested-sets hypothesis proposed by Mellers et al. (1999), however, thought that the natural frequency format facilitated the problem-solving because this format made the visualization of the nested relation among sets. Sloman (2003) and Gigerenzer & Hoffrage (1999) explained the facilitating effect of frequency format on problem-solving from the point of view of the concept of set. On the basis of the findings above, this study aimed to evaluate the effects of different external representation on transparent nested-sets relation, and to discuss the facilitating effect of transparent nested-sets relations on Bayesian inference. In addition, this study investigated if transparent nested-sets relations could diminish the difference on reasoning results from participants who are majored in arts or science. The present study also discussed if narrating reason could enhance participants' meta-cognition monitoring and understanding of the nested relation in classic Bayesian inference, thereby improve their reasoning results.

Two experiments were collectively conducted with totally 336 arts and science students, among whom 82 students were majored in mathematics and 86 in Chinese in the first experiment, and 83 students majored in mathematics and 85 in Chinese in the second experiment. All participants were not familiar with Bayesian inference rule. A total of 329 questionnaires were collected. A analysis of variance of the absolute value of difference between posterior probability and normal value was performed.

The results indicated that: (1) there was no significant effect of one-by-one-question. (2) facilitating effect of completed tree diagram and uncompleted one on Bayesian reasoning was found by framing problem's nested-sets relations in terms, but the effect of simple tree diagram was not significant. (3) narrating reasons inspired meta-cognition so that participants could effectively sense internal nested-sets relations by mobilizing their knowledge and schema and improved their Bayesian reasoning performances. (4) there was no significant difference between arts and science students.

The results of this study supported the hypothesis that transparent nested-sets relations in task representation could improve Bayesian reasoning. It also suggests that the meta-cognition monitoring by narrating reason could mobilize foregone logic knowledge and scheme knowledge in mind and make thinking more transparent. These findings offered psychological evidence to reduce students' short-time memory burden so as to improve teaching efficiency and students' performance.

Key words Bayesian reasoning, nested-sets relation, metacognition, tree diagram representation.