

ϵ 的物理意义与静电场教学

郭长江

(上海师范大学 数理信息学院, 上海 200234)

摘要: 静电场是电磁学中非常重要的内容. 从实际教学中发现, 学生对电容率的物理意义的理解比较模糊, 影响了静电场尤其是电介质部分的学习质量. 这个问题可以通过紧扣 ϵ 的物理意义, 前后呼应, 统整教学设计来解决.

关键词: 电容率; 电磁学; 大学物理教学

中图分类号: O441 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-5137(2006)04-0102-04

1 问题的提出

真空中库仑定律

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}, k \approx 9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}.$$

上式也可以写成

$$F = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}, \epsilon_0 \approx 8.85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}.$$

式中, ϵ_0 称为真空电容率. 教材在引入 ϵ_0 时, 通常提到为了方便起见, 将 k 写成 ϵ_0 的形式^[1], 而不具体讨论, 学生会产生疑问.

在讲极化强度与场强的关系时, 教材给出^[2]: 实验表明多数电介质中每点的极化强度与该点场强有如下关系

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}.$$

为什么在表达电介质极化情况时会出现真空电容率 ϵ_0 呢? 教材一般不做解释, 学生会产生疑问.

教材在推导有介质存在的高斯定理时, 会提到^[3]: 有电介质存在时只要把自由电荷和极化电荷同时考虑在内, 真空中的高斯定理仍然成立(但不具体解释其中的道理).

接着, 教材得出

$$\vec{D} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E},$$

并说明比例系数与该点的介质性质 χ 有关, 叫做介质的介电常量(绝对电容率), 记作 ϵ , 即

$$\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi).$$

然后, 教材引出相对介电常量(相对电容率) ϵ_r , 其含义是某种电介质的绝对电容率与真空电容率之比, 即

收稿日期: 2006-03-07

基金项目: 上海师范大学博士启动基金(PL503).

作者简介: 郭长江(1974-), 男, 上海师范大学数理信息学院物理系讲师.

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = 1 + \chi.$$

上式中, χ 是一个与电介质极化程度有关的物理量, 而 ϵ_r 是相对电容率, 为何衡量极化程度的物理量会与相对电容率相关? 两者的关联有何物理含义? 教材一般也不做具体的解释, 学生会感到困惑.

以上处理可能是教材编制时, 为了使知识结构更精练而采取的一种策略. 然而, 学生的困惑不容忽视. 另外, 由于 3 个电容率 ϵ_0 , ϵ_r 和 ϵ 不集中出现, 而是分散出现在教材的不同地方, 又分别与不同的物理过程相联系, 如果在教学中处理不当, 会造成学生对电容率物理意义理解的模糊, 从而影响到静电场尤其是电介质部分的教学质量.

2 问题的初步解决

总体上讲, 解决以上问题的思路是紧扣 ϵ 的物理意义, 前后呼应, 统整教学设计. 首先要解决 k 与 ϵ_0 的关系问题.

在讲真空中库仑定律引出 ϵ_0 的时候, 由于学生知识储备不够, 教师无法讲清 ϵ_0 的物理意义. 另外, 此处不对 ϵ_0 作展开阐述也不会影响库仑定律及以后高斯定律等内容的学习. 所以, 在教学中对 ϵ_0 采用“一笔带过”式的教学方法是合适的. 不过, 应当提醒学生在今后的学习中慢慢体会这样处理的好处, 并在后继教学中对此处引出 ϵ_0 进行回应.

第一次回应放在学完高斯定理的公式之后. 此时, 学生已经具备了一定的知识基础, 可以通过两个实例让学生切实体会引入 ϵ_0 后的好处.

第一, 学生学习了真空的高斯定理之后, 可以用库仑定律

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

重新推导一遍高斯定理, 得到

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 4\pi kq.$$

通过比较可以让学生看出, 使用了 ϵ_0 的高斯定理不出现 4π 因子, 公式形式比较简洁.

第二, 用高斯定理得无限大均匀带电平面的电场强度 $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$, 此时, 再用上面得出的含 k 的高斯定理重新计算一遍, 得到 $E = 2\pi k\sigma$, 带电平面的电场怎么会有 2π 因子? 而 $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ 则比较简洁、清晰.

第二次回应放在学完电容器之后.

真空中平板电容器的电容 $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$, C 与极板的面积成正比, 与极板间的距离成反比, 比例系数就是真空电容率 ϵ_0 , 此时可以明确地点出其物理意义是, 当真空中平板电容器的间距是 1m, 两极板的面积是 1m^2 的时候, 电容器的电容等于 ϵ_0 , 真空电容率的名称由此而来, 它直接联系着真空中电容器的电容本领. 这样, 学生理解 ϵ_0 的物理意义就比较直观.

如果无限大均匀带电平面激发的电场强度用 $E = 2\pi k\sigma$, 而不用 $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$, 那么得到 $C = \frac{S}{4\pi kd}$, C 与极板的面积成正比, 与极板间的距离成反比, 比例系数为 $\frac{1}{4\pi k}$, 它是一个与真空中电容器电容本领相关的常数, 因此, 引入真空电容率 $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k}$, 即用 $k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$ 改写库仑定律是合适的.

至此, 学生对 k 和 ϵ_0 的关系, 为何要引入 ϵ_0 , 以及 ϵ_0 的物理意义均有了比较清晰地认识, 为后继学

习奠定了比较扎实的基础.

3 问题的进一步解决

其次,要解决电介质的相对电容率与电介质极化之间的关系问题.可以从电介质如何影响空间电场这个问题切入,在进入电介质教学的第一课时,引入以下内容作为铺垫.

一面积为 S ,相距为 d 的平板电容器,极板间为真空,其电容为 C_0 ,对此电容器充电,使两极板间的电压为 U_0 ,两极板上的电荷 $Q = C_0 U_0$,撤去电源,维持 Q 不变,插入电介质,从实验测得两极板间电压

$$U = \frac{U_0}{A}, A \text{ 为与电介质性质有关的常数.}$$

由平板电容器电容公式得到

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{U_0/A} = A \frac{Q}{U_0} = AC_0 = A\epsilon_0 \frac{S}{d},$$

即电容增大 A 倍. A 可以理解为以真空电容率为单位时的电容率,即电介质的相对电容率,所以,通常情况下将此处的 A 写成 ϵ_r ,于是,以上公式可以改写为

$$U = \frac{U_0}{\epsilon_r}, C = \epsilon_r C_0$$

相对电容率 ϵ_r 与真空电容率 ϵ_0 的乘积叫做电容率 ϵ ,即 $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$.

由平板电容器电场强度公式得到

$$E = \frac{U}{d} = \frac{U_0/\epsilon_r}{d} = \frac{1}{\epsilon_r} \frac{U_0}{d} = \frac{E_0}{\epsilon_r},$$

式中, E_0 为未放入电介质时的电场强度. 上式表明,电介质内任意点的电场强度为原来真空时的 $\frac{1}{\epsilon_r}$ [4].

可见,插入电介质后,会影响空间的电场强度. 电介质对空间电场的影响可以用相对电容率 ϵ_r 来表示. 这种思想的建立对于后继教学非常重要. 因为后面要从物质的微观结构说明,电介质对电场的影响是因为产生了极化电荷,从而影响了空间电场. 一方面,可以用相对电容率 ϵ_r 来反映电介质对空间电场的影响,而不考虑微观上产生了多少极化电荷;另一方面,可以用产生了多少极化电荷来反映电介质对空间电场的影响,而不考虑电介质的相对电容率 ϵ_r . 这两者从两个不同的方面说明了电介质影响空间电场这同一性质,它们是等效的. 而且,通过以上分析可以看出,电介质的相对电容率与电介质的极化之间具有物理意义非常清晰的关联. 这样,很多问题就迎刃而解了.

比如,推导有介质存在的高斯定理,使用

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} (q_0 + q'),$$

就是单独考虑极化电荷的情况,虽然此处用真空电容率 ϵ_0 而不用相对电容率 ϵ_r ,但它同样能表达有介质存在时空间电场的情况.

为什么在表达电介质极化情况时会出现真空电容率 ϵ_0 ,为何衡量极化程度的物理量会与相对电容率相关,这两个问题也很好理解了,推导过程如下.

同样以上面提到的平板电容器为例. 在放入电介质之前,极板间的电场强度 $E_0 = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0}$,插入电介质后,极化电荷建立的电场强度 $E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0}$,电介质中总的电场强度

$$E = E_0 - E' = \frac{E_0}{\epsilon_r}.$$

所以

$$E' = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r} E_0,$$

$$\sigma' = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r} \sigma_0 = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right) \sigma_0.$$

而对于平板电容器中的均匀电介质,有

$$\sigma' = P.$$

所以,电介质中电极化强度与电场强度的关系为

$$P = \sigma' = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right) \sigma_0 = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right) \varepsilon_0 E_0 = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right) \varepsilon_0 \varepsilon_r E = (\varepsilon_r - 1) \varepsilon_0 E.$$

这里很自然地得出:电极化强度与真空电容率 ε_0 有联系.

然后,将上式与 $P = \alpha E = \varepsilon_0 \chi E$ 比较,可得

$$\alpha = (\varepsilon_r - 1) \varepsilon_0 = \varepsilon_0 \chi.$$

可见,衡量极化强度的物理量极化率 χ 与相对电容率 ε_r 相关,这是电介质的相对电容率与极化之间相关联思想的自然推论.

至此, ε_0 与真空库仑定律的比例系数 k , 以及 ε_r 与电介质的极化之间的关系,已经非常清晰. 电容率 ε 的物理意义因此也非常清晰了,整个静电场的教学结构,也因为紧扣 ε 的物理意义,前后呼应而显得更为有机和合理.

4 讨 论

学生学习的直接体验与教材编写的知识体系之间往往存在矛盾. 教材是前人不断积累起来的知识结晶,更讲究精练、紧凑,知识出现在教材中,被逻辑化、系统化和合理结构化的同时,也不可避免地与学生的直接体验产生了一定的距离. 在教学中,要一定程度还原与学生直接体验更为相近的知识演进的过程,解决学生思维上的疑问. 这就是探讨以上问题得到的启示.

参考文献:

- [1] 梁灿彬,等. 电磁学[M]. 北京:高等教育出版社,2004.
- [2] 梁灿彬,等. 电磁学[M]. 北京:高等教育出版社,2004.
- [3] 梁灿彬,等. 电磁学[M]. 北京:高等教育出版社,2004.
- [4] 马文蔚. 物理学(中册)[M]. 北京:高等教育出版社,1999.

The physics meaning of ε and electrostatic field instruction

Guo Chang-jiang

(Mathematics and Sciences College, Shanghai Normal University, Shanghai 200234, China)

Abstract: Electrostatic field is an important part of electromagnetism. It is found in classroom that the understanding of permittivity impair the quality of electrostatic field learning especially dielectric learning. The problem can be solved if we pay more attention to the concept of permittivity and redesign the instruction of electromagnetism.

Key words: permittivity; electromagnetism; the instruction of college physics

(责任编辑:吴 澄)