基于泛逻辑学的逻辑关系柔性化研究*

王万森[1,2+], 何华灿[1]

[1](西北工业大学 计算机学院,陕西 西安 710072)
[2](首都师范大学 信息工程学院,北京 100037)

Research on Flexibility of Logic Relation Based on Universal Logics

WANG Wan-Sen[1,2+], HE Hua-Can[1]

[1](College of Computer Science and Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)
[2](College of Information Engineering, Capital Normal University, Beijing 100037, China)
+ Corresponding author: Phn: +86-10-68903443, E-mail: wangws@mail.cnu.edu.cn, http://www.cnu.edu.cn
Received 2004-07-20; Accepted 2004-12-03

Wang WS, He HC. Research on flexibility of logic relation based on universal logics. *Journal of Software*, 2005,16(5):754 - 760. DOI: 10.1360/jos160754

Abstract: The need to solve complicated problems in the real world is the direct driving force for the quest of flexible logic system, which is the future of current development of logics. The theory of universal logic is a new flexible logic system, developed by He Hua-Can during his exploration of the flexibility of logic. This paper discusses the flexibility of probability logic based on the ideas and methods in the implementation of flexible logic. Theoretically, probability logic is a special example of the universal logics. So it is possible to build flexible probability logic in the framework of universal logics.
Key words: universal logics; probability logic; flexibility

摘 要: 建立柔性逻辑体系,既是现实世界复杂问题求解的需要,也是逻辑学发展的一种必然趋势.泛逻辑学是何华灿在探索复杂世界逻辑规律中建立起来的一个柔性逻辑体系.在分析其实现逻辑关系柔性化的思想和方法的基础上,探讨了概率逻辑关系柔性化的问题.理论上,概率逻辑是泛逻辑学的一个特例,因此应该能够在泛逻辑学框架内建立起柔性的概率逻辑体系.
关键词: 泛逻辑学;概率逻辑;柔性化
中图法分类号: TP18 **文献标识码**: A

目前,逻辑学正在孕育着第二次大的革命,其总纲领就是要适应现实世界不确定问题求解的需求,打破标准逻辑的“三律一性”,使数理逻辑由“排斥一切不确定性”的刚性逻辑学向“包容各种不确定性”的柔性逻辑学过渡,建立起一种新的柔性逻辑体系,最终实现论域(真值)、联结词(关系)、量词(程度)、推理模式和维数的柔

---

* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60273087 (国家自然科学基金); the Natural Science Foundation of Beijing of China under Grant No.4032009 (北京市自然科学基金)

作者简介: 王万森(1953－),男,河南沁阳人,在读博士生,教授,主要研究领域为人工智能,不确定推理,泛逻辑学,概率逻辑,数据挖掘;何华灿(1938－),男,教授,博士生导师,主要研究领域为人工智能,泛逻辑学,概率逻辑,不确定推理.

性化[1].

为了建立这种柔性化的逻辑体系,何华灿从模糊逻辑入手,在大量研究的基础上,创立了泛逻辑学,实现了模糊逻辑关系的柔性化[2].按照泛逻辑学的观点,模糊逻辑和概率逻辑都是它的具体特例,它们在逻辑关系柔性化方面的思想是一致的.因此,基于泛逻辑学实现模糊逻辑关系柔性化的思想和方法,研究概率逻辑关系的柔性化问题,是在泛逻辑学框架内实现概率逻辑关系柔性化的一条有效途径.

1 泛逻辑学实现模糊逻辑关系柔性化的思想和方法

泛逻辑学针对模糊逻辑关系存在的缺陷,基于三角范数理论,利用相关性解决了模糊命题联结词为什么应该是一组连续可变的算子簇和如何使用该算子簇中的算子这样两个重大问题,真正实现了模糊逻辑关系的柔性化[3].

1.1 模糊逻辑关系存在的主要缺陷

在模糊逻辑中,其命题真值可以通过在[0,1]区间连续取值的隶属函数***m***来刻画,是柔性的.但其逻辑关系却只能通过固定的模糊运算联结词**Ø**,**Ù**,**Ú**,**®**,**«**来实现,是刚性的.由于刚性的模糊运算联结词仅能用来描述那种完全确定的逻辑关系,而无法描述现实世界中大量存在的不确定的逻辑关系,因此逻辑关系的刚性化问题是模糊逻辑存在的一个主要缺陷.这一缺陷说明,模糊逻辑关系不应该是一组固定不变的算子,而应该用一组不确定的算子簇来定义.

为了寻找这组不确定的算子簇,有关科学家进行了大量探索,早在泛逻辑学出现之前人们就已经提出了一些修补性方法.例如,模糊与/或算子对**Ä**/**Å**,模糊蕴含/等价算子对**Þ**/**Û**,广义模糊算子对**Ä***/**Å***,基于三角范数的模糊算子等.但是,这些方法都未能真正实现模糊逻辑关系的连续可变性,也都未能从逻辑学上找到存在这种连续可变运算模型的合理性和客观依据[2].

1.2 泛逻辑学实现模糊逻辑关系柔性化的思想

泛逻辑学认为模糊命题的相关性是引起模糊逻辑关系柔性的主要原因,它把相关性分为广义自相关性和广义相关性两种类型,并用这两种相关性来刻画各种逻辑关系的柔性.

1.2.1 用广义自相关性描述模糊非运算的柔性

广义自相关性是指一个命题与其非命题之间的关联性,它由模糊命题真值的测量误差所引起,并将影响到模糊非命题的真值.广义自相关性表现的是一种连续变化的特性,其大小是用一个在[0,1]区间连续变化的广义自相关系数 *k*(0**£***k***£**1)来表示的.*k* 代表的是模糊非运算 *N*(*x*,*k*)的风险程度,它的一些特殊值的含义如下:

当 *k*=1 时,表示逻辑上的最大否定,对应于最冒险估计;

当 *k*=0.5 时,表示逻辑上的适度否定,对应于精确估计;

当 *k*=0 时,表示逻辑上的最小可能否定,对应于保险估计.并且当 *k* 由 1**®**0 时,*N*(*x*,*k*)能够在这些状态之间平滑过渡,从而可以实现逻辑非运算的柔性化.

1.2.2 用广义相关性描述模糊与/或运算的柔性

广义相关性是指不同模糊命题之间的关联性,它将影响到二元复合命题的真值计算.泛逻辑学中的广义相关性又包含了模糊命题之间的相生和相克关系.其中,相生关系是各种包容关系和共生关系的抽象,可用一个在[**-**1,1]区间连续变化的相生系数 *g* 来描述,当 *g*=1 时,表示为最大相吸状态;*g*=0 时,表示为独立状态;*g*=**-**1 时,表示为最大相斥状态.相克关系是各种抑制关系(如敌对关系和生存竞争关系)的抽象,可用一个在[**-**1,1]区间连续变化的相克系数 *f* 来描述,当 *f*=1 时,表示为最大相克状态;*f*=0 时,表现为僵持状态;*f*=**-**1 时,表示为最小相克状态.

实际上,最小相克与最大相斥是同一种状态,即相生性与相克性的分界线.它说明,相生性与相克性既相互独立,又可连续过渡.泛逻辑学对广义相关性的这种连续变化特性是用一个统一描述相关性大小的广义相关系数 *h*(0**£***h***£**1)来表示的.对 *h* 的一些特殊值,受其控制的与运算 *T*(*x*,*y*,*h*)和或运算 *S*(*x*,*y*,*h*)的情况如下:

h=1,表示最大相吸状态,*T*(*x*,*y*,1)=min(*x*,*y*),*S*(*x*,*y*,1)=max(*x*,*y*),这是著名的 Zadeh 算子.

h=0.75,表示独立相关状态,$T(x,y,0.75)=xy$,$S(x,y,0.75)=x+y-xy$,这是著名的概率算子.

h=0.5,表示最大相斥或最小相克状态,$T(x,y,0.5)=\max(0,x+y-1)$,$S(x,y,0.5)=\min(1,x+y)$,这是著名的有界算子.

h=0,表示最大相克状态,$T(x,y,0)=ite\{\min(x,y)|\max(x,y)=1;0\}$,$S(x,y,0)=ite\{\max(x,y)|\min(x,y)=0;1\}$,这是著名的突变算子.其中 $ite\{\beta\,|\,\alpha\,;\gamma\}$是条件表达式.如果 α 则 β,否则 γ.

可见,当 h 在[0,1]区间由 $1\rightarrow 0$ 时,$T(x,y,h)$和 $S(x,y,h)$能够在这些状态之间平滑过渡,这就为实现与/或关系的柔性化提供了可能.

1.3 泛逻辑学实现模糊逻辑关系柔性化的方法

泛逻辑学实现模糊逻辑关系柔性化的基本方法是,首先根据不确定性问题的模糊测度是否存在误差,将其划分为零级不确定性问题或一级不确定性问题,然后对零级或一级不确定性问题,分别用零级范数完整簇或一级范数完整超簇来处理.

1.3.1 零级/一级不确定性问题

零级不确定性问题是指模糊测度无误差,能够精确得到模糊命题真值的问题.此时,k=0.5,模糊非运算是单一的,即 $N(x,0.5)=N(x)=1-x$.但由于广义相关性的存在,模糊与/或/蕴含/等价等运算并不单一,而是一组受 h 控制的变化的公式簇,即零级 $T/S/I/Q$ 范数完整簇.

一级不确定性问题是指模糊测度有误差,不能精确得到模糊命题真值的问题.此时,$k\neq 0.5$,模糊非运算不再单一,而是一组受 k 控制的变化的公式簇,即 N 性生成元完整簇.同样,由于广义相关性的存在,其模糊与/或/蕴含/等价等算子也不单一,而是一组受 k 和 h 控制的变化的公式簇,即一级 $T/S/I/Q$ 范数完整超簇.

1.3.2 N 范数与 N 范数完整簇

N 范数是三角范数理论中研究的一个涉及模糊非运算的算子,也是泛逻辑学研究模糊非运算的数学基础.利用 N 范数,可以从理论上解释和定义广义自相关性对模糊非运算模型的影响.

在零级不确定性问题中,k=0.5,模糊非运算为 N 范数的一个特例.但在一级不确定性问题中,$k\neq 0.5$,模糊非运算 $N(x)\neq 1-x$.这时,需要用一个受 k 控制的广义自相关性修正函数来对误差进行修正,这个修正函数被称为一级泛逻辑运算的 N 性生成元完整簇,由它又可生成 N 范数完整簇.常用的 N 性生成元完整簇模型有多项式模型和指数模型两种,与其对应的 N 范数完整簇也有多项式模型 N_1 和指数模型 N_2 两种.它们分别是:

$$N_1(x,k)=(1-x)/(1+\lambda x),\text{其中 }\lambda=(1-2k)/k^2\text{或}k=((1+\lambda)^{1/2}-1)/\lambda,$$

$$N_2(x,k)=(1-x^n)^{1/n},\text{其中}n=-1/\log_2 k\text{或}k=2^{-1/n}.$$

由于广义自相关系数 k 是连续变化的,因此会有无限多个连续的 N 算子.其中,k=0.5 仅是 N 算子的一个特例,其值 $N(x,k)=N(x,0.5)=N(x)$,此时 N 算子退化为 Zadeh 算子.

1.3.3 T/S 范数完整簇与 T/S 范数完整超簇

T 范数和 S 范数是三角范数理论研究中涉及到模糊与/或运算的两个算子,也是泛逻辑学研究模糊与/或运算的数学基础.利用 T/S 范数,可以从理论上解释和定义广义相关性对模糊与/或运算模型的影响.

(1) 零级 T/S 范数完整簇

对零级不确定性问题,模糊与/或运算仅受广义相关性的影响,因此可分别用两个仅受 h 控制的函数 $F_0(x,h)$ 和 $G_0(x,h)$来表示这种影响.这两个函数分别被称为零级 S 性生成元完整簇和零级 T 性生成元完整簇,由它们所分别生成的零级 T 范数完整簇 $T(x,y,h)$和 S 范数完整簇 $S(x,y,h)$如下:

$$T(x,y,h)=(\max(0^m,x^m+y^m-1))^{1/m},m\in R,h\in(0,1),$$

$$S(x,y,h)=1-(\max(0^m,(1-x)^m+(1-y)^m-1))^{1/m},m\in R,h\in(0,1),$$

其中,$m=(3-4h)/(4h(1-h))$;$h=(1+m)-((1+m)^2-3m)^{1/2})/(2m)$.

由于广义相关系数 h 是连续变化的,因此会有无限多个连续的 $T(x,y,h)$算子和 $S(x,y,h)$算子.其中,h=1 是 T 算子的一个特例,其值 $T(x,y,h)=T(x,y,1)=T(x,y)$,退化为 Zadeh 算子.同样,h=1 也是 S 算子的一个特例,其值 $S(x,y,h)=S(x,y,1)=S(x,y)$,也退化为 Zadeh 算子.

(2) 一级 T/S 范数完整超簇

对一级不确定性问题,h 和 k 都会对模糊与/或运算产生影响,因此需要分别用两个均受到 h 和 k 控制的函数 $F(x,h,k)$ 和 $G(x,h,k)$ 来表示这种影响.这两个函数分别被称为一级泛逻辑运算的 T 性生成元完整超簇和 S 性生成元完整超簇.由它们又可分别生成一级 T 范数完整超簇 $T(x,y,h,k)$ 和一级 S 范数完整超簇 $S(x,y,h,k)$.以纯指数型为例,一级 T/S 范数完整超簇分别为

$$T(x,y,h,k)=(\max(0^{nm},x^{nm}+y^{nm}-1))^{1/nm},$$

$$S(x,y,h,k)=1-(1-(1-\max(0^{m},(1-x^{n})^{m}+(1-y^{n})^{m}-1))^{1/m})^{1/n}, m\in R, h\in(0,1),$$

其中,$n=-1/\log_2 k, k\in(0,1); k=2^{-1/n}, n\in R_+, m=(3-4h)/(4h(1-h)); h=((1+m)-((1+m)^2-3m)^{1/2})/(2m), h\in(0,1), m\in R$.

同样,由于广义自相关系数 k 和广义相关数 h 是连续变化的,因此也会有无限多个连续的 $T(x,y,h,k)$ 算子和 $S(x,y,h,k)$ 算子.其中,$k=0.5$ 是一个特例,此时,$T(x,y,h,k)$ 和 $S(x,y,h,k)$ 均退化为零级模型.

1.3.4 T/S 相容算子簇

上述 T/S 算子簇都是与/或运算的近似公式,当 $k=0.5, h\in[0.5,1]$ 时,经典模糊测度满足可加性,其 T/S 算子满足相容律,可使用精确的 Frank 算子簇.Frank 算子簇是目前唯一被发现的一对相容算子簇,其定义为

$$T(x,y,h)=\log_a(1+(a^x-1)(a^y-1)/(a-1)),$$

$$S(x,y,h)=1-\log_a(1+(a^{1-x}-1)(a^{1-y}-1)/(a-1)).$$

对应的 T/S 性生成元分别为

$$f(x)=1-\log_a((a-1)/(a^x-1)),\quad a\in R_+,$$

$$g(x)=\log_a((a-1)/(a^{1-x}-1)),\quad a\in R_+.$$

从 Frank 算子簇的定义可以看出:

当 $a\to0$ 时,$T(x,y,h)\to T3, S(x,y,h)\to S3$,对应于 $h\to1$,

当 $a\to1$ 时,$T(x,y,h)\to T2, S(x,y,h)\to S2$,对应于 $h\to0.75$,

当 $a\to\infty$ 时,$T(x,y,h)\to T1, S(x,y,h)\to S1$,对应于 $h\to0.5$.

Frank 算子簇是零级算子簇,它只有相容部分,没有相克部分,仅适应于 $h\in(0.5,1)$ 的情况,即概率逻辑的讨论范围.

1.3.5 I/Q 范数完整簇与 I/Q 范数完整超簇

对于泛蕴含算子 I 和泛等价算子 Q,也可根据零级/一级不确定性问题的划分,将其分为零级 I/Q 范数完整簇和一级 I/Q 范数完整超簇,并且它们都可以由前面讨论过的不同级别的 $N/T/S$ 算子直接推出.至于其推导过程和由该过程所导出的零级 I/Q 范数完整簇 $I(x,y,h)/Q(x,y,h)$ 和一级 I/Q 范数完整超簇 $I(x,y,h,k)/Q(x,y,h,k)$ 可参考文献[2].

通过以上讨论可以看出,无论是 $N/T/S/I/Q$ 范数完整簇,还是 $T/S/I/Q$ 范数完整超簇,都是受 k 或 h 控制的连续函数.因此,由它们所描述的模糊逻辑关系也都应该是连续变化的,即真正实现了模糊逻辑关系的柔性化.

2 基于泛逻辑学的概率逻辑关系柔性化问题

概率是解决因随机引起的不确定性问题的一种有效方法,在现有的不确定推理方法中有不少是基于概率论的,例如确定性理论、主观 Bayes 方法、证据理论等.但是,这些不确定性推理方法也仅仅是基于概率,而不能真正实现逻辑框架内的概率逻辑不确定推理.产生这种现象的主要原因是概率逻辑自身存在着缺陷,尤其是存在着逻辑关系的刚性化问题.

2.1 概率逻辑研究概述

概率逻辑是由 Keynes 于 1921 年首先提出的,虽然目前已有多种不同的逻辑模型,但它们都还很不完善,各种模型都存在着自身的缺陷.

2.1.1 概率逻辑的概念

在基于 σ 代数的标准概率论中,概率是定义在标准概率空间(Ω,B,P)上的.它满足非负性、规范性、可列可加性、有限可加性、次可加性、可减性、单调性、$P(\Phi)=0$ 及 $P(\neg a)=1-P(a)$ 等,常用的概率运算主要包括:补、

加、乘、条件概率等.

按照 Carnap 的观点,概率应分为两大类,一类是逻辑概率,是指概率的逻辑解释;另一类是统计概率,是指概率的频率解释.概率逻辑就是指概率的逻辑解释,它是在概率空间上定义的一个逻辑体系.

2.1.2 传统概率逻辑的主要模型

传统概率逻辑模型主要包括基于标准概率空间的标准概率逻辑模型,基于概率最大熵原则的可能世界模型,以及扩充概率空间的条件事件代数模型.

(1) 标准概率逻辑模型

该模型是指在标准概率空间上建立的一种标准概率逻辑体系.卡尔纳普(Carnap)概率逻辑和波普尔(Popper)概率逻辑是这种模型的两个典型代表[4].

Popper 概率逻辑包括 Popper 先验概率和 Popper 条件概率.其中,Popper 先验概率是由 Popper 基于概率逻辑的自主性描述于 1938 年提出的先验概率函数来定义的,该函数的基本性质包括:非负性、正规性、可加性、交换律、结合律、幂等律.Popper 先验概率函数的这些基本性质通常被看做是先验概率函数的标准公理系统.Popper 条件概率是由 Popper 本人基于概率逻辑的自主性描述,分别于 1955 年和 1959 年提出的条件概率函数来定义的,该条件概率函数的基本性质包括:非负性、正规性、可加性、乘法律、左交换律、右交换律.

Carnap 概率逻辑也包括 Carnap 先验概率和 Carnap 条件概率,其先验概率和条件概率分别是由 Carnap(1950)函数和 Carnap(1952)函数所描述的.其中,Carnap(1950)函数实际上是在前述 Popper 先验概率函数标准公理系统的基础上,增加了以下限制条件:

“如果 $P(a)=0$,那么 a 是逻辑假”

后所得到的.

(2) 可能世界概率逻辑模型

该模型是 Nilsson 于 1986 年基于概率分布的最大熵原则提出的一种表示不确定推理的概率逻辑模型[5],该模型的概率逻辑空间可用一个四元组$(\boldsymbol{G},\boldsymbol{W},\boldsymbol{P},P)$来表示.其中:$\boldsymbol{G}$是经典逻辑中的命题集,$\boldsymbol{W}$是$\boldsymbol{G}$的相容真值指派域,$\boldsymbol{P}$是$\boldsymbol{G}$上的概率逻辑真值分布,$P$ 是$\boldsymbol{W}$上的一个概率分布.它们之间的关系可用矩阵表示为$\boldsymbol{P}=VP$.该矩阵表示形式实际上是一个非线性方程组.

(3) 条件事件代数模型

条件事件代数是在确保规则概率与条件概率相容的前提下,把布尔代数上的逻辑运算推广到条件事件(规则)集合中得到的一个代数系统.在二值逻辑中,逻辑蕴含算子“®”是一个重要的推理公式,但在概率逻辑中,却不能用 $P(b®a)$对 $P(a|b)$进行度量.Lewis 定理表明,在概率空间中无法给出一种与 $P(a|b)$相一致的 $P(b®a)$的定义.其主要原因是,在基于 $\boldsymbol{s}$ 代数的标准概率论中,概率空间是由一些非条件事件及其相应的概率分配所决定的,而条件事件在概率空间$(\boldsymbol{W},B,P)$中没有被定义.因此,基于标准概率空间的概率逻辑也就无法进行条件推理了[6,7].

要解决条件概率推理问题,就必须对仅包含基本事件的标准概率空间$(\boldsymbol{W},B,P)$进行扩充,使其能够包含条件事件.关于条件事件代数的定义,现有多种描述方式,GNW 条件事件代数是其中较有代表性的一种[6,7].该代数系统是从标准概率空间出发,去寻找一个新的可测空间$(\boldsymbol{W}_0,B_0,P_0)$,使该可测空间不仅包含概率论中的基本事件,而且还包含诸如“if E then H”等规则形式的“条件事件”,这样就可以进行条件推理了.

2.1.3 传统概率逻辑模型的简单分析

从上述传统概率模型的介绍可以看出,标准概率逻辑模型并没有突破标准概率空间的限制,是一种在逻辑框架内解决概率逻辑不确定性推理的方法.但由于标准概率空间中仅包含了基本事件,没有包含条件事件,因此它无法实现逻辑框架内的条件推理.另外,该模型中定义的逻辑关系都是刚性化的,这种刚性化的逻辑关系无法满足现实问题对逻辑关系柔性化的需求.

可能世界概率逻辑模型是通过扩充概率空间来实现的.尽管它可以用类似于经典逻辑中的假言推理来解决概率推理中的概率蕴含问题,但仍存在以下两个严重问题:第 1,这种模型仅适应于命题集较小的情况,当命题集较大时,非线性方程组的次数会随命题集中命题个数的增加而升高;第 2,利用解方程组的方法超出了逻辑学

的范畴,未能在逻辑框架内解决问题.

GNW 条件事件代数模型虽然通过扩充概率逻辑空间能够解决条件推理问题,但也存在两个严重缺陷:第 1,该模型不是完全布尔型的,概率论中的一些典型定理在该模型中已不再适用;第 2,对概率测度 P 扩张以后得到的 P_0,也已不是一个概率测度.例如,

$$P_0((a|b)\vee(c|d))\neq P(a|b)+P(c|d)-P((a|b)\wedge(c|d)).$$

此外,当 $bd=\varnothing$ 时,有

$$P_0((a|b)\wedge(c|d))=0, P_0((a|b)\vee(c|d))=1.$$

这些都是人们所不希望的.因此,条件事件代数也不是在逻辑框架内解决概率逻辑推理问题的最佳方法.

通过对这些传统概率模型的分析可以看出,要解决概率逻辑关系的柔性化问题,实现逻辑框架内的概率逻辑不确定推理,必须寻求新的逻辑学模型.泛逻辑学的出现为解决这一问题提供了可能.

2.2 概率逻辑关系柔性化的思想

从泛逻辑学的角度来看,广义相关系数 h=0.75 是一种独立相关状态,对应着概率算子:

$$T(x,y,0.75)=xy,\ S(x,y,0.75)=x+y-xy.$$

它说明,现有概率逻辑仅是泛逻辑学在 k=0,$h\in$[0.5,1]时的一种特例.基于泛逻辑学的这一思想,从逻辑关系柔性化的角度分析概率逻辑算子$\neg$,$\vee$,$\wedge$及|,可得到以下两个重要启示:

(1) 概率逻辑作为泛逻辑学在 k=0.5,$h\in$[0.5,1]时的一个特例,其算子将受到广义相关系数 h 的影响.即当 h 在区间[0.5,1]中发生变化时,概率逻辑算子应该随着 h 的改变而作柔性变化.但是,现有概率逻辑算子$\neg$,$\vee$,$\wedge$都没有考虑广义相关性的影响,也都没有建立这些逻辑算子和 h 之间的联系.实际上,应该能够在泛逻辑学框架内建立起这种受 h 控制的柔性的$\neg$,$\vee$,$\wedge$算子函数.

(2) 条件概率 $P(a|b)$虽然考虑到了独立性,也定义了独立相关时的条件概率公式,但对非独立相关时的条件概率却没有建立起它与 h 之间的联系.事实上,独立性与条件概率存在以下关系:

当 a 与 b 相互独立(即 h=0.75)时,$P(a|b)=P(a\wedge b)/P(b)=(P(a)\times P(b))/P(b)=P(a)$;

当 a 与 b 互不独立(即 $0.5\le h<0.75$ 或 $0.75<h\le 1$)时,$P(a|b)=P(a\wedge b)/P(b)$.

它说明,广义相关性与条件概率之间是存在一定联系的,我们应该能够在泛逻辑学框架内用一个受 h 控制的条件概率函数来描述它们之间的这种联系.

2.3 概率逻辑关系柔性化的方法

由于泛逻辑学在k=0.5,$h\in$[0.5,1]时所研究的问题对应于概率逻辑问题,这就为我们在泛逻辑学框架内解决概率逻辑关系柔性化问题提供了理论依据.

在泛逻辑学中,k=0.5 属零级不确定性问题,因此可用其零级 $N/T/S$ 泛数完整簇来构造柔性的概率逻辑算子函数,包括$\neg$,$\vee$,$\wedge$,|等.以条件概率算子"|"为例,可将描述与运算的 T 范数完整簇:

$$T(x,y,h)=(\max(0^m,x^m+y^m-1))^{\frac{1}{m}},$$

代入条件概率公式 $P(b|a)=P(a\wedge b)/p(a)$中,即用 $T(x,y,h)$替换 $P(a\wedge b)$,再经转换、化简即可.

又由于当 $h\in$[0.5,1]时,概率逻辑的与/或运算满足相容律,即

$$P(a\vee b)+P(a\wedge b)=(P(a)+P(b)-P(a\wedge b))+P(a\wedge b)=P(a)+P(b).$$

因此,可使用精确的 Frank 相容算子簇来构造概率逻辑的$\neg$,$\vee$,$\wedge$,|等算子函数.

按照这种方法,就可以在泛逻辑学框架内建立起一个柔性化的新的概率逻辑体系.这种新的概率逻辑体系能够改进经典概率逻辑的推理性能.仍以条件概率为例,由于经典概率论中的条件概率是基于独立性定义的,并没有考虑广义相关性的影响,因此盲目使用条件概率就有可能会出现偏差.而对受 h 控制的新的条件概率函数,则可避免这种偏差,保证条件概率使用的正确性.

3 结 论

泛逻辑学对模糊逻辑关系柔性化的研究,为在逻辑框架内解决逻辑关系的柔性化问题指明了方向,是逻辑学发展史上的又一次飞跃.基于泛逻辑学的思想和方法,在逻辑学框架内建立起柔性化的新的概率逻辑体系,不仅对概率逻辑,而且对基于概率的各种不确定性推理方法都将具有重要的学术意义和实用价值.

References:

[1] He HC. Discussion on the second revolution of logics. In: Progress of Artificial Intelligence in China 2003. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications Publishing House, 2003. 32-41 (in Chinese with English abstract).

[2] He HC, Wang H, Liu YH, Wang YJ, Du YW. Universal Logics Principle. Beijing: Science Press, 2001 (in Chinese).

[3] Wang WS, He HC. The study of flexible logic based on universall logic. Mini-Micro Systems, 2004,25(12):2116-2119 (in Chinese with English abstract).

[4] Roeper P, Leblanc H. Probability Theory and Probability Logic. Toronto: University of Toronto Press, 1999.

[5] Nilsson NJ. Probalistic logic. Artificial Intelligence, 1986,28:71-81.

[6] Lewis D. Probabilities of conditionals and conditional probabilities. Philosophy Review, 1976,85(3):297-315.

[7] Goodman IR, Ncuyen HT, Walker EA. Conditional Inference and Logic for Intelligent Systems: A Theory of Measure_Free Conditioning. Amsterdam North_Holland, 1991.

[8] Goodman IR, Gupta NM, Ncuyen HT, Rogers GS. Conditional Logic in Expert Systems. Amsterdam North_Holland, 1991.

[9] Deng Y, Liu Q, Shi WK. A review on theory of conditional event algebra. Chinese Journal of Computers, 2003,26(6):650-661 (in Chinese with English abstract).

附中文参考文献:

[1] 何华灿.论第二次逻辑学革命.见:中国人工智能进展(2003).北京:北京邮电大学出版社,2003.32-41.

[2] 何华灿,王华,刘永怀,杜永文.泛逻辑学原理.北京:科学出版社,2001.

[3] 王万森,何华灿.基于泛逻辑学的柔性命题逻辑研究.小型微型计算机系统,2004,25(12):2116-2119.

[9] 邓勇,刘琪,施文康.条件事件代数综述.计算机学报,2003,26(6):650-661.