

在核乳胶中畸变和噪音 对多次库仑散射测量的影响及其消除*

任 敬 儒

提 要

本文讨论了乳胶的畸变对多次库仑散射测量的影响，并给出了在不同情况下选择测量单元长度的标准。对减小噪音影响的小单元测量法应用在高能范围 ($P\beta C \sim$ 几千兆电子伏)作了尝试，得到了相当满意的结果，为对高能粒子能量的精确测量，提供了有效方法。此外，还进一步综合了小单元法与高次差法，给出了小单元高次差法，也得到与实际符合的结果。此法能有效地消除畸变，可用于对倾斜径迹测量。提供了扩大倾斜径迹测量范围的可能性。

通过测量带电粒子径迹的多次库仑散射来确定该粒子的动量，是高能核乳胶主要测量方法之一。当电荷为 ze 的粒子与乳胶中原子核发生库仑作用时，此粒子要改变自己的运动方向，多次库仑散射作用的结果，径迹就变成折线。如果带电粒子在乳胶中经过距离为 t 的散射角为 ϕ_k ，则 ϕ_k 的平均值 $\bar{\phi}_k$ 与粒子的电荷数 z 以及动量 P 之间有以下关系^[1]：

$$\bar{\phi}_k = \frac{zKt^{1/2}}{P\beta C}, \quad (1)$$

式中 K 为散射常数，它主要决定于乳胶成分； $\beta (= v/c)$ 是粒子的速度； t 以 100 微米为单位； $P\beta C$ 以兆电子伏为单位， K 的单位为兆电子伏 \times 度 / $\sqrt{100}$ 微米。

测量多次散射的方法之一是测粒子径迹的 y 坐标^[2]。如图 1 所示，虚线表示粒子的径迹， y_i 表示第 i 点的 y 坐标值。全部第 i 点径迹的二次坐标差为： $D_{ik} = y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}$ ，则 D_k 的绝对平均值 $\bar{D}_k = \frac{\bar{\phi}_k}{57.3} t$ ，故从(1)式得

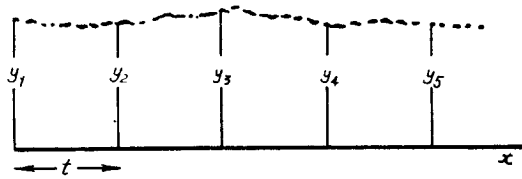


图 1 多次散射测量坐标法图

$$\bar{D}_k = \frac{100Kz\epsilon^{3/2}}{57.3P\beta C}. \quad (2)$$

此式是测量中具体运用的公式。由于测量仪器的精密度、乳胶畸变及噪音的影响，实际上直接测得的二次差平均值比真正的 \bar{D}_k 值要大。使用精密的显微镜如 МБИ-8М、KSM-1 等型号的显微镜进行测量，仪器的影响可以略去不计。此时，对结果影响的主要因素是乳胶的畸变和噪音。

* 1963年5月18日收到。

一、乳胶的畸变对径迹的影响

乳胶在显影定影时,各层之間可能发生微小的相对位移——畸变,结果使径迹变形.

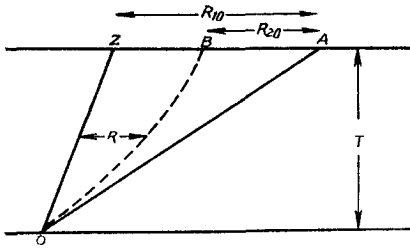


图2 畸变示意图

图2就是这种变形的示意图, OZ 为径迹显影前位置, OB 为观测时位置. 乳胶在不同深度各层的移动,通常用矢量 \mathbf{R} 来表示^[3]:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{10} \left(\frac{Z}{T} \right) + \mathbf{R}_{20} \left(\frac{Z}{T} \right)^2 + \dots, \quad (3)$$

式中 Z 表示乳胶深度坐标(从玻璃面算起); T 为乳胶的厚度; $\mathbf{R}_{10}, \mathbf{R}_{20}, \dots$ 分别表示乳胶的一次、二次……畸变矢量. 由公式(3)的计算表明,若有一条径迹与 \mathbf{R} 成 θ 角,则测得的二次差为真正的二次差与畸变影响 δ 之和^[4]:

$$\delta = \frac{2R_{20} \sin \theta (\Delta Z)^2}{T^2}, \quad (4)$$

式中 ΔZ 等于 $t \cdot \operatorname{tg} \alpha$; α 是被测径迹与乳胶平面間夹角. 通常 $R_{20} \sin \theta$ 处于几微米到几十微米范围内.

为了探讨畸变对测量结果的影响,我们根据公式(2)及公式(4)计算了在不同 t 值下 δ/\bar{D}_k 值与 α 角的关系. 对于 $P\beta C = 5\text{Bev}$, 取 $R_{20} \sin \theta = 5\mu$ 以及 t 分别为 $500\mu, 1000\mu, 2000\mu$ 的情况相应于不同 α 的 δ/\bar{D}_k 值列在表1中.

表1 畸变影响 δ 与库仑散射 \bar{D}_k 值的比较

t (100 μ)	\bar{D}_k (μ)	δ (μ)			δ/\bar{D}_k		
		$\alpha = 1^\circ$	$\alpha = 2.5^\circ$	$\alpha = 5^\circ$	$\alpha = 1^\circ$	$\alpha = 2.5^\circ$	$\alpha = 5^\circ$
5	0.109	0.0048	0.0299	0.120	0.044	0.274	1.10
10	0.310	0.0192	0.120	0.480	0.062	0.388	1.54
20	0.876	0.0765	0.476	1.90	0.087	0.543	2.17

从表1可以看到,畸变的相对影响(即 δ/\bar{D}_k 值)随倾角 α 和 t 值的增大而迅速增加. 在确定的 α 角下,所取的 t 值越大,则畸变的影响也越大. 因此,为了使畸变的影响不超过一个给定值(如测量误差),必须适当地选择测量单元长度 t .

已知对 Bev 量级的 $P\beta C$ 值测量误差是在10%左右,如果取 $\delta/\bar{D}_k \leq 0.1$,则从公式(2),(4)可得

$$\operatorname{tg} \alpha \leq \sqrt{\frac{0.1K}{2R_{20} \sin \theta} \times \frac{T^2}{P\beta C} t^{-1/4}}. \quad (5)$$

根据这个关系式可作出在不同 $P\beta C$ 值下,倾角 α 与单元长度 t 的关系曲线. 由于在我们的乳胶选中,绝大多数的 $R_{20} \sin \theta$ 值大于2微米,因此,我们取 $R_{20} \sin \theta = 2\mu$, 结果如图3中的实线所示. 图3中的虚线是当取 $R_{20} \sin \theta$ 为 5μ 时(此值近于 $R_{20} \sin \theta$ 的平均值),倾角 α 与单元长度 t 的关系.

图3的曲线给出了选择畸变的影响不超过10%的单元长度上限. 例如,对 $\alpha = 2^\circ$,

$PBC = 5 \text{ Bev}$ 单元长度 t 的上限为 200μ 。

从以上的分析看来，似乎 t 取得越小，畸变的影响也可以越小，但实际上单元长度不可能选得太短，因为随着单元长度 t 的缩短，库仑散射的二次差值 \bar{D}_k 也将减低，甚至可能被噪音所淹没。例如，我们取 $t = 1000 \mu$ ，对 PBC 为 $(6.8 \pm 0.6) \text{ Bev}$ 、倾角小于 0.6° 的径迹进行了测量（此时 $t_{\text{上界}} > 1000 \mu$ ），并用通常方法¹⁾求 PBC 值，其结果列在表 2 第 IV 栏中，很明显，这样的结果是不能令人满意的。而这时噪音 n 与库仑散射 \bar{D}_k 之比 $n/\bar{D}_k \sim 1.2$ 。因此，在这种情况下，如何减小噪音影响，就成为多次散射测量中最关键的问题。

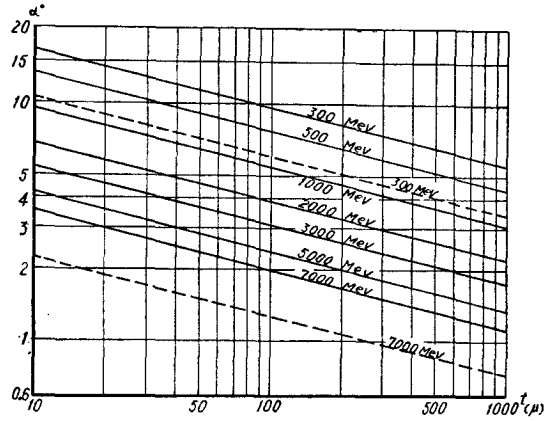


图 3 考虑畸变影响来选择最大单元长度的 PBC 、倾角 α 与 t 的关系曲线。

二、畸变与噪音影响的消除

一、小单元 S 测量法^[5] 小单元测量法是减小噪音影响的有效方法。如图 4 所示，

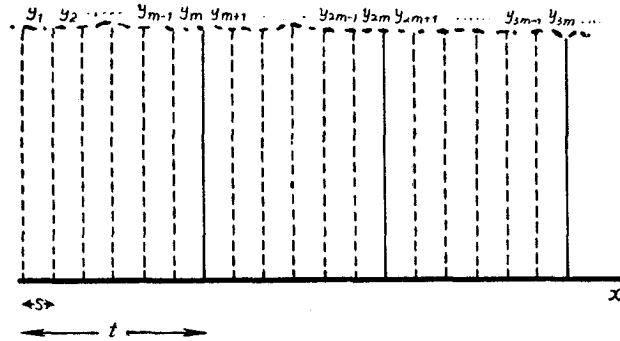


图 4 小单元 S 测量方法图

以单元长 t 等分径迹 AB 在 x 方向的投影，而每个单元 t 又等分成 m 小段，每段长为 S 。我们以单元长 S 来测量径迹各点的 y 坐标，并按下式求得各单元长 t 的二次差 $D_i(m)$

$$D_i(m) = \frac{y_{i+1} + y_{i+2} + \dots + y_{i+m}}{m} - 2 \frac{y_{i+m+1} + \dots + y_{i+2m}}{m} + \frac{y_{i+2m+1} + \dots + y_{i+3m}}{m}$$

之后，再求出 $D_i(m)$ 的绝对平均值 $\bar{D}(m)$ 。同时，也算出单元长为 S 的二次差的绝对平均值 \bar{d} [即 $\bar{D}(1)$]。计算表明，对于 t 为 $S, 2S, 3S$ 及 $4S$ 的情况，分别有以下关系²⁾：

- 1) 见后面公式 (6a): $\bar{d}^2 = \bar{d}_k^2 + n^2$ 。在实验中直接测出噪音的平均值 n ，并从 (6a) 式中直接扣除此值，即得到 \bar{d}_k 值。
- 2) 公式 (6a), (6b), (6d) 是工作 [6] 给出的，公式 (6c) 是我们自己导出的。

$$\bar{D}^2(1) = \bar{d}^2 = \bar{d}_k^2 + n^2, \quad (6a)$$

$$\bar{D}^2(2) = \frac{55}{8} \bar{d}_k^2 + \frac{n^2}{2}, \quad (6b)$$

$$\bar{D}^2(3) = \frac{204}{9} \bar{d}_k^2 + \frac{n^2}{3}, \quad (6c)$$

$$\bar{D}^2(4) = \frac{853}{16} \bar{d}_k^2 + \frac{n^2}{4}. \quad (6d)$$

式中 \bar{d}_k 与 n 分别是单元长为 S 时的库仑散射和噪音。

从这些公式看到, $\bar{D}(m)$ 的噪音比单元为 S 时二次差 \bar{d} 的噪音要小 \sqrt{m} 倍, 因此, 这些公式提供了减小噪音的可能性。假如, 在公式(6)中再消去 n^2 , 则可得

$$\bar{d}_k^2 = \frac{4}{51} (2\bar{D}^2(2) - \bar{d}^2), \quad (7a)$$

$$\bar{d}_k^2 = \frac{3}{67} (3\bar{D}^2(3) - \bar{d}^2), \quad (7b)$$

$$\bar{d}_k^2 = \frac{4}{849} (4\bar{D}^2(4) - \bar{d}^2). \quad (7c)$$

所以, 根据 \bar{d}^2 与 $\bar{D}^2(m)$ 的测量值, 即可从(7)式直接求得 \bar{d}_k 。由此可见, 上述方法就能自然把噪音消除掉(实际上, \bar{d}_k 仍受噪音影响, 这一点在下面选择单元长 S 时再讨论)。

这种方法已被应用于 $P\beta C \lesssim 100$ Mev 范围^[6,7], 但是, 在几 Bev 范围, 此法是否能比通常的方法给出较好的结果还值得探讨。为此, 我们对此方法应用于高能范围作了尝试。

我们利用联合核子研究所同步稳相加速器上能量为 (6.8 ± 0.6) Bev 的 π^- 介子束照射的乳胶选, 用上述方法对入射 π^- 粒子径迹作了测量。所得的 $P\beta C$ 值结果列在表 2 第 III 栏。需要指出, 所测的径迹都是任意选择的, 不会包含选择的偏见。

在表 2 中第 III, IV, V 栏相对应的 $P\beta C$ 值, 都是同一条径迹同一段上测得的。比较第 III, IV 栏结果, 显然第 III 栏结果是较优越的。我们取第 5—12 条径迹, 求得第 III, IV 栏结果的平均值分别为 (6.9 ± 0.4) Bev 和 (7.6 ± 0.4) Bev。另外, 从工作[8]中还可以看到, 用通常高次差法得到类似于第 III 栏一样良好的结果, 但他们所取的差值数目大于 1000 个, 否则噪音的统计涨落影响是严重的, 而得到表 2 第 III 栏的结果差值数只有 50 个左右。

从而可见, 在 高能范围, 利用多次库仑散射测量 $P\beta C$ 值时, 小单元方法的确能给出良好的结果。

此外, 对于 π^- 介子与核子作用所产生的次级粒子径迹, 我们也用上述方法作了测量, 结果列在表 3。表 3 中最末一栏 ($P\beta C$) 值, 是用公式 (6a) 直接扣除噪音的方法得到的。两组结果的比较说明, 在较低能量下, 上述两种方法给出的结果是一致的。

虽然从公式(7)来看可以完全消除噪音 n , 但实际上公式 (6a)—(6d) 都是大量统计的结果, 在有限的统计下仍然存在噪音的起伏。因此, 在利用小单元方法时, 单元长 S 的合理选择同样是十分重要的。实验表明, S 值不能选得过小; 例如, 在最简单的 $t = 2S$ 的情况下[见公式(6b)], 用 M 表示 $\sqrt{\bar{D}^2(2)/\bar{d}^2}$ 值, 可得

表2 用不同方法处理 PBC 为 (6.8 ± 0.6) Bev 的 π^- 介子径迹的多次散射测量结果

No.	I	II	III	IV	V
名称 No.	S (100μ)	t (100μ)	PBC (Bev)	PBC (Bev)	PBC (Bev)
1	20	40	$6.2^{+1.0}_{-0.7}$		
2	20	40	$5.9^{+0.8}_{-0.7}$		
3	20	40	$5.3^{+0.8}_{-0.6}$		
4	5	20	$6.9^{+1.3}_{-0.9}$		
5	5	20	$6.2^{+1.3}_{-0.9}$		
6	5	10	$6.6^{+1.2}_{-0.9}$	$10^{+14.0}_{-4.1}$	
7	5	10	$5.9^{+1.1}_{-0.8}$	$6.2^{+2.4}_{-1.3}$	
8	5	10	$7.3^{+0.9}_{-0.7}$	$9.0^{+10.8}_{-3.2}$	
9	5	10	$7.4^{+1.4}_{-1.0}$	$25.7^{+\infty}_{-21}$	$6.8^{+1.2}_{-0.9}$
10	5	10	$6.4^{+1.1}_{-0.8}$	$6.4^{+2.6}_{-1.4}$	$5.6^{+0.9}_{-0.8}$
11	5	10	$6.3^{+1.1}_{-0.8}$	$14.2^{+\infty}_{-8.3}$	$6.8^{+1.3}_{-1.0}$
12	5	10	$7.6^{+1.4}_{-1.0}$	$29.7^{+\infty}_{-25.2}$	$7.7^{+1.3}_{-1.0}$
13	5	10			$5.8^{+1.1}_{-0.8}$

说明: III 为(7)式计算的结果, IV 为(6a)式计算的结果, V 为(9)式计算的结果.

表3 用(7)式计算 π^- 介子与核子作用产生的次级粒子径迹的 PBC 值

No.	S (100μ)	t (100μ)	PBC (Bev)	PBC (Bev)
1	1	4	$0.21^{+0.05}_{-0.03}$	$0.21^{+0.02}_{-0.02}$
2	1	4	$0.17^{+0.03}_{-0.02}$	$0.21^{+0.02}_{-0.02}$
3	5	10	$2.7^{+0.55}_{-0.40}$	$2.8^{+0.60}_{-0.40}$
4	1	2	$0.27^{+0.03}_{-0.03}$	$0.24^{+0.02}_{-0.02}$

$$M^2 = \frac{\frac{55}{8} \bar{d}_k + \frac{n^2}{2}}{\bar{d}_k + n^2}.$$

从此式看到: 当 $\bar{d}_k \ll n^2$ 时, $M \simeq \sqrt{\frac{1}{2}} = 0.706$; 当 $\bar{d}_k \gg n^2$ 时, $M \simeq \sqrt{\frac{55}{8}} = 2.62$. 由此可见, M 值越大, n^2 所占比重也就越小, 因此, 单元长的选择应当使 M 值尽量大.

我們取不同的 S 值仍然对 $P\beta C = (6.8 \pm 0.6)$ Bev 的 π^- 介子径迹进行测量, 结果列在表 4 中. 从表 4 看到, 当 S 值太小时, 测量到的 $P\beta C$ 值与 (6.8 ± 0.6) Bev 相差很大. 这表明, 此时噪音影响很严重 ($S = 300\mu$ 时, $\bar{d}_k \sim 0.27n$).

表 4 用不同单元长 S 测量 $P\beta C = (6.8 \pm 0.6)$ Bev π^- 介子径迹的结果

No.	S (100μ)	l (100μ)	$P\beta C$ (Bev)
1	1	4	$2.95^{+0.45}_{-0.25}$
2	2	8	$4.3^{+0.9}_{-0.6}$
3	3	6	$3.85^{+0.6}_{-0.5}$
4	3	6	$4.2^{+0.6}_{-0.5}$
5	5	20	$6.2^{+1.3}_{-0.9}$
6	5	10	$6.6^{+1.2}_{-0.9}$
7	5	10	$5.9^{+1.1}_{-0.8}$
8	5	10	$7.3^{+0.9}_{-0.7}$

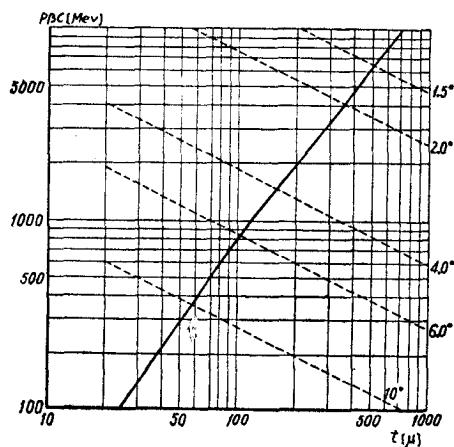


图 5 用来选择单元长度的 $P\beta C$ 、倾角 α 和 l 的关系曲线

随着所取 S 值的增大, 噪音的影响相对减低. 可以看到 (见表 4), 当 S 为 500μ 时, 相应的 $\bar{d}_k \sim 0.4n$, 此时 $M \simeq 1$, 得到了相当满意的结果. (计算表明, 当 \bar{d}_k 为 $0.4n$ 时, 测出的 \bar{d}_k 值对 \bar{d} 值只有 10% 的贡献.)

因此我們根据 $\bar{d}_k \geq 0.4n$ 这个条件, 作出图 5 的曲线, 以作为选择小单元长 S 的标准. 图中实线是单元长 S 与 $P\beta C$ 的关系曲线, 它给出选择 S 的下限; 与实线相交的虚线是考虑了畸变影响以后, 根据图 2 得到的在不同倾角 α 下测量的单元长度上限 $l_{\text{上限}}$ 与 $P\beta C$ 的关系. 例如, 径迹的倾角为 α , 预计能量为 $P\beta C$, 则从图 5 中即可查出 $l_{\text{上限}}$ 与 $S_{\text{下限}}$. 测量的单元长度可从这

个范围内选取。

二、小单元的高次差法 上面曾提到，减小所取的测量单元可以减小畸变影响，但不能完全消除这种影响。而通常的高次差法，虽然可以完全消除畸变，但在差值数目较少时，噪音的统计涨落较大，对结果影响也很严重。这样自然就联想到把高次差法与小单元方法结合起来使用，一方面希望完全消除畸变影响，一方面也要减小统计涨落的误差。特别是对于倾斜径迹来说，由于乳胶片的厚度有限，径迹不可能很长，因此（例如：在厚度为 400μ 的 НИКФИ-Р 型乳胶中，用 $t = 500\mu$ 测量倾角 α 大于 14° 的径迹）通常的高次差法已不能使用。

我们根据一些统计关系^[9]推导出了 $t = mS$ 时，三次差 $D_i^{III}(m) = D_i(m) - D_{i-1}(m)$ 的平均值 $\bar{D}^{III}(m)$ 。当 $t = 2S$ 时，有

$$\bar{D}^{III}(2) = \frac{35}{4} \bar{d}_k + \frac{5}{3} n^2. \quad (8)$$

把此结果与通常的三次差 $d_i^{III} = d_i - d_{i-1}$ 的平均值 $\bar{d}^{III} = \frac{3}{2} \bar{d}_k + \frac{10}{3} n^2$ 式联立，并消去 n^2 ，则得

$$\bar{d}_k = \frac{1}{16} (2\bar{D}^{III} - \bar{d}^{III}), \quad (9)$$

因此，根据测量值 $\bar{D}^{III}(2)$ 与 \bar{d}^{III} ，就可以从 (9) 式直接求得消除了畸变影响的 \bar{d}_k ，而且此值受噪音的影响要比通常高次差法的结果来得小。

为了检验公式 (9) 给出的 \bar{d}_k 值受噪音影响的情况，我们再一次利用了 $PBC = (6.8 \pm 0.6)$ Bev 的 π^- 介子径迹，测得结果如表 2 第 V 栏所示。

表 5 用 (9) 式计算倾斜径迹的结果

No.	α°	S (100μ)	t (100μ)	PBC (Bev)	$[PBC]$ (Bev)
1	21.3	0.5	1.0	$0.29^{+0.04}_{-0.03}$	$0.25^{+0.04}_{-0.03}$
2	29.7	0.5	1.0	0.19 ± 0.04	0.19 ± 0.03
3	22.0	0.5	1.0	$0.22^{+0.04}_{-0.03}$	$0.23^{+0.04}_{-0.03}$
4	20.6	0.5	1.0	$0.26^{+0.04}_{-0.03}$	$0.25^{+0.04}_{-0.03}$
5	29.1	0.5	1.0	0.16 ± 0.03	0.17 ± 0.03

可以看出，用小单元的高次差法，在高能量下能给出满意的结果，这是通常的高次差法在同样差值数目的情况下得不到的。

因为这种方法能用小单元测量，所以对非常倾斜的径迹我们也试用这种方法，结果列在表 5 第 V 栏中，而第 VI 栏是用电离方法得到的结果。

从表 5 可以看到，对于非常倾斜的径迹，小单元高次差法仍能给出正确的结果。这表

明它确实有消除畸变的作用。

目前用乳胶探测高能粒子,由于畸变噪音等影响,只能直接测量倾斜角度比较小的径迹(如 α 小于 5° 的径迹)。而对于倾斜角 α 大的径迹及中途产生作用或很短就穿出乳胶迭的径迹,基本上不能测量。上述两种方法为这些径迹的测量提供了可能,使乳胶工作的测量和分析范围得以扩大。我们在这里已用实验验证了这些结果,但还是初步的,还需要在应用过程中来验证。

这项工作是在王祝翔同志热心帮助和指导下进行的。肖健先生和黄德强同志对文章的审核和修改提了不少宝贵建议。全部实验值是陆穗芬同志帮助测量的。作者向他们表示衷心感谢。

本工作利用的乳胶迭是联合所提供的,特向联合所有同志表示感谢!

参 考 文 献

- [1] Gottstein, K., *Phil. Mag.*, **42** (1951), 708.
- [2] Fowler, P. H., *Phil. Mag.*, **41** (1950), 169.
- [3] Tsai-Chü, *Nuovo. Cim.*, **5** (1957), 1128.
- [4] Biswas, S., *Suppl. Nuovo. Cim.*, **12** (1954), 369.
- [5] Tsai-Chü, *Com. Rend.*, **249** (1959), 2187.
- [6] Tsai-Chü, *Nuovo. Cim.*, **20** (1961), 1102.
- [7] Tsai-Chü, *Nuovo. Cim.*, **10** (1958), 435.
- [8] Часников, И. Я. Тр. Института ядерной физики, том 3 (1960), 64.
- [9] D'Espagnat B., *Jour. de Phys.*, **13** (1952), 74; *Com. Rend.*, **232** (1951), 800.

ВЛИЯНИЕ ДИСТОРСИЙ И ШУМОВ НА ИЗМЕРЕНИЕ МНОГОКРАТНО КУЛОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ В ЯДЕРНОЙ ЭМУЛЬСИИ И ЕГО УСТРАНЕНИЕ

Жэн Зеин-жу

Резюме

В настоящей статье обсуждено влияние дисторсий эмульсии на измерение многократно кулоновского рассеяния и дан критерий выбора длин ячеек в измерении при различных обстоятельствах. Сделана попытка применить метод измерения с малыми ячейками, уменьшающий влияние шумов, к области высокой энергии ($P\beta C \sim$ несколько Бэв) и получен удовлетворительный результат. Таким образом был представлен эффективный метод для точного измерения энергии частиц в области высокой энергии. Кроме того, в данной статье сочетаны, метод измерения с малыми ячейками и метод высших разностей координат. Был получен метод высших разностей координат с малыми ячейками, который даёт результат, совпадающий с экспериментами. Этим методом можно эффективно устранить дисторсии и его можно применить к измерению наклонных следов. Следовательно, Такой метод даёт дана возможность расширить область измерения наклонных следов.