第 20 卷 第 6 期 物 理 学 报 Vol. 20, No. 6
1964 年 6 月 ACTA PHYSICA SINICA June, 1964

論文"长椭圓旋轉介质球中的半波振子天綫"的正誤*

任 朗

在作者上述論文（物理学报，17 卷，第 1 期，1961，23—30 頁）中所求得的三个系数 A_{il}, A_{rl} 和 A_{tl} 是有条件的．这个条件是 $k_2f \ll 1$．文中未說明这个条件，本文一方面更正这个問題，同时也示出消除这个限制条件的方法．

在上文中，$Se^1_{1,l}$ 的展开式［公式（22）］內作者未注意到系数 a^l_n 包含着代表媒质性质的因子 k，因而在求系数 A_{il}, A_{rl} 和 A_{tl} 时消去了所有的 $Se^1_{1,l}$．这种消去只有当 $k_2f \ll 1$ 时才近似地正确（Methods of Theoretical Physics, Morse and Feshbach, 1504 頁），在一般情况下是不能消去的．

为了消除以上的限制条件，文中（27）—（29）式可以写成

$$\sum_{l=0}^{\infty}\left\{A_{il}\frac{d}{d\xi_1}[(\xi_1^2-1)R^4_{1,l}(fk_2,\xi_1)]+A_{rl}\frac{d}{d\xi_1}[(\xi_1^2-1)R^1_{1,l}(fk_2,\xi_1)]+ + B_l\right\}Se^1_{1,l}(fk_2,\eta)=0, \tag{1}$$

$$\sum_{l=0}^{\infty}\left\{A_{il}\frac{d}{d\xi_2}[(\xi_2^2-1)R^4_{1,l}(fk_2,\xi_2)]+ + A_{rl}\frac{d}{d\xi_2}[(\xi_2^2-1)Re^1_{1,l}(fk_2,\xi_2)]\right\}Se^1_{1,l}(fk_2,\eta)= =\frac{\sigma_2+j\omega\epsilon_2}{j\omega\epsilon_3}\sum_{l=0}^{\infty}A_{tl}Se^1_{1,l}(fk_3,\eta)\frac{d}{d\xi_2}[(\xi_2^2-1)Re^4_{1,l}(fk_3,\xi_2)], \tag{2}$$

$$\sum_{l=0}^{\infty}\{A_{il}Re^4_{1,l}(fk_2,\xi_2)+A_{rl}Re^1_{1,l}(fk_2,\xi_2)\}Se^1_{1,l}(fk_2,\eta)= =\sum_{l=0}^{\infty}A_{tl}Re^4_{1,l}(fk_3,\xi_2)Se^1_{1,l}(fk_3,\eta). \tag{3}$$

利用椭圓旋轉角波函数的正交性，从（1）式得

$$A_{il}d_l+A_{rl}f_l-B_l=0, \tag{4}$$

其中

$$d_l=-\frac{d}{d\xi_1}[(\xi_1^2-1)Re^4_{1,l}(fk_2,\xi_1)], \tag{5}$$

$$f_l=-\frac{d}{d\xi_1}[(\xi_1^2-1)Re^1_{1,l}(fk_2,\xi_1)]. \tag{6}$$

因为（2）和（3）式等号两边的 $Se^1_{1,l}$ 包含着不同媒质的 k，它們不能直接消去．但是，我們可将 $Se^1_{1,l}(fk_2,\eta)$ 展为 $Se^1_{1,l}(fk_3,\eta)$ 如下：

* 1964 年 3 月 24 日收到．

$$Se_{1,l}^{1}(fk_2, \eta) = \sum_{m=0}^{\infty} \alpha_{m,l} Se_{1,m}^{1}(fk_3, \eta), \tag{7}$$

其中 $\alpha_{m,l}(k_2, k_3)$ 是待求的系数． 为了求这个系数，先用 $Se_{1,m}^{1}(fk_3, \eta)(1-\eta^2)$ 乘(7)式等号的两边，然后对 η 从 -1 到 $+1$ 积分，利用 $Se_{1,m}^{1}(fk_3, \eta)$ 的正交性，得

$$\alpha_{m,l} = \frac{\int_{-1}^{1} Se_{1,l}^{1}(fk_2, \eta) Se_{1,m}^{1}(fk_3, \eta)(1-\eta^2)d\eta}{\int_{-1}^{1} [Se_{1,m}^{1}(fk_3, \eta)]^2(1-\eta^2)\,d\eta} =$$

$$= \frac{\sum_{n=0}^{\infty}{}' d_n^l(k_2) d_n^m(k_3) \frac{(n+2)!}{n!(2n+3)}}{\sum_{n=0}^{\infty}{}' [d_n^m(k_3)]^2 \frac{(n+2)!}{n!(2n+3)}}, \tag{8}$$

其中

$$d_n^l(k) = j^{n-1} \frac{n!}{(n+2)!} a_n^l(k). \tag{9}$$

将(7)式代入(2)和(3)式，并利用 $Se_{1,l}^{1}(fk_3, \eta)$ 的正交性，得

$$\sum_{l=0}^{\infty} \alpha_{m,l}(a_l' A_{il} + b_l' A_{rl}) = \frac{c_m'}{K} A_{tm}, \tag{10}$$

$$\sum_{l=0}^{\infty} \alpha_{m,l}(a_l A_{il} + b_l A_{rl}) = c_m A_{tm}, \tag{11}$$

其中

$$K = \frac{j\omega\epsilon_3}{\sigma_2 + j\omega\epsilon_2}, \tag{12}$$

$$\begin{aligned} a_l &= Re_{1,l}^{1}(fk_2, \xi_2), & a_l' &= \frac{d}{d\xi_2}[(\xi_2^2 - 1)Re_{1,l}^{1}(fk_2, \xi_2)], \\ b_l &= Re_{1,l}^{1}(fk_2, \xi_2), & b_l' &= \frac{d}{d\xi_2}[(\xi_2^2 - 1)Re_{1,l}^{1}(fk_2, \xi_2)], \\ c_l &= R_{1,l}^{1}(fk_3, \xi_2), & c_l' &= \frac{d}{d\xi_2}[(\xi_2^2 - 1)Re_{1,l}^{1}(fk_3, \xi_2)]. \end{aligned} \tag{13}$$

从(10)和(11)式消去 A_{tm}，得

$$\sum_{l=0}^{\infty} \alpha_{m,l}[(a_l c_m' - a_l' c_m K)A_{il} + (b_l c_m' - b_l' c_m K)A_{rl}] = 0. \tag{14}$$

从(4)及(14)式消去 A_{rl}，得

$$\sum_{l=0}^{\infty} \alpha_{m,l}\left[(a_l c_m' - a_l' c_m K) - \frac{d_l}{f_l}(b_l c_m' - b_l' c_m K)\right] A_{il} =$$

$$= -\sum_{l=0}^{\infty} \frac{\alpha_{m,l} B_l}{f_l}(b_l c_m' - b_l' c_m K). \tag{15}$$

設 (R_{mn}) 为矩陣 (P_{mn}) 的逆矩陣，并令

$$(P_{mn}) = \left(\alpha_{m,n}\left[(a_n c_m' - a_n' c_m K) - \frac{d_n}{f_n}(b_n c_m' - b_n' c_m)\right]\right), \tag{16}$$

则

$$\sum_{m=0}^{\infty} R_{nm} P_{ml} = \delta_{nl}, \tag{17}$$

$$R_{mn} = \frac{|P_{mn}|_{nm}}{|P_{mn}|}, \tag{18}$$

其中 δ_{nl} 为 Kronecker delta, $|P_{mn}|_{nm}$ 为行列式 $|P_{mn}|$ 中元素 P_{nm} 的余因子.

(13)式的解可以表示为

$$A_{in} = -\sum_{m=0}^{\infty} R_{nm} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{\alpha_{m,l} B_l}{f_l} (b_l c_m' - b_l' c_m K). \tag{19}$$

将上式代入(4)式可求得 A_{il},再代入(11)式,则可求得 A_{tl}.

最后,作者仅向陈彪同志深表謝意,因为他首先发现作者上述論文中三个系数 A_{il}, A_{rl} 和 A_{tl} 的求得只有在 $k_2 f \ll 1$ 的条件下才近似地正确,引起作者的注意,特作此更正及补充.

更　　正

卷	期	頁	行	誤	正
20	3	280	21	$\chi^{*}{}_{B}^{A\alpha}=\delta_{B}^{A}\,\mathfrak{g}^{\mu\nu}\frac{\partial\mathfrak{L}}{\partial\mathfrak{g}_{\alpha}^{\mu\nu}}-\delta_{B}^{\alpha}\mathfrak{g}^{\mu\nu}\frac{\partial\mathfrak{L}}{\partial\mathfrak{g}_{A}^{\mu\nu}}=-\chi_{B}^{\alpha A}$	$\chi^{*}{}_{B}^{A\alpha}=-\frac{1}{\kappa}\left[\delta_{B}^{A}\mathfrak{g}^{\mu\nu}\frac{\partial\mathfrak{L}}{\partial\mathfrak{g}_{\alpha}^{\mu\nu}}-\delta_{B}^{\alpha}\mathfrak{g}^{\mu\nu}\frac{\partial\mathfrak{L}}{\partial\mathfrak{g}_{A}^{\mu\nu}}\right]=-\chi^{*}{}_{B}^{\alpha A}$
20	3	280	24	$h_{B}^{A\rho}+\chi_{B}^{A\rho}$	$2h_{B}^{A\rho}+\chi^{*}{}_{B}^{A\rho}$
20	4	293	倒18	图 5 (a)—(c)	5(a)
20	4	357		图 9	图 10
20	4	358		图 10	图 9
20	5	443	21	дилокальванных	дилокализованных