

声光双稳态系统的周期驱动混沌*

张 涛¹ 冯忠耀² 马 辉¹ 张永生¹ 路轶群³

(1 中国科技大学物理系, 合肥 230026)

(2 西北大学物理系, 西安 710069)

(3 中国科学院安徽光学精密机械研究所三室, 合肥 230031)

摘 要 利用外周期信号对处于周期态的声光双稳态系统进行驱动, 在合适的驱动强度和频率下, 系统可能从周期态转换为李雅普诺夫指数意义下的混沌态. 提出了这一混沌反控制方法, 针对声光双稳态系统进行了计算模拟, 并分析了其机理.

关键词 声光双稳态系统; 混沌反控制; 周期驱动; 李雅普诺夫指数

中图分类号 TN929 **文献标识码** A

0 引言

自混沌的控制和同步概念提出以来^[1], 混沌控制和同步的研究在世界范围内得到了广泛的开展. 混沌控制就是指将动力学系统所在的混沌状态控制到周期态或指定的确定状态, 目前已经有了很多对有效的混沌控制方法^[1-6]. 但实际上混沌在某些领域还是很有必要存在的, 比如人的心跳, 大脑的思维和保密通信领域等^[7-11]. 混沌反控制, 也就是指将系统由某个确定的周期态或混沌态系统控制到混沌状态或增强原有的混沌态, 正日益受到人们的重视^[12-15]. 文献[12]提出通过微扰反馈方法实现混沌系统的反控制, 文献[15]则提出通过线性系统对混沌系统的跟踪而实现混沌反控制. 我们知道利用周期驱动可以使声光双稳态混沌得到控制^[6], 那么对一个周期态的声光双稳态系统进行驱动能否将系统驱动到混沌态? 本文就此进行了研究, 对声光双稳态系统的周期态进行周期驱动, 在一定的驱动强度下将系统反控制到混沌状态, 实现李雅普诺夫指数意义下的混沌.

1 基本描述

1.1 非线性动力学系统的周期驱动

设一个非线性系统为

$$x = f(u, x) \quad (1)$$

式中 $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为系统的变量集合, $u = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 为系统的参量集合, $U_c \subset U$ 是系统的混沌参量空间, $U_b \subset U$ 是非混沌参量空间. 令 $u \subset U_b$, 则非线性系统处于非混沌状态, 对式(1)进行周期驱动

$$x = f(u, x', x + k \sin(\omega + \varphi)) \quad (2)$$

式中 k 是驱动强度因子, ω 是驱动信号的频率, φ 是相位. 适当的驱动强度和频率将对系统的状态产生影响, 使系统脱离原有的周期或多周期态而陷入混沌态.

1.2 布拉格型声光双稳态系统

长延时的布拉格型声光系统的归一化方程如下

$$\tau_0 \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = \pi \{A - u \sin^2[x(t - \tau_d) - x_b]\} \quad (3)$$

式中 $x(t)$ 是系统的变量. A 是放大器的偏置电压, x_b 是驱动源的偏置电压; u 是和放大器的放大倍数及光强有关的量, 为系统的分岔参数; τ_0 和 τ_d 分别为系统响应时间和系统延迟时间. 当系统存的响应时间远小于系统延迟时间时, 即 $\tau_0 \ll \tau_d$, 方程(3)左端第一项可以忽略不计, 于是就可以把方程近似写成如下的一维迭代形式

$$x(n+1) = \pi \{A - u \sin^2[x(n) - x_b]\} \quad (4)$$

对其进行周期驱动

$$x(n+1) = \pi \{A - u \sin^2[x(n) - x_b]\} + k \sin(\omega + \varphi) \quad (5)$$

2 计算模拟

2.1 周期驱动混沌计算模拟

声光双稳态系统参数 $A = 0.1$, $u = 0.5$, $x_b = 2.5$, 这时系统处于周期态, 系统李雅普诺夫指数为 -0.7809 . 我们先不考虑相位对系统的影响, 取 $\omega = \pi/5$, 驱动强度 $k = 0.6$, 则控制结果如图1, 图中 x 是未被驱动的声光双稳态系统, 处于倍周期态, s 是周期信号, x' 则是驱动后的输出序列.

驱动后声光双稳态系统的李雅普诺夫指数为 0.2292 . 然而混沌并不是无序, 具有分形结构的相空间图是混沌的一个基本特征. 图2是驱动后声光双稳态系统的相空间延迟重构图, 由图可见相空间图具有一定的分形结构.

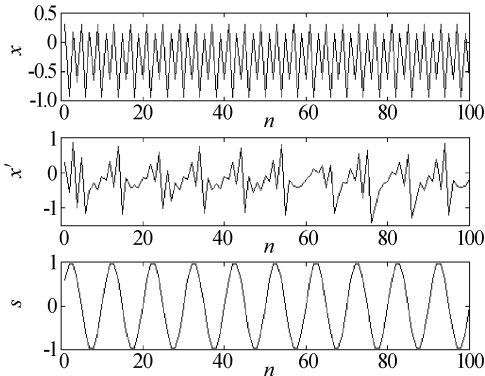


图1 声光双稳态系统混沌反控制输出序列

Fig. 1 Time series of acousto-optic bistable (AOB) system chaos anti-control

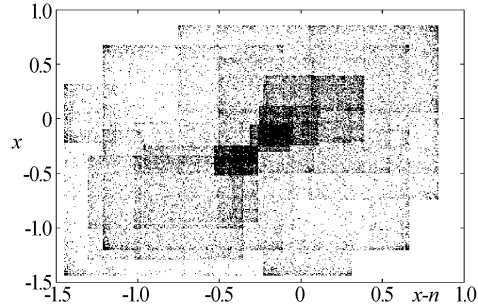


图2 反控制声光双稳态系统混沌相空间

Fig. 2 Phase space of AOB system chaos anti-control

2.1 驱动与系统状态关系计算

声光双稳态系统在外周期驱动下,其状态与驱动强度有一定关系.图3是系统李雅普诺夫指数与驱动强度的关系.从图中可以看出,随着系统驱动强度的增加,李雅普诺夫指数按照一定规律演化,间歇性的出现混沌态和周期态.

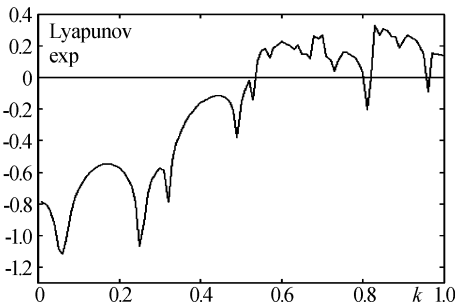


图3 系统李雅普诺夫指数演化图

Fig. 3 Lyapunov exponent evolution of AOB via driver signal intensity

3 分析讨论

处于周期态的非线性动力学系统,在外周期信号的驱动下可以反控制到混沌.之所以能实现混沌反控制,原因可能是外加的正弦信号在本质上改变了系统的参数,设 $u = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 为系统的参量集合, $U_a \subset U$ 是系统的混沌参量空间, $U_b \subset U$ 是非混沌参量空间.当 $u \subset U_b$,则非线性系统处于非混沌状态.设任意 $k \sin(\omega) \in U_s$,即 U_s 为外周期信号的值域,那么系统在加入外周期驱动后则参量空

间有所扩展, $U' = U_b + U_s$,如果 $U' \cap U_a \neq \psi$ 则系统在驱动下将出现部分的混沌.这样,混沌态和周期态的重复交迭构成了一个新的李雅普诺夫指数意义下的混沌态.图4为系统的延迟重构图,图中的(a),(b)分别是处于混沌态的声光双稳态系统延迟一位的重构和周期驱动反控制的声光双稳态系统混沌延迟一位重构.一位延迟的声光双稳态混沌系统应该是抛物线形式,而处于周期态或多周期态的系统延迟重构则应该是一个或多个孤立的点,图4(b)中,反控制系统重构线则是5条独立的抛物线,这和我们的推测是一致的,即系统相空间吸引子被展宽为一个吸引域,系统变量在吸引域中不停跃变,而构成新的混沌系统.对于连续系统,可以推测,由于驱动的周期信号为连续,则相应于图4(b)中的抛物线有无数个,在驱动周期信号的值域范围内形成一个吸引域,被驱动系统则在该吸引域内不停跃变,构成新的混沌系统.

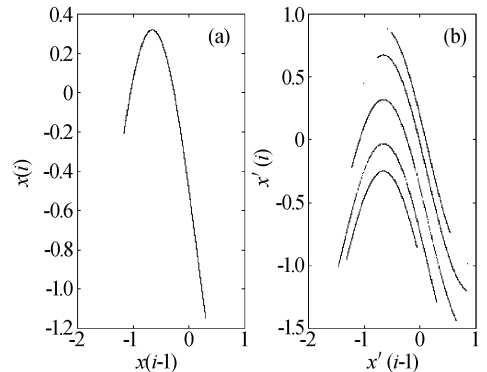


图4 声光双稳态系统混沌反控制的相空间延迟重构

Fig. 4 Phase space delayed reconfiguration of AOB system chaos anti-control

4 结论

利用周期信号驱动处于稳定态的声光双稳态系统,当驱动强度处于一定范围内时,系统李雅普诺夫指数增加,当其大于零时系统进入混沌.然而此时的声光双稳态混沌和一般意义的声光双稳态混沌有所不同,系统变量不是趋向相空间的某个单一吸引子,而是存在一个由多个吸引子构成的吸引域.

参考文献

- Ott E, Grebogi C, Yorke J A. Controlling chaos. *Phys Rev Lett*, 1990, **64**(11):1196 ~ 1199
- Sinha S, Ramaswamy R, Rao J S. Adaptive control in nonlinear dynamics. *Phys D*, 1990, **43**(1):118 ~ 128
- Hunt E R. Stabilizing high-period orbits in a chaotic system: The diode resonator. *Phys Rev Lett*, 1991, **67**(15):1953 ~ 1960
- Pyragas K. Continuous control of chaos by self-controlling feedback. *Phys Rev Lett*, 1992, **170**(6):421 ~ 427
- 刘金刚, 沈柯, 周立伟. 声光双稳系统混沌的控制. 光

- 学学报, 1997, **17**(1):10 ~ 15
- Liu J G, Shen K, Zhou L W. *Acta Optica Sinica*, 1997, **17**(1):10 ~ 15
- 6 张涛, 刘玉怀, 高闽光, 等. 声光双稳态系统活动的外周期激励控制. 光子学报, 2000, **29**(3):231 ~ 235
- Zhang T, Liu Y H, Gao M G, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2000, **29**(3):231 ~ 235
- 7 Ottino J M, et al. Chaos, symmetry, and self-similarity: Exploiting order and disorder in mixing processes. *Science*, 1992, **257**:754 ~ 760
- 8 Schiff S J, Jerger K, Duong D H, et al. Controlling chaos in the brain. *Nature*, 1994, **370**:615 ~ 620
- 9 Brandt M E, Chen G. Bifurcation control of two nonlinear models of cardiac activity. *IEEE Trans Circuits Syst, I: Fundam Theory Appl*, 1997, **44**:1031 ~ 1034
- 10 Georgiou I T, Schwartz I B. Dynamics of large scale coupled structural/mechanical systems: A singular perturbation/proper orthogonal decomposition approach. *J Appl Math*, 1999, **59**:1178 ~ 1207
- 11 Kennedy M P, Kolumban G, Kis G. Chaotic modulation for Robust digital communications over multipath channels. *Int J Bifurcation Chaos Appl Sci Eng*, 2000, **10**:695 ~ 718
- 12 Chen G, Lai D. Feedback control of Lyapunov exponents for discrete-time dynamical systems. *Int J Bifurcation Chaos Appl Sci Eng*, 1996, 1341 ~ 1349
- 13 Chen G, Lai D. Feedback anti-control of discrete chaos. *Int J Bifurcation Chaos Appl Sci Eng*, 1998, **8**:1585 ~ 1590
- 14 Wang X F, Chen G. On feedback anticontrol of discrete chaos. *Int J Bifurcation Chaos Appl Sci Eng*, 1999, **9**:1435 ~ 1442
- 15 关新平, 范正平, 张群亮, 等. 连续时间稳定线性系统的混沌反控制研究. 物理学报, 2002, **51**(10):2216 ~ 2220
- Guan X P, Fan Z P, Zhang Q L, et al. *Acta Phys Sin*, 2002, **51**(10):2216 ~ 2220

Acousto-optic Bistable System Chaos Anti-control via Periodic Signal Drive

Zhang Tao¹, Feng Zhongyao², Ma Hui¹, Zhang Yongsheng¹, Lu Yiqun³

¹ Physical Department, University of Science and Technology of China, Hefei 230026

² Physics Department of Northwest University, Xi'an 710069

³ Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031

Received date:2003-04-16

Abstract An ideal that an acousto-optical bistable system was driven by a periodic signal could change its state from stable to chaos was supposed in this paper. Results of numerical simulation shows that a chaotic system can be anti-controlled by properly selected intensity drive signal. The reason of periodic signal drive chaos anti-control was also analyzed.

Keywords Acousto-optic bistable system; Chaos control; Periodic signal drive; Lyapunov exponent



Zhang Tao was born in 1975. He graduated from Anhui University in 1997, and got his B. S degree from Department of Physics, got his M. S. degree and Ph. D. degree in Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, and now is working as a postdoctoral in Physical Department of University of Science and Technology of China. His primary research areas are Chaos dynamics and laser communication.