第 18 卷 第 8 期　　物 理 学 报　　Vol. 18, No. 8
1962 年 8 月　　ACTA PHYSICA SINICA　　August, 1962

电力系統非綫性振蕩过程的图析*

鮑 城 志

提　　要

在本論文里，作者对一个由下列形式的三阶非綫性微分方程

$$A\frac{d^3\delta}{dt^3}+\frac{d^2\delta}{dt^2}-A\cot\delta\frac{d\delta}{dt}\frac{d^2\delta}{dt^2}+\left(\frac{P_iA}{M}\cot\delta+C\sin^2\delta\right)\frac{d\delta}{dt}+$$
$$+B\sin\delta-\frac{P_i}{M}=0$$

所表征的电力机械振蕩問題，进行了透徹的拓扑形象分析，并提出了一簡易图解法来計算这振蕩系統的性能．文中还举出一实例来說明这种分析方法．

一、問題的提出

电力系統綫路上的故障将会引起机組間的振蕩，在严重情况下甚至会破坏該机組与系統的并列运行而产生崩潰事故，因此振蕩問題在电力系統学科領域內，頗引起工作同志們的注意． 为了使在理論分析上可能和在計算上簡单，在一同步发电机接到无穷大汇流排的系統里，发电机組的振蕩方程通常表示为

$$M\frac{d^2\delta}{dt^2}=P_i-P_m\sin\delta, \tag{1}$$

式中 $M=I\omega$——角运动量； $P_i=T_i\omega$——除去轉动損耗后的軸上輸入功率； $P_m\sin\delta$——除去电气損耗后的电气輸出功率．

在上式中，曾引进了两大假定，即 1) 系統內每一机組可以用一恆定縱軸瞬变电抗与这瞬变电抗后的恆定电压串联来表示； 2) 假定励磁迴路的磁通在整个振蕩过程中保持不变； 可是，如所周知，这两假定与实际情况还存在一定的距离，一組根据哥列夫-派克同步电机理論所导出的基本方程（見附录），应作为研究这类問題的依据． 励磁迴路磁通的恆定，原出于磁場电阻很小和振蕩过程远小于系統时間常数的假定，可是，事实上它們并不是小到完全可忽略的程度，而在振蕩过程中这磁通将会衰減，更不幸的是由于这恆定磁通的假定所导致的誤差，将不是引向在安全的一边（見参考文献[1]，考虑了和不考虑磁通衰減影响的两种不同情况計算結果的对比）．

考虑了采用哥列夫-派克的同步电机准确表示和磁通衰減的影响，我們将导出一个远較式(1)复杂的发电机組振蕩方程，如式(2)所示（詳細推导和符号說明請参閱附录 1）

$$A\frac{d^3\delta}{dt^3}+\frac{d^2\delta}{dt^2}-A\cot\delta\frac{d\delta}{dt}\frac{d^2\delta}{dt^2}+\left(\frac{P_i}{M}A\cot\delta+C\sin^2\delta\right)\frac{d\delta}{dt}+$$

* 1962 年 4 月 9 日收到．

$$+ B\sin\delta - \frac{P_i}{M} = 0. \tag{2}$$

由于非綫性和大振蕩原故,即使最簡单的方程(1),通常也須采用分段計算法来求解. 曾有人建議过(参考文献[2])应用图解法来求解,考虑发电机阻尼繞組后的椭圓函数方程

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} + \gamma\frac{d\delta}{dt} + P_m\sin\delta - P_i = 0 \tag{3}$$

大大地把振蕩过程計算向前推进了一步. 本文拟就考虑了磁通衰減影响和采用了同步电机的哥列夫-派克表示后的机組的振蕩过程,作一拓扑图形定性分析,和建議一簡便的图解方法,来进行振蕩过程的定量計算.

二、图析法的原理基础

1. 电力系統振蕩过程的拓扑形象表示 在过去若干年代里,曾有人建議了許多不同的方法来应用到各种不同的振蕩系統,并已把相平面法成功地应用在二阶非綫性系統里. 应用高于二度的空間来研究高阶非綫性系統,屡在非綫性力学文献中曾被建議采用过,最近的几个与本文所采用的相同坐标相空間的新应用,詳見文献[3—9].

如果把方程(2)的变数 δ, $\dot{\delta} = v$ 和 $\ddot{\delta} = g$ 为坐标組成一相空間,则电力机械振蕩系統在任何一瞬間的情况,完全可以用这相空間里某一坐标点来表示. 由于这三个变数相互間的不独立性,g 与 v 的符号和相对数值对系統的工作点移动方向,将起着决定性的作用. 假如取这頁紙的平面作为 g-v 平面,而 δ 軸则与这頁紙成垂直方向,则当这工作点在右面的半空間时,δ 总是在增加方向;反之,在左面半空間时,δ 总是在減少方向. 同样,在上半空間时,v 总是在增加方向,下半空間时则相反. 因此,我們可以看出,在这相空間右上部的一工作点的移动方向一定是向右和朝外,这工作点移动軌迹或称相空間軌綫,便可以很好地描述出这系統在任何工作情况下的运动情况.

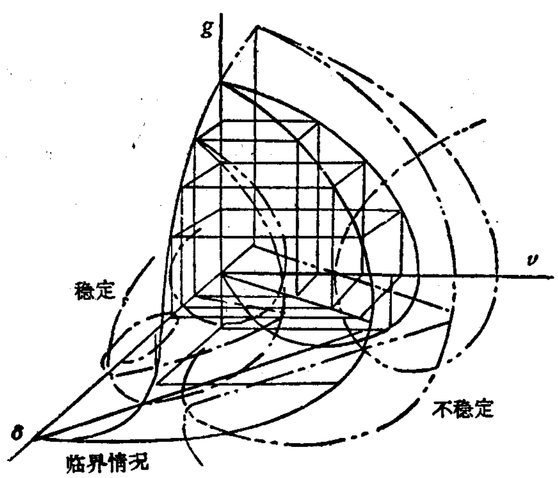


图 1

非綫性系統不象綫性系統那样,它的稳定性能将随着它的边际或起始条件的不同而改变,也就是說系統的稳定与否不能单从特性方程来决定. 因此不象綫性系統那样,整个空間或者是全属于稳定区域范围,或者是全属于不稳定区域范围,而是空間某一部分是稳定区,而其余部分将会导入不稳定状态,因此在某一起始条件下,系統的瞬变过程将可以通过这一起始点 (g_0, v_0, δ_0) 的空間軌綫来描述,系統瞬变过程的稳定与否,也可以从这軌綫所走形状判断出来. 假如这系統是稳定的,则这軌綫将是环繞所謂这系統的稳定工作点的一根向內迴旋曲綫,并且最終将停止在这稳定工作点上,換句話說,即 $\delta(t) \geqslant \delta(t+T)$, $v(t) \geqslant v(t+T)$, $g(t) \geqslant g(t+T)$, 式中 T 是振蕩周期(这稳定工作点和这迴旋曲綫的形状是由这系統的特性方程决定). 如系統不稳定,$\delta(t)$ 函数将与

时俱增。在这种情况下，在 g-v-δ 图中的軌綫将不再环繞着某一稳定工作点而最后停止在这点上面，而可能是环繞这点向外地越繞越大，或者甚至不环繞这工作点而直接飞越出去，也就是根据不同的起始情况而产生不同的瞬变过程。图 1 給出稳定、不稳定和临界情况的三种不同振蕩过程在相空間上的表示。

2. 分析方法 如上所述，这电力机械振蕩瞬变过程，可以以 g-v-δ 的三度空間的相空間軌綫来描述，这振蕩系統的特性，可以以根据它的特性方程所构成的相空間拓扑图形来研究。以 $v=\frac{d\delta}{dt}$，$g=\frac{d^2\delta}{dt^2}$ 和 $g\frac{dg}{dv}=\frac{d^3\delta}{dt^3}$ 代入(2)式，則方程(2)可写成

$$\frac{dg}{dv}=\frac{-\frac{1}{A}g-\frac{B}{A}\sin\delta+\frac{P_i}{AM}+\left(\cot\delta\cdot g-\frac{P_i}{M}\cot\delta-\frac{C}{A}\sin^2\delta\right)v}{g}. \tag{4}$$

在上式中，如果假定 δ 等于某一固定值 δ_i，式(4)将变成 g 与 v 的一阶方程，根据这方程便能作出当这振蕩系統角位移値变化到 $\delta=\delta_i$ 时 g 与 v 的关系图(g-v 相平面图)，这些 g-v 相平面图将相应于表示这振蕩系統的相空間图沿 δ 軸上的各个截面，也就是这振蕩系統在任何起始条件下的相空間軌綫經过这 δ 等于 δ_i 时 g 与 v 的关系。由于 g、v 与 δ 間的不独立性，我們便不难根据 $\frac{\Delta v}{\Delta\delta}=\frac{g}{v}$ 关系推导出任一截面图 ($\delta=\delta_i$) 上任何一点 $P(g_i, v_i, \delta_i)$ 的下一步行程。因此应用这样一組具有一定 δ 間隔的 g-v 截面图和 $\frac{\Delta v}{\Delta\delta}=\frac{g}{v}$ 关系，便不难观察到这振蕩系統运动过程在相空間的全貌，同时还能定量地求出在任何起始条件下的相空間軌綫和这系統振蕩对时間的瞬变过程(δ 的对时間函数)。

3. g-v 相平面图的繪图法 在某一瞬間假如 δ 等于 δ_i(某一固定値)，如前节所述，式(4)将可写成为 g 与 v 的一阶方程

$$\frac{dg}{dv}=\frac{-F(g)-v}{\Phi(g)}, \tag{5}$$

式中

$$F(g)=\frac{\frac{1}{A}g+\frac{B}{A}\sin\delta_i-\frac{P_i}{AM}}{-\cot\delta_i g+\frac{P_i}{M}\cot\delta_i+\frac{C}{A}\sin^2\delta_i},$$

和

$$\Phi(g)=\frac{g}{-\cot\delta_i g+\frac{P_i}{M}\cot\delta_i+\frac{C}{A}\sin^2\delta_i}.$$

应用李恩那繪图法并加以修改和补充，便可以根据式(5)的关系和图 2 所示的方法，作出 g-v 平面上的一組 g-v 变化曲綫。假如曲綫 1 和 2 分别为 $v=-F(g)$ 和 $v=\Phi(g)$，AA' 等于 $BB'=\Phi(g)$，直綫 PA' 的斜率将为 $m=\frac{\Phi(g)}{v+F(g)}$，与 PA' 垂直的綫的斜率将为 $-\frac{1}{m}$，等于 $\frac{-F(g)-v}{\Phi(g)}$，恰与式(5)相同，利用这关系，任何点 $P(v, g)$ 的移动方向可以被决定。沿水平方向投射这点 P，使与 $v=-F(g)$ 曲綫相交于 A，再沿垂直方

向投射这点 A 至 A' 使 $AA' = BB'$（即 $\Phi(g)$），以 A' 作中心，PA' 作半径，通过 P 点画一弧，这便定出 P 点的移动方向. 重复地使用这方法，这 g–v 曲綫便不难作出.

在这里应特别指出，因为这方法是純粹根据几何关系，一直綫的斜率等于它的垂直綫斜率的負倒数的說法，只能在纵軸和横軸的比例相同时才适用，因此在作 g–v 图时 g 与 v 的坐标必须具有相同的标度. 有时为使图形不至于太扁，使描繪方便和使用內插法方便而准确，可以选择合适的时間比例，使 g 軸比 v 軸放大或縮小若干倍.

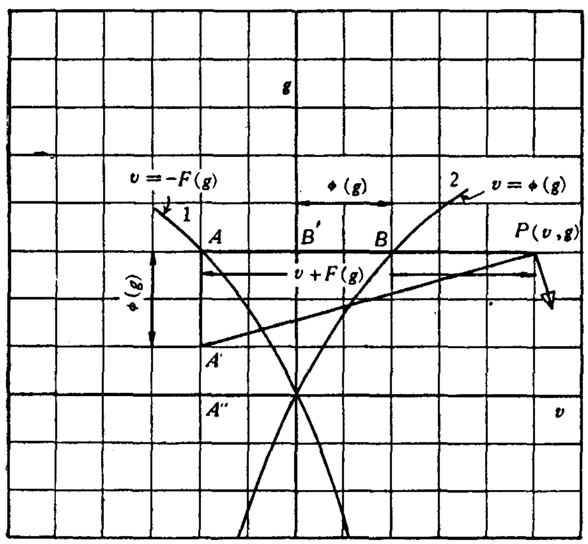


图　2

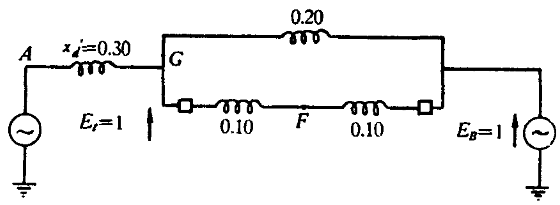
4. 振蕩系統过渡过程的求解

如上所述，g–v 变化軌綫表示着代表这三阶方程系統在某一起始情况下以 g, v 和 δ 为坐标的相空間变化曲綫經过 δ 等于某一数值时 g 与 v 的关系. 利用这一組 g–v 平面图上的曲綫并把它們很好地組合起来，便不难求出在任何起始条件下 g, v 与 δ 的关系，也就是这个系統在那个条件下的变化过程. 因为在每个图上的曲綫都是根据同一方程描画出来，而且是环繞某一点（即这系統的奇点）向里或向外迴旋，它們之間存在一定的形状，因此在求相空間軌綫的过程中可以采用內插法.

在这系統瞬变变化时，g 和 v 将沿图上的軌綫变化，同时 δ 也将从一数值改变到一新数值，g 和 v 的新数值便可以从图上直接得出来. 我們可以把这运算过程倒过来，则先选择一适当的 δ 微增量 $\Delta\delta$，由于 $\frac{dv}{d\delta} = \frac{g}{v}$，便可求得 $\Delta v = \frac{g}{v}\Delta\delta$，加到原 v 上去，便可求出 v 的新值. 已知 Δv 的数值、从图上的 g–v 軌綫，便可求得 g 的新值. 同样地下一点也可求得. 倘使起始条件里 $v_0 = 0$，则 v 的第一个微增量 Δv_1 可用 $\Delta v_1 = \sqrt{g_0\Delta\delta}$ 計算. 在 g 和 v 数值到达 g–v 图上的横坐标上时（即 $g = 0$ 时），下一个微增量则可根据 $\frac{\Delta g}{\Delta v} = \frac{h}{g}$，$\frac{\Delta v}{\Delta\delta} = \frac{g}{v}$ 和 $g = \Delta g$ 关系，求得 $\Delta v_{n+1} = h_n\left(\frac{\Delta\delta_{n+1}}{v_n}\right)^2$，式中 $h_n = -\frac{B}{A}\sin\delta_n + \frac{P_i}{AM} - \left(\frac{P_i}{M}\cot\delta_n + \frac{C}{A}\sin^2\delta_n\right)v_n$，反复地使用这方法，整个瞬变过程可以用图解法得出来. 当 v 为正时，$\Delta\delta$ 总是选择为正数，直至 v 等于 0 时才改变符号. 所用的 $\Delta\delta$ 愈小，这問題的解答則愈准确，至于 $\Delta\delta$ 大小的合理选择，则可以視相邻两图形形状决定，如果选得太小了，得出的两图形将完全一样；如果选得太大了，则相差很多. 如果需要求出 δ 对时間的函数，只須从 $\frac{1}{v}$–δ 曲綫下面积，便可求出相应的时間.

三、实　　例

为了更好地說明这分析方法，让我們举出一个具体例子来研究，参数如图 3 所示.



$x_d = 1.15$ 标么值　　$M_{fd} = 1.0$ 标么值
$x_q = 0.75$ 标么值　　$L_f = 1.15$ 标么值
$x_d' = 0.30$ 标么值　　$R_f = 0.00047$ 标么值
$T_{d'0} = 6.6$ 秒　　$M = 2.56 \times 10^{-6}\ \dfrac{\text{标么值功率-秒}^2}{\text{度}}$

图　3

把这些参数代入(2)式，即得

$$\frac{d^3\delta}{dt^3} + 0.501\frac{d^2\delta}{dt^2} - \cot\delta\frac{d\delta}{dt}\frac{d^2\delta}{dt^2} + 3122\cot\delta\frac{d\delta}{dt} + $$
$$+ 14.31\sin^2\delta\frac{d\delta}{dt} + 727.6\sin\delta - 630 = 0, \tag{6}$$

如将 δ 用弧度来表示并采用一新时間变数 $\tau = 3t$，同时将 $\dfrac{d^2\delta}{d\tau^2} = \dfrac{1}{9}\dfrac{d^2\delta}{dt^2}$，$\dfrac{d\delta}{d\tau} = \dfrac{1}{3}\dfrac{d\delta}{dt}$ 和 $\dfrac{d^3\delta}{d\tau^3}$ 分别用 g'、v' 和 $g'\dfrac{dg'}{dv'}$ 代替，式(6)于是变成

$$g'\frac{dg'}{dv'} + 0.167\,g' - \cot\delta g'v' + 6.05\cot\delta v' + $$
$$+ 0.0278\sin^2\delta v' + 0.47\sin\delta - 0.407 = 0. \tag{7}$$

当这方程的以 g'、v' 和 δ 为坐标的空間軌綫經过 $\delta = \delta_i$ 附近时，我們便可以假定 $\delta = \delta_i =$ 某一数值，在这瞬間，这方程便相当于 g' 与 v' 的一阶方程

$$\frac{dg'}{dv'} = \frac{-F(g') - v'}{\phi(g')}, \tag{8}$$

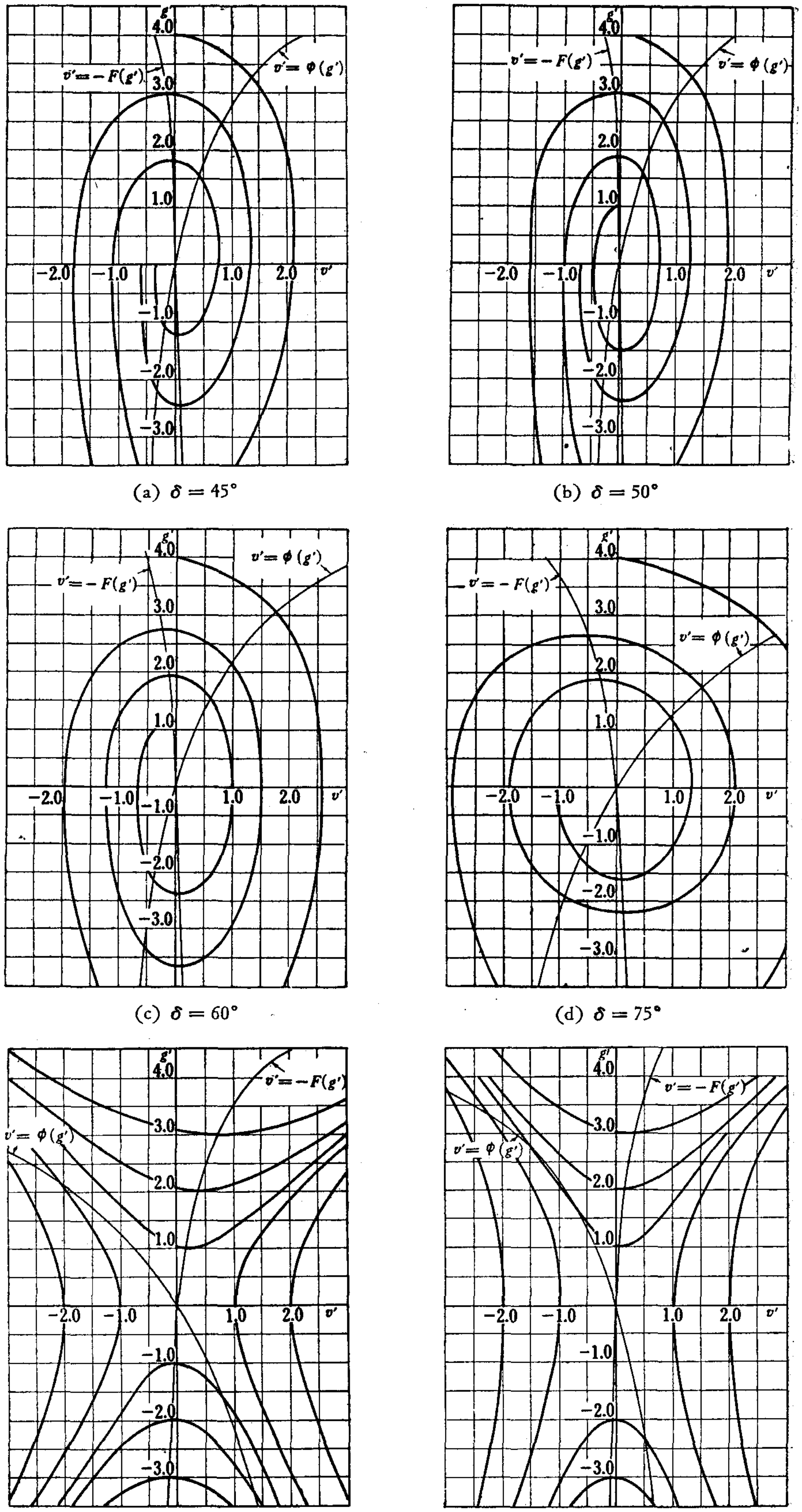
式中

$$F(g') = \frac{0.167\,g' + 0.47\sin\delta_i - 0.407}{-\cot\delta_i g' + 6.05\cot\delta_i + 0.0278\sin^2\delta_i},$$

$$\phi(g') = \frac{g'}{-\cot\delta_i g' + 6.05\cot\delta_i + 0.0278\sin^2\delta_i}.$$

一組相当于各个 δ 数值的 g-v 軌綫，便可以画出，如图 4 (a) 到 (f) 所示.

假定这瞬变过程从 $g_0 = 36\left(g_0' = \dfrac{36}{9} = 4\right)$，$v_0 = 0\left(v_0' = \dfrac{0}{3} = 0\right)$，$\delta = 45° = 0.7854$ 弧度开始(起始条件)，选择 $\Delta\delta_1 = 5° = 0.0873$ 弧度，便可求得 $\Delta v_{1a}' = \sqrt{g_0'\Delta\delta_1} = \sqrt{4 \times 0.0873} = 0.591$，$v_{1a}'$ 因此等于 $v_0' + \Delta v_{1a}' = 0.591$，从图 $\delta_i = 45° = 0.7854$ 弧度(图 4(a))上的 g-v 軌綫，求得 $g_{1a}' = 3.84$. 同样的在图 $\delta = 50° = 0.872$ 弧度(图 4(b))上，



(a) $\delta=45^\circ$ (b) $\delta=50^\circ$

(c) $\delta=60^\circ$ (d) $\delta=75^\circ$

(e) $\delta=105^\circ$ (f) $\delta=120^\circ$

图 4

求得 $g'_{1a}=3.82$，它們的平均数值 $g'_{1aav}=3.83$，$v'_{1a}=0.591$，将被取来当作 $\delta=50°=0.872$ 弧度时 g'_1 和 v'_1 的第一近似值。利用这对数值来求得 $\Delta v'_{1b}=\frac{g'_{1aav}}{v'_{1a}}\Delta\delta_1=\frac{3.83}{0.591}\times 0.0873=0.566$，$v'_{1b}$ 因此等于 $v'_0+\Delta v'_{1b}=0.566$，从图 $\delta_i=45°$ 和 $\delta=50°$（图 4a 和 b）上的 g-v 軌綫求得 $g'_{1b}=3.84$ 和 3.84，它們的平均数值 $g'_{1bav}=3.84$，$v'_{1b}=0.566$ 便是 $\delta=50°$ 时 g'_1 和 v'_1 的第二近似值，同样可以求得 g'_1 和 v'_1 的第三近似值 $g'_{1cav}=3.83$ 和 $v'_{1c}=0.591$ 和 g'_1 和 v'_1 的第四近似值 $g'_{1dav}=3.84$ 和 $v'_{1d}=0.566$。引用客他数值計算的法則，相应于 $\delta=50°$ 时的 g'_1 和 v'_1 分别为

$$g'_1=\frac{1}{6}(g'_{1aav}+2g'_{1bav}+2g'_{1cav}+g'_{1dav})=3.835,$$

和

$$v'_1=\frac{1}{6}(v'_{1a}+2v'_{1b}+2v'_{1c}+v'_{1d})=0.5785.$$

第二个微增量 $\Delta\delta_2=10°=0.1746$ 弧度，$\Delta v'_{2a}=\frac{g'_1}{v'_1}\Delta\delta_2=\frac{3.835}{0.5785}\times 0.1746=1.157$ 弧度/秒，从图 $\delta=50°$ 和 $\delta=60°$ 上求得 $g'_{2a}=2.6$ 和 3.05，相应于 $\delta=60°$ 时 g'_2 和 v'_2 的第一近似値因此等于 $g'_{2aav}=\frac{1}{2}(2.6+3.05)=2.83$ 和 $v'_{2a}=v'_1+\Delta v'_{2a}=0.5785+1.157=1.736$。同样地可求得第二近似值 $g'_{2bav}=3.69$，$v'_{2b}=0.863$，第三近似值 $g'_{2cav}=3.37$，$v'_{2c}=1.324$ 和第四近似值 $g'_{2dav}=3.60$，$v'_{2d}=1.024$。相应于 $\delta=60°$ 时的 g'_2 和 v 分别为

$$g'_2=\frac{1}{6}(g'_{2aav}+2g'_{2bav}+2g'_{2cav}+g'_{2dav})=3.425,$$

$$v'_2=\frac{1}{6}(v'_{2a}+2v'_{2b}+2v'_{2c}+v'_{2d})=1.189,$$

依此类推，g'_3、$g'_4\cdots\cdots$；v'_3、$v'_4\cdots\cdots$；δ_3、$\delta_4\cdots\cdots$ 便不难求得（見表 1）。假使 g，v 和 δ 的数值点在一三度空間的坐标上，将能得出一空間曲綫来表示出在瞬变状态时这三个变数的关系。把 $1/v$ 与 δ 数值点在方格坐标上，从曲綫下面积，将可得出相应的时間，因此，这电力机械振蕩曲綫（δ 对 t 的函数）便不难求出如图 5 所示，在同图上同时画出应用数值計算所得的結果以作比較。

表　1

δ(弧度)	$v'=\frac{d\delta}{d\tau}$	$g'=\frac{d^2\delta}{d\tau^2}$	$v=\frac{d\delta}{dt}$ 弧度/秒	$g=\frac{d^2\delta}{dt^2}$ 弧度/秒^2	$1/v$
0.7854(45°)	0	4.0	0	36	∞
0.872(50°)	0.5785	3.835	1.74	34.5	0.575
1.045(60°)	1.189	3.425	3.57	30.8	0.280
1.310(75°)	1.695	3.070	5.08	27.6	0.197
1.570(90°)	2.075	2.960	6.22	26.6	0.161
1.830(105°)	2.415	3.047	7.25	27.4	0.138
2.100(120°)	2.734	3.310	8.20	29.8	0.122

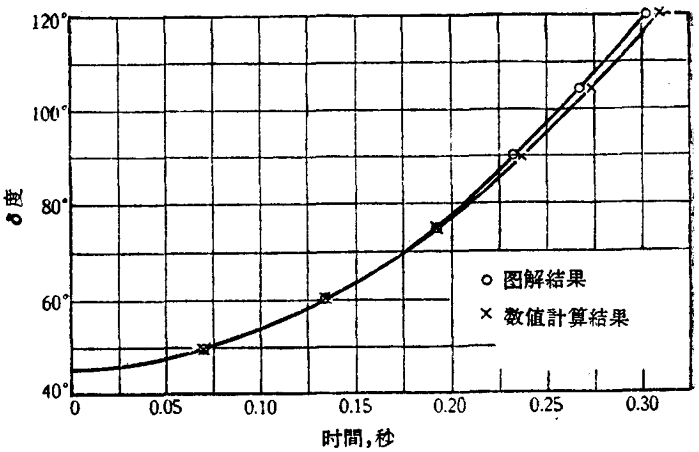


图 5

四、結　　論

应用本文的分析方法，可以对电力机械振蕩問題作进一步深入的分析，把在振蕩过程中励磁回路磁通衰减的影响考虑进去和采用哥列夫-派克的电机准确表示方法，使分析結果与实际情况更接近一步.

通过拓扑图形分析，可以看出，这电力机械振蕩系統在某一起始条件下的不稳定的瞬变过程可能是很明显地飞越出去，也可能是在往复几次后才趋于崩潰的(曾把这問題放在模拟計算机上研究，得出同样結果). 因此在一般采用分段計算法来求解的过程中，当 δ 数值一开始回降便認为这系統是稳定而不需再継續計算下去，这样做法似欠安全.

用相空間方法来研究电力机械非綫性振蕩系統有它一定的价值，它将能帮助我們得到这系統反应的拓扑形象表示，从而可以更容易地看出这振蕩系統的本質.

采用本文后部所建議的图解方法，求解象这样复杂的問題所需的时間，主要是耗在軌綫的描繪上，已知一起始条件后去求这瞬变过程所費的时間很少，因此一旦这些軌綫被描繪出，便能容易地找出在許多不同的起始情况下的瞬变过程，这在用探測法的工程計算如上述問題的动态稳定极限計算时很有帮助.

这个分析和計算方法，和其它方法一样，也可以借助数字或模拟計算机来进行. 但是因为这方法是根据系統运动方程的拓扑形象分析，不单純是数值計算，因此在图解过程中更能得出这非綫性系統本質的概貌，捉摸得住这系統的变化規律，而不至为这复杂的数学所迷惑. 在定性分析时能得到定量的关系，在定量分析时也能得到定性的概念.

本文所建議的分析方法，可以应用到电力机械振蕩以外的非綫性振蕩系統，并可把这原理推广应用到三阶以上的非綫性振蕩問題.

附　　录

根据哥列夫-派克同步电机理論和图 3 的网路并考虑磁通衰减影响，可以写出下列一組基本方程(見图 6):

$$e_d = x_q i_q, \tag{A1}$$

$$e_q = E_{fd} - x_d i_d, \tag{A2}$$

$$x_d = \omega L_d, \tag{A3}$$

$$x_q = \omega L_q, \tag{A4}$$

$$E_{fd} = \omega M_{fd} i_f, \tag{A5}$$

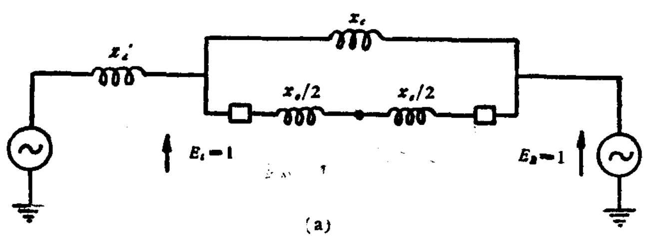
$$P_u = (E_{fd} - (x_d - x_q) i_d) i_q, \tag{A6}$$

$$i_d = \frac{e_q}{x_p} - \frac{E_B}{x_B}\cos\delta, \tag{A7}$$

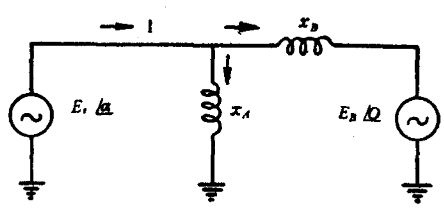
$$i_q = -\frac{e_d}{x_p} + \frac{E_B}{x_B}\sin\delta, \tag{A8}$$

$$e_f = (L_f p + R_f) i_f - M_{fd} p i_d, \tag{A9}$$

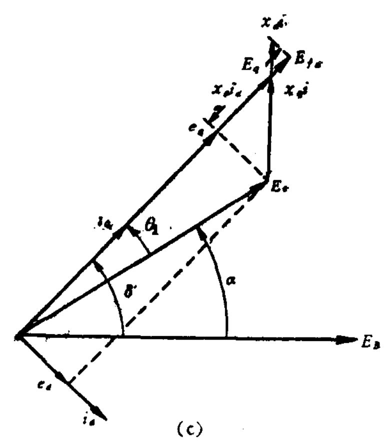
$$M\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_i - P_u. \tag{A10}$$



(a)



(b)



(c)

图 6

从这組方程便可以导出下列一对联立方程：

$$M\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_i - \frac{\omega M_{fd} x_p E_B}{x_B(x_p + x_d)} i_f \sin\delta - \\ - \frac{(x_d - x_q) x_p^2 E_B^2}{2x_B^2 (x_p + x_q)(x_p + x_d)} \sin 2\delta, \tag{A11}$$

$$\left(L_f - \frac{\omega M_{fd}^2}{x_p + x_d}\right)\frac{di_f}{dt} = e_f - R_f i_f + \frac{M_{fd} x_p E_B}{x_B(x_d + x_p)} \sin\delta \frac{d\delta}{dt}. \tag{A12}$$

消除 i_f（由于非綫性关系在消除 i_f 过程中不能采用 p 式，否则将遺漏两个主要項），卽得变数 δ 的三阶非綫性方程

$$\frac{1}{R_f}\left(L_f-\frac{\omega M_{fd}^2}{x_d+x_p}\right)\frac{d^3\delta}{dt^3}+\frac{d^2\delta}{dt^2}-\frac{1}{R_f}\left(L_f-\frac{\omega M_{fd}^2}{x_p+x_d}\right)\cot\delta\frac{d\delta}{dt}\frac{d^2\delta}{dt^2}+$$
$$+\left[\frac{P_i}{MR_f}\left(L_f-\frac{\omega M_{fd}^2}{x_p+x_d}\right)\cot\delta+\frac{\omega M_{fd}^2E_B^2x_p^2}{MR_fx_B^2(x_d+x_p)^2}\sin^2\delta\right]\frac{d\delta}{dt}+$$
$$+\frac{\omega M_{fd}x_pE_Be_f}{MR_fx_B(x_d+x_p)}\sin\delta-\frac{P_i}{M}=0. \tag{A13}$$

若代入下列式子：

$$A=\frac{1}{R_f}\left(L_f-\frac{\omega M_{fd}^2}{x_d+x_p}\right);$$
$$B=\frac{\omega M_{fd}x_pE_Be_f}{MR_fx_B(x_d+x_p)};$$
$$C=\frac{\omega M_{fd}^2x_p^2E_B^2}{MR_fx_B^2(x_d+x_p)^2},$$

则方程(13)可以写成

$$A\frac{d^3\delta}{dt^3}+\frac{d^2\delta}{dt^2}-A\cot\delta\frac{d\delta}{dt}\frac{d^2\delta}{dt^2}+\left(\frac{P_iA}{M}\cot\delta+C\sin^2\delta\right)\frac{d\delta}{dt}+$$
$$+B\sin\delta-\frac{P_i}{M}=0. \tag{A14}$$

符 号 說 明

E_{fd} = 与 i_f 成正比的电压；
E_t = 发电机端电压；
e_q = 发电机端电压的横軸分量；
i_d = 电枢电流的縱軸分量；
i_f = 励磁电流；
L_q = 横軸电枢自感；
X_AX_B = 电抗；
X_q = 电机横軸电抗；
X_e = 外电抗；
R_f = 磁場电阻；
E_B = 无穷大汇流排的电压；
e_d = 发电机端电压的縱軸分量；
e_f = 励磁电压；
i_q = 电枢电流的横軸分量；
L_d = 縱軸电枢自感；
L_f = 磁場自感；
X_d = 电机縱軸电抗；
X_d' = 电机縱軸瞬变电抗；
X_p = X_A 与 X_B 并联等值电抗；
M_{fd} = 磁場和电枢縱軸間互感.

参 考 文 献

[1] Van Ness, J. E., Synchronous Machine Analog for Use With the Network Analyzer, *Power Apparatus and Systems*, Oct. 1954, pp 1054-60.

[2] Goodrich, R. D., Accurate Computation of 2-Machine Stability, *Trans. AIEE.*, **71** Pt III 1952, pp 577-81.

[3] Ku, Y. H., Acceleration Plane Method for Non-linear Oscillation, Symposium on Non-linear Circuit Analysis, Brooklyn Polytechnic Institute, J. W. Edwards Bros. Ann Arbor, Dec. 1953.

[4] Hopkin, A. M. & Morimi Iwama, A Study of a Predictor-type Air-frame Controller Designed by Phase Space Analysis, *Trans. AIEE* Pt II, **75**, 1956, pp 1-9.

[5] Bow, S. T. and J. E., Van Ness, Use of Phase Space in Transient Stability Studies, *Trans. AIEE.* Pt

II **77**, 1958, pp 187-91.

[6] Хухриков С. С., Приближенний численный метод расчета переходный процессов в линейных и нелинейных системах, Государственное Издательство Оборонной Промышленности, 1957.

[7] Башарин, А. В., Расчет нелинейних систем управления, Государственное Энергетическое Издательство, 1960.

[8] 鲍城志，图解三次非綫性微分方程，中国科学院机电研究所研究工作报告，1957 年 10 月.

[9] 鲍城志，自动控制系統中高阶非綫性方程的图解法，中国科学院电工研究所研究工作报告，1959 年 7 月.

GRAPHICAL ANALYSIS OF THE NONLINEAR POWER SYSTEM OSCILLATION

S. T. Bow

Abstract

In this paper the author has made a complete topological analysis on a machine oscillation problem governed by a third order nonlinear differential equation of the following form:

$$A\frac{d^3\delta}{dt^3}+\frac{d^2\delta}{dt^2}-A\cot\delta\frac{d\delta}{dt}\frac{d^2\delta}{dt^2}+\left(\frac{P_iA}{M}\cot\delta+C\sin^2\delta\right)\frac{d\delta}{dt}+B\sin\delta-\frac{P_i}{M}=0$$

and has suggested a simple graphical method for the system performance computation. A numerical example is given for illustration.

关于核子与氘核散射相移的非单值性一文的更正

財 学 丹

(内 蒙 古 大 学)

在物理学报 18 卷 4 期发表的“核子与氘核散射相移的非单值性”一文中，(16)式及(17)式有誤，应作以下更正

$$\left.\begin{aligned}\delta'^{j}_{j+\frac{3}{2}}&=\delta^{j}_{j-\frac{1}{2}},\\ \delta'^{j}_{j+\frac{1}{2}}&=\delta_{j-\frac{3}{2}},\\ \delta'^{j}_{j-\frac{1}{2}}&=\delta^{j}_{j+\frac{3}{2}},\\ \delta'^{j}_{j-\frac{3}{2}}&=\delta^{j}_{j+\frac{1}{2}},\end{aligned}\right\}\text{改为}\quad\left.\begin{aligned}\delta'^{j}_{j+\frac{3}{2}}&=\delta^{j}_{j-\frac{3}{2}},\\ \delta'^{j}_{j+\frac{1}{2}}&=\delta^{j}_{j-\frac{1}{2}},\\ \delta'^{j}_{j-\frac{1}{2}}&=\delta^{j}_{j+\frac{1}{2}},\\ \delta'^{j}_{j-\frac{3}{2}}&=\delta^{j}_{j+\frac{3}{2}}.\end{aligned}\right\}\qquad(16)$$

以及

$$\varepsilon'_{j+\frac{3}{2}}=\mathrm{tg}^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{\left(j-\frac{1}{2}\right)\left(j+\frac{3}{2}\right)}}-\varepsilon_{j+\frac{3}{2}}\ \text{改为}\ \varepsilon'_{j+\frac{3}{2}}=\mathrm{tg}^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{\left(j-\frac{1}{2}\right)\left(j+\frac{3}{2}\right)}}-\varepsilon_{j+\frac{1}{2}},\qquad(17)$$

作者感謝黃念宁同志[1]指出此处錯誤.

[1] 黃念宁：論散射过程相移分析中的不定性問題(待发表).