

瑞利衰落信道下多跳无线信道及其分集系统的误码率

程卫军, 胡健栋

(北京邮电大学, 北京 100876)

摘要:基于无线中继的概念,研究了多跳无线信道及其2个简单的多跳和多路由分集系统。在平坦瑞利衰落下,分别导出了这些系统再生和非再生中继时的BPSK平均误码率。数值分析和仿真表明,在多跳信道和多跳分集系统中误码率随跳数的增加而下降;多路由分集系统随路由数的增多性能有较大改善。比较了再生中继性能在低信噪比时优于再生中继,在高信噪比时两者性能相似。

关键词:多跳信道;多跳分集;多路由分集

中图分类号:TN914.4 **文献标识码:**A

0 引言

随着个人通信的发展,未来的移动通信系统将需要高速率的数据业务。然而数据速率愈高,由于路径损耗和多径效应,相同发送功率时覆盖区域将减少,使得基站之间的距离也越来越近。若提高发送功率以延伸系统的覆盖,这不仅增加发送成本,而且也增加对其它用户的干扰,更使移动终端的电池过快消耗。最近几年,多跳传输在无线通信系统中的研究已得到广泛关注^[1,2]。它不再是传统意义下的基站和移动用户间的直接通信,而是基于无线中继技术,借助1个或多个固定或移动的中继节点来传输信源的信息到目的节点,从而形成多跳或多路由分集的传输网络。这种多跳传输可实现高速数据分集发送,也可处于深衰落或阴影区的移动终端建立可靠的链路连接。尤其目前这种多跳传输的应用如ad-hoc网和多跳蜂窝网,将使得在现有条件下实现高速率数据传输、增加覆盖和提高容量成为可能。

然而无线移动信道是复杂时变的,主要表现为多径衰落和阴影效应。对于如何在多跳信道下实现可靠的数据传输问题,目前已有多种分集合作模型被研究。文献^[3-5]分别提出了由3个移动终端构成的合作网络,文献^[6]分析了1个阴影衰落下的多用户分集系统,文献^[7]研究了多跳信道的理论特性。而本文主要分析了瑞利衰落信道下多个用户中继时多

跳无线信道及其2个简单分集系统的平均误码率,分别导出了它们的数学描述,最后进行了数值分析和仿真研究。考虑到中继终端的天线不能同时接收和发送同一频率的信号,笔者假设各跳间子信道是正交的,如时分、频分或码分。为了分析的方便,假设研究的信道模型为慢时变平坦瑞利衰落信道,并且不考虑由于中继而产生的处理和传播时延。

1 多跳无线信道模型

由图1所示,多跳无线信道由1个信源终端S,1个目的终端D和L个中继终端R组成,共有L+1跳子信道。中继终端R对前端节点发送的信息有2种

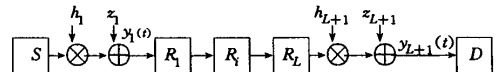


图1 多跳无线通信信道
Fig. 1 Multi-hop wireless channel

处理方式:一种是放大中继,即对接收的衰落信号进行放大后再发送,也称模拟中继或非再生中继;另一种是解码中继,即对接收的衰落信号经过解码、再编码、再发送的过程,也称数字中继或再生中继。非再生中继在传输信号的同时也传播了噪声,而仅在目的终端处进行信息的解码处理;再生中继不传播噪声,但每1个中继终端都有解码误差,在整个多跳链路中存在误码累积。

定义接收信号的信噪比(SNR)为

· 收稿日期:2003-07-14

作者简介:程卫军(1973-),男,山东菏泽人,博士研究生,主要从事分集技术、空时编码和多跳网络。胡健栋,男,教授,博士生导师,主要从事多址技术和移动ad-hoc网络。

$$\gamma = \frac{|h|^2 \varepsilon}{N} \quad (1)$$

在瑞利衰落信道下,由于传输系数 $|h|$ 是瑞利分布,则 $|h|^2$ 和 SNR 服从指数分布,其均值为 $\bar{\gamma} = \frac{\Omega \varepsilon}{N}$ 。其中, ε 是发送信号的能量; N 是加性噪声的方差; h 是信道的发送系数,为独立复高斯随机变量,具有零均值,方差为 Ω 。

1.1 非再生中继

假设信源 S 发送双极性信号 $x(t)$,并假设各发送节点具有相同的发送信号功率,则终端 D 接收的信号为

$$y_{L+1}(t) = \prod_{i=1}^L (\alpha_i h_i) h_{L+1} \sqrt{\varepsilon_0} x(t) + \sum_{i=1}^L \left(\prod_{k=i}^L \alpha_k h_{k+1} \right) z_i(t) + z_{L+1}(t) \quad (2)$$

其中, ε_0 是 S 和 R 发送信号的能量; $z_i(t)$ 是各跳子信道加性噪声,为相互独立的白色复高斯分布序列,具有零均值,方差为 N_i ; h_i 是各跳子信道的发送系数,为独立复高斯随机变量,具有零均值,方差为 Ω_i ; α_i 是 R_i 放大中继时的放大增益。

由式(1),接收信号 $y_{L+1}(t)$ 的 SNR 可写为

$$\gamma = \frac{\prod_{i=1}^L |\alpha_i h_i|^2 |h_{L+1}|^2 \varepsilon_0}{\sum_{i=1}^L \left(\prod_{k=i}^L |\alpha_k h_{k+1}|^2 \right) N_i + N_{L+1}} \quad (3)$$

为满足中继终端 R 的发送功率约束和构造最佳接收机,若采用接收均衡的方法,即中继终端 R_i 的放大增益 α_i 来补偿前一级子信道的衰落 h_i ,故取 $\alpha_i h_i = 1$,式(3)可变为

$$\gamma = \frac{|h_{L+1}|^2 \varepsilon_0}{\sum_{i=1}^L \left| \frac{h_{L+1}}{h_i} \right| N_i + N_{L+1}} = \left[\sum_{i=1}^{L+1} \left(\frac{1}{\gamma_i} \right) \right]^{-1} \quad (4)$$

式(4)中, $\gamma_i = |h_i|^2 \varepsilon_0 / N_i$,其均值为 $\bar{\gamma}_i = \Omega_i \varepsilon_0 / N_i$, $i \in (1, L+1)$ 。

由式(4)知, $\gamma < \min_{i \in (1, L+1)} (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_i, \dots, \gamma_{L+1})$ 。若取 γ 的近似值 γ_u ,即 $\gamma_u = \min_{i \in (1, L+1)} (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_i, \dots, \gamma_{L+1})$ 。因 $(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_i, \dots, \gamma_{L+1})$ 是独立指数变量,则最小值 γ_u 也是指数变量^[4],其均值为 $\bar{\gamma}_u$ 。可求得它的概率密度函数(PDF)为

$$P_{\gamma_u}(\gamma) = \sum_{i=1}^{L+1} P_{\gamma_i}(\gamma) \prod_{k=1, k \neq i}^{L+1} (1 - P_{\gamma_k}(\gamma))$$

其中, $P_i(\gamma) = \frac{1}{\bar{\gamma}_i} e^{-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}_i}}$ 为 γ_i 的 PDF; $P_{\gamma_i}(\gamma) = 1 - e^{-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}_i}}$

为 γ_i 的累积分布函数(CDF)。

若假设 $(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_i, \dots, \gamma_{L+1})$ 为独立同分布的指数变量,且 $\bar{\gamma}_u = \bar{\gamma}_i$, $i \in [1, L+1]$,则上式可写为

$$P_{\gamma_u}(\gamma) = \frac{L+1}{\bar{\gamma}_u} e^{-\frac{(L+1)\gamma}{\bar{\gamma}_u}} \quad (5)$$

故 γ_u 的矩生函数为

$$M_{\gamma_u}(s) = \int_0^{\infty} P_{\gamma_u}(\gamma) e^{s\gamma} d\gamma = \frac{L+1}{1+L-\bar{\gamma}_u s} \quad (6)$$

由式(6)可得多跳链路非再生中继时 BPSK 的误码率^[8]:

$$P_{eT} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} M_{\gamma_u} \left(-\frac{1}{\sin^2 \varphi} \right) d\varphi \quad (7)$$

1.2 再生中继

再生中继不同于非再生中继,是每个中继节点都对前一级节点发送的信息进行解码、再编码和再发送,也就意味着源节点的信息经历了多次解码过程才完成信息的重构。并且这些解码过程都是相对独立的,与其前后子信道无关,则每一跳的信噪比决定于它本身子信道的特性。若设第 i 跳的误码率为 P_{ei} ,则多跳中继信道的总误码率为

$$P_{eT} = 1 - \prod_{i=1}^{L+1} (1 - P_{ei}) \quad (8)$$

若 $P_{ei} \ll 1$,则式(8)可变为

$$P_{eT} = 1 - \prod_{i=1}^{L+1} (1 - P_{ei}) \approx \sum_{i=1}^{L+1} P_{ei}$$

若设每跳的误码率相等,则 $P_{eT} = 1 - (1 - P_e)^{L+1} \approx (L+1)P_e$ 。

考虑二进制双极性调制的情况,在多跳解码时有负负得正的特性,即前一跳进行如下的错误解码在后一跳解码时有得以纠错的概率,利用自然数组合语言的方法对式(8)进行如下修正。

设有自然数集合 $N = [1, n]$,令 k 是奇数。从 N 取任意 k 个自然数进行不同组合,则构成子集 c_{kx} , x 为其编号。令集合 $C_k = \{c_{k1}; c_{k2}; \dots; c_{kx}\}$,其中 c_{kx} 是第 x 个子集, $t = C_k^*$ 是从 n 个自然数取任意 k 个的组合数;又设 c_{n-kx} 是集合 N 中删去 c_{kx} 子集后的集合,则多跳信道再生中继时的总误码率数学解析式可写为

$$P_{eTn} = \sum_{k \in [1, n]} \left\{ \sum_{j \in C_k} \left[\prod_{i \in c_{kj}} P_{ei} \prod_{m \in c_{n-kj}} (1 - P_{em}) \right] \right\} \quad (9)$$

若设每跳有相同的误码率,式(9)可简化为

$$P_{eTn} = \frac{1}{2} [1 - (1 - 2P_e)^{L+1}] \quad (10)$$

式(9)和式(10)的证明见附录。

如图1所示, $n = L+1$ 。当 $L=1$,有 $k \in \{1, 2\}$,

$C_1 = \{c_{11}; c_{12}\} = \{1; 2\}$, 则 $c_{2-11} = \{2\}, c_{2-12} = \{1\}$ 。
故得两跳信道的误码率为

$$P_{eT2} = \sum_{k \in [1,2]} P_{ek} - 2 \prod_{k \in [1,2]} P_{ek} \quad (11)$$

当 $L = 2$, 则有 $k \in \{1, 2, 3\}$ 。 $k = 1$ 时, 有 $C_1 = \{c_{11}; c_{12}; c_{13}\} = \{1; 2; 3\}$, 则 $c_{3-11} = \{2, 3\}, c_{3-12} = \{1, 3\}, c_{3-13} = \{1, 2\}$; $k = 3$ 时, 有 $C_3 = \{c_{31}\} = \{1, 2, 3\}$, 则 $c_{3-31} = \{\emptyset\}$ 。故得三跳信道的误码率为

$$P_{eT3} = \sum_{k \in [1,3]} P_{ek} - 2 \sum_{i \in [1,3]} \left(\prod_{\substack{k \in [1,3] \\ k \neq i}} P_{ek} \right) + 4 \prod_{k \in [1,3]} P_{ek} \quad (12)$$

2 多路由分集系统

多路由分集系统信道模型由 1 个发送终端 S , M 个中继终端 R 和 1 个接收终端 D 组成, 如图 2 所示。由 S 发送的信息经 $M+1$ 条路径到达 D , 1 个是单跳路径, 由 S 直接到达 D ; 其余均为两跳路径, 由 S 经 R 到达 D 。

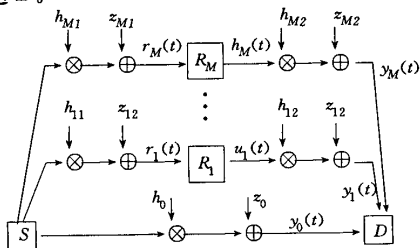


图2 多路由分集系统
Fig. 2 Multi-route diversity system

2.1 非再生中继

由(4)式, 取 $L = 1$, 则第 m 条路由的 SNR 为

$$\gamma_m = \frac{\gamma_{m1}\gamma_{m2}}{\gamma_{m1} + \gamma_{m2}} \quad (13)$$

故由式(6)知, 式(13)的矩生函数为

$$M_{\gamma_m}(s) = \frac{2}{2 - \bar{\gamma}_m s} \quad (14)$$

另外, $M_{\gamma_u}(s) = \int_0^\infty P_{\gamma_u}(\gamma) e^{s\gamma} d\gamma = \frac{1}{1 - \bar{\gamma}_0 s}$, 其中,

$P_{\gamma_u}(\gamma) = \frac{1}{\bar{\gamma}_0} e^{-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}_0}}$ 。在接收终端 D 处共有 $M+1$ 条独立路径, 若采用最大比分集合并(MRC), 则终端 D 接收机的平均 SNR, $\bar{\gamma}_D = \sum_{m=0}^M \bar{\gamma}_m$, 因此矩生函数为

$M_{\gamma_D}(s) = \prod_{m=0}^M M_{\gamma_m}(s)$, 可得多路由分集系统非再生中继时 BPSK 的误码率为

$$P_e = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \prod_{m=0}^M M_{\gamma_m} \left(-\frac{1}{\sin^2 \varphi} \right) d\varphi$$

设各中继信道有相同的平均 SNR, 则上式可变为

$$P_e = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} M_{\gamma_u} \left(-\frac{1}{\sin^2 \varphi} \right) [M_{\gamma_u} \left(-\frac{1}{\sin^2 \varphi} \right)]^M d\varphi \quad (15)$$

2.2 再生中继

由式(11)可知, 第 m 条路由的误码率为

$$P_{em} = P_{em1} + P_{em2} - 2P_{em1}P_{em2}$$

其中, P_{em1} 和 P_{em2} 为第 m 条路由 2 个子信道的再生误码率。由于各路由是相互独立的, 根据各路由的误码率计算该路由的接收信噪比, 然后求得合并后的误码率。以 BPSK 为例, 第 m 条路由瑞利衰落的误码率可记为

$$P_{em} = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_m}{1 + \bar{\gamma}_m}} \right)$$

若 $\gamma_m \gg 1$, 由上式可求得:

$$\bar{\gamma}_m = \frac{(1 - 2P_{em})^2}{4P_{em}(1 - P_{em})} \approx \frac{1}{4P_{em}}$$

所以, 根据最大比分集合并误码率, 多路由分集系统的误码率可表示为^[9]

$$P_e = \binom{2M-1}{M} \prod_{m=1}^M P_{em} \quad (16)$$

3 多跳分集系统模型

在图 3 所示的分集系统中, 有 2 个独立信道。1 个为多跳信道, 有 L 个中继终端; 另 1 个为单跳信道。

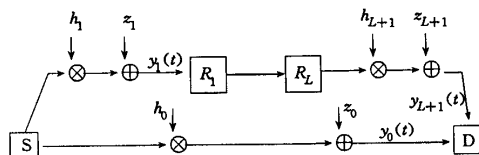


图3 多跳分集系统
Fig. 3 Multi-hop diversity system

3.1 非再生中继

同理, 根据式(15), 对 BPSK 调制, 多跳分集系统非再生中继时的平均误码率可写为

$$P_e = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} M_{\gamma_0} \left(-\frac{1}{\sin^2 \varphi} \right) M_{\gamma_u} \left(-\frac{1}{\sin^2 \varphi} \right) d\varphi \quad (17)$$

3.2 再生中继

图 3 中若设多跳信道的各子信道具有相同的误码率, 则由式(10)可得多跳信道的误码率为

$$P_{em} = \frac{1}{2} [1 - (1 - 2P_{em})^{L+1}]$$

同理, 根据式(16), 可得多跳分集系统再生中继的误码率为

$$P_e = 3P_{eM} \cdot P_{e0} \quad (18)$$

其中, $P_{e0} = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_0}{1 + \bar{\gamma}_0}}\right)$ 为单跳信道的误码率, $\bar{\gamma}_0$ 为单跳信道的平均 SNR。

4 数值分析和仿真研究

在这部分,我们对多跳无线信道及其 2 个分集系统再生和非再生中继时的误码率性能做了分析和比较。仿真模型为平坦瑞利衰落,各跳子信道具有相同的信道参数,选取符号速率 $V = 256$ k,收发端滤波器滚降因子 $\alpha = 0.5$,多普勒频移 $f_d = 200$ Hz,每径波形数 $n = 8$ 等参数,调制方式为 BPSK。我们对中继节点数 $L = 0, 1, 3$ 时进行了分析和仿真。从图 4 ~ 图 6 可看出,理论分析和仿真结果基本上是一致的,其中实线为理论曲线,虚线为仿真结果图。

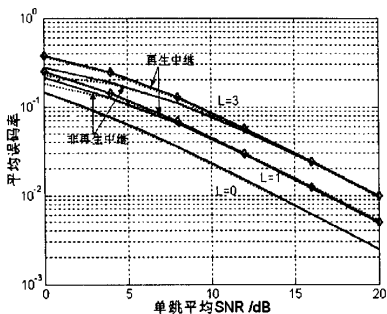


图 4 多跳信道的平均误码率
Fig. 4 Average BER of multi-hop channel

图 4 为多跳无线信道式(7)和式(10)的比较。从图 4 中可看出,信道中跳数越多,系统的性能越下降。图 5 为多路由分集系统式(15)和式(16)的分析。图 6 为多跳分集系统式(17)和式(18)的性能比较。显然,分集系统由于分集增益的作用优于没有分集的单跳系统。多路由系统中路由数越多系统的性能改善越大,但多跳分集系统的性能随跳数的增多是下降的,相似于图 4 多跳信道的性能。另外,从图 4 ~ 图 6 中还可看出非再生中继的性能在低信噪比时优于再生中继,并且随跳数增多差别越大,但在高信噪比时两者趋于相似。

可见,在多跳网络中若一条路由的跳数过多,将使通信的可靠性下降,但增加路由数可提高系统性能。这些研究也可有助于 ad-hoc 网和多跳蜂窝网中继节点和路由的选择,以改善系统通信的传输可靠性。

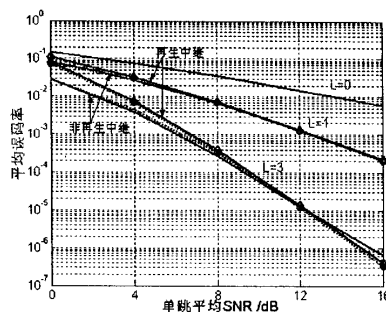


图 5 多路由分集系统的平均误码率
Fig. 5 Average BER of multi-route diversity system

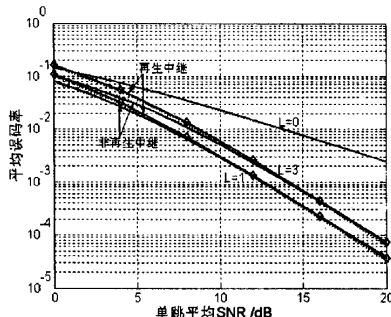


图 6 多跳分集系统的平均误码率
Fig. 6 Average BER of multi-hop diversity system

5 结论

本文主要研究和比较了多跳信道及其 2 个简单的分集系统的性能。在瑞利平衰落信道下推导了这些系统的再生和非再生中继的 BPSK 平均误码率,并进行了数值分析和仿真研究,验证了理论分析的正确性。文中对多跳网络的信道特性分析有益于 ad-hoc 网和多跳蜂窝网的中继节点选择和中继路由算法的优化,可改善多跳通信的传输可靠性。

附录:式(9)和式(10)的证明

证明:若设 C_n^m 为从 n 跳中任取 m 跳的误码率乘积项的和,则式(11)和式(12)可写为

$$P_{eT2} = C_2^1 - 2C_2^2; \quad P_{eT3} = C_3^1 - 2C_3^2 + 4C_3^3$$

所以,展开式(9)可得下式:

$$P_{eTn} = (-2)^0 C_n^1 + (-2)^1 C_n^2 + (-2)^2 C_n^3 + \dots + (-2)^{n-1} C_n^n \quad (19)$$

若证式(9)命题成立,需证:

$$P_{eT(n+1)} = (-2)^0 C_{n+1}^1 + (-2)^1 C_{n+1}^2 + \dots + (-2)^n C_{n+1}^{n+1}$$

成立。设第 $n+1$ 跳误码率为 $P_{e(n+1)}$,则由式(11),得:

$$P_{eT(n+1)} = P_{eTn} + P_{e(n+1)} - 2P_{eTn} \times P_{e(n+1)} \quad (20)$$

式(19)代入式(20),得:

$$P_{eT(n+1)} = (-2)^0 C_n^1 + P_{e(n+1)} + \dots + (-2)^{m-1} [C_n^m + C_n^{m-1} \cdot P_{e(n+1)}] + \dots + (-2)^{n-1} [C_n^n + C_n^{n-1} \cdot P_{e(n+1)}] + (-2)^n C_n^n \cdot P_{e(n+1)}$$

因 $C_{n+1}^m = C_n^m + C_n^{m-1} \cdot P_{e(n+1)}$, 所以上述命题得证。

若多跳信道中每跳子信道有相同的误码率 P_e , 则式(19)可改写为

$$P_{eTn} = (-2)^0 C_n^1 P_e + (-2)^1 C_n^2 P_e^2 + (-2)^2 C_n^3 P_e^3 + (-2)^3 C_n^4 P_e^4 + \dots + (-2)^{n-1} C_n^n P_e^n$$

设 $x = -2P_e$, 则上式为

$$P_{eTn} = \frac{1}{2} [C_n^1 x + C_n^2 x^2 + C_n^3 x^3 + C_n^4 x^4 + \dots + C_n^n x^n] = \frac{1}{2} [1 - (1+x)^n]$$

所以式(10)成立。

参考文献:

[1] LIN Y D, HSU Y C. Multihop cellular: A new cerchitecture for wireless communications [A]. Proceedings of IEEE INFOCOM, Tel-Aviv [C]. Israel, Mar 2000.

[2] FRODIGH M, PARKVALL S, ROOBOL C, et al. Future generation wireless networks [J]. IEEE personal Communications, 2001, 8 (5):10-17.

[3] SENDONARIS A, ERKIP E, AAZHANG B. Increasing uplink capacity via user cooperation diversity [A]. Proceedings of

IEEE International Symposium on Information Theory[C]. 1998. 156.

[4] LANEMAN J N, WORNELL G W. Energy-efficient antenna sharing and relaying for wireless networks [A]. Proceedings of IEEE Wireless Communications and Networking [C]. Conference, 2000. 7-12.

[5] EMAMIAN V, DAVEH M. Combating shadowing effects for systems with Transmitter diversity by using collaboration among mobile users [A]. Proceeding of the International Symposium on Communications[C]. Taiwan. 2000.

[6] EMAMIAN V, ANGHEL P, KAVEH M. Multi-user spatial diversity system in a shadow fading environment [A]. Proceeding of IEEE Vehicular Technology conference, Vancouver [C]. Canada, 2002.

[7] BOYER J. Multi-hop Wireless Communications Channels [D]. Master thesis, Carleton University, 2001.

[8] SIMON M K, ALOUINI M S. Digital communication over fading channels: A unified approach to performance analysis [M]. Wiley & Sons, 2000.

[9] PROAKIS J G. Digital Communications [M]. McGraw-Hill, Inc, New York, 3rd Edition, 1995. (编辑:刘勇)

Average BER of multi-hop wireless channel and its diversity systems in Rayleigh fading channel

CHENG Wei-jun, HU Jian-dong

(Box 92, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, P. R. China)

Abstract: Based on the concept of wireless relaying, this paper investigates multi-hop wireless channel and its two simple diversity systems; the multi-hop and multi-route diversity systems. Their expressions of average BER for BPSK of non-regenerative relaying and regenerative relaying are derived in flat Rayleigh fading channel respectively. Numerical analysis results and simulations show good agreements. The performance of multi-hop channel and multi-hop diversity system is degraded as the number of hops increases. The performance of multi-route diversity system is improved as the number of routes increases. The performance of non-regenerative relaying is superior to that of regenerative relaying at low average signal noise ratio (SNR), but the performance of the both is similar at high average SNR.

Key words: multi-hop channel; multi-hop diversity; multi-route diversity