

一个新离散非线性系统的混沌现象*

周 平

(重庆邮电学院,重庆 400065)

摘 要:提出了一个尚未见过报道的离散非线性系统,并指出此离散非线性系统存在混沌现象,其混沌吸引子很像洛伦兹混沌吸引子的轮廓。

关键词:离散非线性系统;混沌现象;混沌吸引子

中图分类号:O445.5 **文献标识码:**A

Chaotic Phenomena of One New Discrete Non-linear System

ZHOU Ping

(Institute of Optical Electronic Engineering, Chongqing

University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract: One new discrete non-linear system is given in this paper, which has not been reported so far. The author points out that in this new system there exist chaotic phenomena under suitable parameter. And the system's chaotic attractor is very much like the outline of Lorenz chaotic attractor.

Key words: Discrete non-linear system; chaotic phenomena; chaotic attractor

自90年代以来,科学界掀起了对混沌理论和实验应用研究的高潮,并取得了十分丰富的研究成果^[1~5]。然而,大多数学者在研究混沌的控制、混沌的同步和应用时都是以洛伦兹系统、蔡氏系统、Rossler系统、Henon映射、Logistic映射等系统为例进行研究,所以若能想办法构造新的混沌系统,这项工作将是有意义的。洛伦兹在《混沌的本质》一书中描述到“人们可以构建自己的混沌系统”^[6],本文的工作正是构建了一个新的离散非线性混沌系统,并取得了一些有意义的结果。

$$\begin{cases} x_{n+1} = y_n \\ y_{n+1} = x_n(1 - z_n) + dy_n \\ z_n = x_n y_n \end{cases} \quad (1)$$

式中: $d(0 < d < 0.8)$ 为系统参数,系统变量均为实数。系统的3个不动点分别为:

$$F_1 = (0, 0, 0);$$

$$F_2 = (\sqrt{d}, \sqrt{d}, d);$$

$$F_3 = (-\sqrt{d}, -\sqrt{d}, d)$$

把系统(1)在不动点 $F_i(i=1, 2, 3)$ 附近作泰勒展开,可得其雅可比矩阵为:

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 - z_F & d & -x_F \\ y_F & x_F & 0 \end{bmatrix}$$

1 一个新的离散非线性系统

本文构造的离散非线性系统为:

* 收稿日期:2000-06-13

作者简介:周平(1965-),男,副教授,研究方向:非线性动力系统中的混沌控制、混沌同步及其应用。

若系统(1)在不动点 $F_i (i=1, 2, 3)$ 处的雅可比矩阵 J 的所有特征值的模小于 1, 则此不动点是稳定的。易证不动点 F_1 是不稳定的, 经过简单分析可得不动点 F_2 和 F_3 在 $0 < d < (\sqrt{5} - 1)/2$ 是稳定的。利用李雅普诺夫指数的概念, 可得最大李雅普诺夫指数随系统参数 d 变化曲线, 部分曲线如图 1。

从图 1 中, 我们可以得到系统的最大李雅普诺夫指数在 d 取适当的值时大于零, 这就说明了系统确实处于混沌状态。计算可以发现当 d 取 0.7778 时, 系统的最大李雅普诺夫指数为: 0.13523, 此时, 我们进行了数值计算, 当取初始条件分别为 $(0.1, 0.2, 0.7)$ 和 $(0.1 + 10^{-15}, 0.2, 0.7)$ 时, 计算可以发现, 当叠代到第 198 次时, 2 种初始条件下的系统的状态值分别为 $(-1.2665, -0.8949, 1.4849)$ 和 $(0.1430, -0.1616, -0.0667)$ 。这就充分显示了系统的状态敏感地依赖于初始条件, 即系统(1)在适当参数选取下是混沌的。

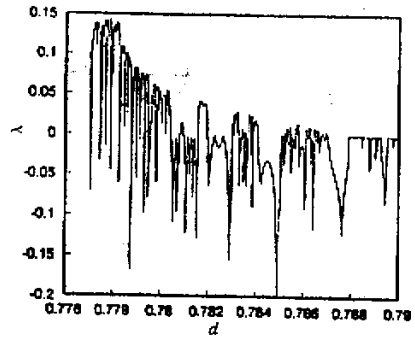


图 1 系统(1)的最大李雅普诺夫指数随参数 d 的变化曲线

2 系统处于混沌状态时的相图

我们对最大李雅普诺夫指数大于零的情况分别作出了系统的相图。本文只给出了 $d=0.7778$ 时的相图, 分别如图 2, 3, 4。有趣的是新系统在 3 个平面内的相图很像连续洛伦兹混沌系统在 3 个平面内的相图的轮廓, 这一有趣的结果有待于进一步地研究。

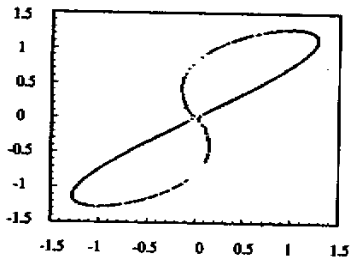


图 2 系统(1)在 $Y-X$ 平面的相图

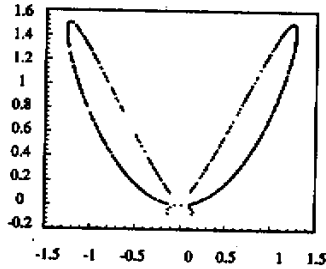


图 3 系统(1)在 $Z-Y$ 平面的相图

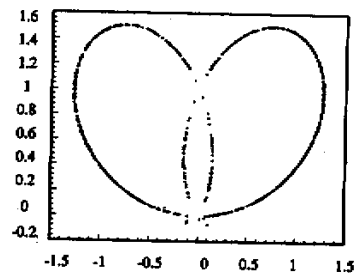


图 4 系统(1)在 $Z-Y$ 平面的相图

3 结束语

通过本文研究发现, 离散非线性系统(1)在系统参数 d 取适当的值时, 系统的最大李雅普诺夫指数为正, 此时系统的状态敏感地依赖于初始条件, 所以本文构造的离散非线性系统(1)的确存在混沌现象。

参 考 文 献

[1] PECORA L M, Carroll T L. Synchronization of chaotic systems[J]. Phys Rev Lett, 1990, 64:821.
 [2] PECORA L M, Carroll T L. Driving systems with chaotic signals[J]. Phys Rev, 1991,

A44:2374.

[3] EDWARD OTT, CESLO GREBOGI, YORKE. Controlling chaos[J]. Phys Rev Lett, 1991, 11:1196.
 [4] KOCARE L, PARLITZ U. General approach for chaotic synchronization with applications to communication[J]. Phys Rev Lett, 1995, 74:5028.
 [5] 周平. 控制离散非线性系统中不稳定动点的一种方法[J]. 物理学报, 1999, 48(10):1804.
 [6] E N. 洛伦兹. 混沌的本质[M]. 北京: 气象出版社, 1997.