

# 矢量量化的等误差竞争学习算法\*

陈善学

(重庆邮电学院, 重庆 400065)

摘要:提出了一种使各区域子误差相等的矢量量化算法,该算法利用小波变换后各子带间的相关性,合理构造矢量,采用最优矢量量化器设计原则,通过调整学习过程中各子区域的误差,使之趋于相等,改善总的期望误差,获得更接近全局最优的码书。实验表明,这种算法获得的码本优于其它几种算法。

关键词:小波变换;矢量量化;等误差原则

中图分类号:TN911.21 文献标识码:A

## 0 引言

矢量量化是一种高效的数据压缩方法,在矢量量化的设计中,核心的问题是码书的设计。如果将  $N \times K$  个信号样值组成的信源序列  $\{x_{ij}\}, i = 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots, K$ 。每  $K$  个为一组,则可将其分为  $N$  组。将每一组称为一个  $K$  维矢量,其中第  $i$  个矢量可记为:  $X_i = \{x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iK}\}$ 。把  $K$  维空间  $R_K$  无遗漏地划分为  $J$  个互不相交的子空间  $R_1, R_2, \dots, R_J$ , 即满足:  $R_1 \cup R_2 \cup \dots \cup R_J = R_K; R_i \cap R_j = \Phi, j \neq i$ 。在每一个子空间  $R_i$  中找出一个代表矢量  $Y_i = \{y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{iK}\}$ , 令矢量集  $Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_J\}$ 。  $Y$  叫码书或码本,  $Y_i$  叫码字 (code word) 或码矢 (code vector), 码书内码字的个数 (这里是  $J$ ) 叫码书的长度。矢量量化过程就是对一输入矢量  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_K\}$ , 在  $Y$  中找出一个与  $X$  最相近的  $Y_i$  代替  $X, Y_i$  是  $X$  的量化值。给  $Y_i$  一个序号, 也就构成了编码。量化过程可看成是一个从  $K$  维欧氏空间  $R_K$  到其中一个有限子集  $Y$  的映射  $Q: R_K \rightarrow Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_J\}$ 。

编码完成的映射为  $C: X \rightarrow I = \{1, 2, \dots, J\}$ 。

解码完成的映射为  $D: I = \{1, 2, \dots, J\} \rightarrow Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_J\}$ 。

收端以  $Y_i$  再现  $X$ , 必然存在失真 (量化失真), 满足:  $d(X, Y_i) = \min(d(X, Y_j)), j = 1, 2, \dots, J$ 。其中  $d(X, Y_i)$  为矢量  $X$  与码字  $Y_i$  之间的失真测度, 一般

采用的失真测度为欧氏距离的均方误差, 表达式为

$$d(X, Y_i) = \sum_{j=1}^K (x_j - y_{ij})^2$$

整个信号的平均失真为

$$D = E[d(X, Y)] = \sum_{i=1}^J E[d(X, Y_i) | X \in R_i]$$

显然  $D$  为每个区域失真的统计平均值, 可作为衡量恢复信号质量的指标。根据  $X$  在每一个划分区域内的分布情况来确定  $Y$ , 可相应获得最小失真  $D_{\min}$ 。码书的设计就是寻找最优的  $Y$ , 使失真达到最小。当维数较大时, 矢量量化尚无解析方法, 只能求助数值计算, 且联合概率密度也不易测定, 一般采用训练序列的方法, 去确定最佳码书, 以获最小的失真。

目前, 采用神经网络设计码书的研究已取得了很大的进展, 已提出的神经网络算法有竞争学习 (CL) 算法<sup>[1]</sup>、自组织特征映射 (SOFM) 算法<sup>[2]</sup>、频率敏感自组织特征映射 (FSOFM) 算法<sup>[2]</sup>、频率敏感竞争学习 (FSCL) 算法<sup>[3]</sup>。

FSOFM 和 FSCL 是 2 种较好的算法, 它们可以克服码本利用不足的缺点, 但都是基于等概原则的竞争学习算法, 对于非均匀分布的输入矢量, 是不能获得最优码本的。图像信号大多是非均匀分布情况, 这也决定了这 2 种算法不可能达到最佳化。Gersho<sup>[4]</sup> 的矢量量化误差渐近理论 (等误差原则)

\* 收稿日期: 2003-03-18

基金项目: 重庆邮电学院青年教师创新基金资助。

作者简介: 陈善学 (1966-), 男, 安徽合肥人, 副教授, 研究方向为小波分析、图像压缩技术。

提出,当输入矢量服从任意分布时,采用等误差原则可获得最优码本。本文在小波变换域采用了等误差原则提出的算法。

### 1 矢量的构造

采用双正交 9/7 小波<sup>[5]</sup>作图像的二级小波分解,其变换后小波系数的矢量构造是编码压缩的关键,可决定其后的处理能否简洁和高速,同时也必须考虑小波变换的特点、参考零树编码<sup>[6]</sup>中的父子关系,将不同分辨率下的子图象中对应同一位置的数据,按一个树结构结合在一起,生成矢量,如图 1 所示。这样整个图象可用一个统一的码书,其后还可做熵编码处理,进一步提高压缩率。这将有效地组织变换后的小波系数,也可进一步改善矢量量化的质量,从后面的实验结果也可看到这一优势。

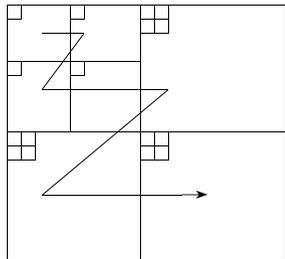


图1 矢量构造  
Fig.1 Construction of vector

### 2 等误差竞争学习算法<sup>[7-9]</sup>

最临近规则和中心准则是矢量量化设计的必要条件<sup>[7]</sup>,而 Gersho 提出码书设计的渐进优化划分理论被称为部分误差理论。根据 Gersho 理论,平滑有界的概率密度函数  $p(x)$  在码书矢量数  $N$  足够大时,最优码书矢量分布应使各子区域误差近似相等,此时可获得最优码书,这种处理称为等误差原则,可将其作为优化码书的另一必要条件。这样设计最优矢量量化器必须满足以下 3 个条件:① 最临近规则;② 中心准则;③ 各区域子误差近似相等。

等误差竞争学习算法中,在有效利用竞争学习算法的同时,考虑将等误差原则合理引入。竞争学习算法是通过具有最小误差的训练矢量来调整码矢,以获得相应的码书。这样的处理,使算法对训练序列有较强的依赖性,当引入频率敏感系数后,码书性能有所改善。总体而言,通过追踪最近距离的矢量学习而获得的码书,对大多数有着适度距离的矢量,但不是最佳的。本算法通过适当的调整距离测度,使学习过程中的码矢更多地受到有着适度距离的训练矢量影响,降低有着较小和较大距离的训练矢量对码矢的调整,使各子区域的误差都接近平均误差,也使各区域的码矢成为落入本区域中绝大多数训练矢量的代表,从而满足第 ③ 个条件。

根据上面的 3 个条件提出等误差竞争学习算法,算法步骤如下。

(1) 随机选取  $N$  个初始码本  $Y_i(0)$ , 设定第  $i$  个区域在迭代次数  $t = 0$  时与子误差相关的计数器  $S_i(0) = 1, i = 1, 2, \dots, N$ 。

(2) 训练,对于训练矢量  $X(t) \in X$ ,按下列 6 个步骤训练:

① 计算广义误差测度  $d_i(t)$ ,  $d_i(t) = S_i(t-1)^r \|x(t) - y_i(t-1)\|^2$ ,  $r$  为大于零的常数;

② 选择最小广义误差的码矢  $i, d_i = \min(d_j), j = 1, 2, \dots, N$ ;

③ 按下式调整获胜单元码矢  $i, y_i(t+1) = y_i(t) + a(t)[x(t) - y_i(t)]$ , 其中,  $a(t)$  为学习速率,这里取  $a(t) = 1/n_i(t)$ ,  $n_i(t)$  为第  $i$  个区域在第  $t$  次迭代时获胜的次数;

④ 选取一定数量的已获胜码矢的对应最小误差,计算当前的局部平均误差  $d_v$ ;

⑤ 调整与各区域子误差相关的计数器  $S_i(t)$ , 获胜单元  $i, S_i(t) = c \times S_i(t-1) + (1-c) \|x(t) - y_i(t-1)\|^2 - d_v$ ,  $x \in S_i$ , 其余单元  $j, S_j(t) = c \times S_j(t-1), j \neq i, c$  为常数,满足  $0 < c < 1$ ;

⑥ 满足误差要求或指定迭代次数时,停止。所得  $Y$  作为最后的结果——码书,否则返回步骤(2)。

由于在误差测度中加入各区域子误差相关的计数机制,克服了 CL 算法的码矢利用不足的缺陷,让接近平均误差的训练矢量优先调整码矢,促成各子区域误差趋于相等,随迭代次数的增加及平均误差的下降,算法当然能迅速收敛。误差小的和大的子区域在学习过程中,将逐步调整范围,使区域误差趋于平均误差,总体误差趋于最小。

### 3 实验内容

实验中,码书设计的训练矢量分别由 3 幅  $256 \times 256 \times 8$  bit 的灰度图像(Lenna, Miss, Girl)经小波变换后的系数构成,按上面的方法组成 16 维的训练矢量,码书的大小为 256。采用图像的客观测度:峰值信噪比  $PSNR = 10 \lg 255^2 / MSE$ ,  $MSE$  为编码图像的均方误差。对于训练矢量数大于 4096 个的情况采取了重复训练方法,即用同一组训练矢量反复进行训练。为了比较算法的训练收敛性好坏,统一采用反复 4 次训练。表 1 给出了本文算法、小波变换后的 FSOFM 算法和 FSCL 算法的实验结果,也给出了一

个未经小波变换的FSOFM算法的实验结果(16维的矢量对应 $4 \times 4$ 的图像子块)。算法中 $c=0.9999$ ,  $r=0.5$ 。

表1 各种算法的峰值信噪比  
Tab.1 Each method's PSNR dB

图像	本文方法	WT+FSCL	WT+FSOFM	FSOFM
Lenna	29.949	29.135	29.350	28.640
Miss	32.0988	30.4104	28.7408	28.2413
Girl	30.3548	28.4089	27.5249	27.0109

从表1中可以看出,本文方法的峰值信噪比要优于其他2种算法0.5 dB以上,未用小波变换的情况还要差些,这也说明了小波变换对信号能量的集中,使得变换后的矢量数据在矢量空间的分布有效地集中了,从而减小了量化误差,提高了恢复图像的质量。

## 4 结论

本文提出了基于各区域子误差相等的矢量量化编码算法,在寻找最优码书方面优于其他算法(FSOFM算法、FSCL算法),在相同的训练量时,也能以较快的速度收敛于全局最优点。总的来说,等误差原则的合理使用可有效地提高码书质量。在本文中,这一原则的实现方法含有较深的机理——适度性。

参考文献:

[1] YAIR E. Competitive learning and soft competition for vector quantizer design

[J]. IEEE Trans on SP 1992, 40(2):294-309.

[2] 黎烘松,全子一. 图像矢量量化—频率敏感自组织特征映射算法[J]. 通信学报,1995,16(2):59-64.

[3] CIERNIAK R, RUTKOWSKI L. On image compression by competitive neural networks and optimal linear predictors[J]. SP Image Communication, 2000, 15:559-565.

[4] GERSHO A. Asymptotically optimal block quantization[J]. IEEE Trans on IT, 1979, 28(2):157-166.

[5] 王国秋,袁卫卫. 一般9-7小波滤波器及其图像压缩性能研究[J]. 电子学报,2001,29(1):130-132.

[6] SHAPIRO J M. Embedded image coding using zerotrees of wavelet coefficients [J]. IEEE Trans on SP 1993, 41(12):3445-3462.

[7] LINDE Y. An algorithm for vector quantizer design[J]. IEEE Trans on Com 1980, 28(1):84-95.

[8] 张高,余松煜. 误差原则在进化算法优化矢量量化中的应用[J]. 电子学报,2001,29(8):1101-1103.

[9] 陈善学. 一种基于小波变换的矢量量化算法[J]. 重庆邮电学院学报(自然科学版),2002,14(1):87-90. (编辑:龙能芬)

## Vector quantization based on competitive learning algorithm with equidistortion

CHEN Shan-xue

(Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, P. R. China)

**Abstract:** A vector quantization algorithm with equidistortion on each region is introduced. The correlation of the wavelet coefficients in different frequency bands is effectively exploited through constructing the band-cross vector. Using the designing principle of the best vector quantizer, a nearly optimal codebook can be obtained by modulating the subdistortion of each region and can be made to equal to each other. Experimental results show that the algorithm is superior to other methods.

**Key words:** wavelet transform; vector quantization; equidistortion principle