

# 伽玛射线测量径流泥沙含量算法中质量吸收系数优选及其对测量误差影响的分析

雷廷武<sup>1,2</sup>, 刘清坤<sup>2</sup>, 黄兴法<sup>2</sup>, 赵军<sup>3</sup>, 王辉<sup>3</sup>

(1. 中国农业大学水利与土木工程学院; 2. 中国农业大学工学院;

3. 中科院、水利部水土保持研究所土壤侵蚀与旱地农业国家重点实验室)

**摘 要:** 质量吸收系数是伽玛射线测量径流泥沙含量理论计算公式中由伽玛射线记数率确定泥沙含量的基本参数。该文研究了确定质量吸收系数的多点法和单点法。在多点法中, 提出了确定质量吸收系数的回归方法, 推导了由大量(多点) 试验数据计算质量吸收系数的回归公式。采用大量实测数据由回归公式确定的质量吸收系数准确且精度较高, 能在很大程度上消除随机误差的影响。而单点法通过几个特殊的取值点(单点) 来估算质量吸收系数, 具有参数确定快速、物理概念明确的优点。另外, 该文从理论上分析了质量吸收系数变化对泥沙含量测量精度的影响, 结果表明质量吸收系数的相对变化与泥沙含量的相对变化成正比例关系, 且比例系数为 1。从而确定了两种方法的有效性、优缺点和应用方法。

**关键词:** 伽玛射线; 泥沙测量; 质量吸收系数; 单点法; 多点法

中图分类号: S157.1

文献标识码: A

文章编号: 1002-6819(2003)01-0051-03

## 1 引言

泥沙含量是土壤侵蚀、水土保持、水文研究、河流泥沙检测的重要内容。含沙量的现场快速、实时准确测量对于土壤侵蚀等动态过程的研究十分重要。目前使用最普遍的泥沙含量测量方法是传统的烘干称重法<sup>[1,2]</sup>, 它无法实现实时、在线测量泥沙含量的连续变化过程, 且费工费时。 $\gamma$ 射线法很好地解决了这个问题。 $\gamma$ 射线在含沙水溶液中发生康普敦- 吴有训效应,  $\gamma$ 射线源发射的射线在通过被测量物体后, 其透射强度服从指数衰减规律<sup>[3]</sup>, 衰减的快慢程度与被测水体的含沙量有关, 可以利用  $\gamma$ 射线衰减与水体内泥沙含量的关系推求泥沙含量。与其他传统方法相比, 它的优势是测量简便、精度较高。利用  $\gamma$ 射线法通过含沙水体后的衰减来测量径流泥沙含量有两种计算方法, 即理论计算公式和经验(标定) 公式<sup>[4]</sup>。其中, 标定公式是通过较大量预备试验的数据标定经验公式, 标定公式用于后续测量。而理论计算公式不需标定, 只要能够精确确定其计算公式中的质量吸收系数, 根据  $\gamma$ 射线的透射强度就可计算泥沙含量。因此精确确定质量吸收系数, 对于由  $\gamma$ 射线的透射强度用理论计算公式计算径流泥沙含量具有重要意义。目前, 测量质量吸收系数的方法是单点法<sup>[4]</sup>, 这种方法简单、实用, 只需测定 3~5 个数据点即可确定质量吸收系数。但是由于这种方法使用的数据量小, 有时可能受随机因素影响而误差较大。

本文将尝试运用数学回归分析的方法, 推导质量吸收系数的回归估计公式, 以消除随机因素的影响, 提高泥沙含量的测量精度, 并分析质量吸收系数变化对泥沙含量测量精度的影响。

## 2 单点法及多点(回归法) 质量系数计算公式

### 2.1 单点法

泥沙含量与质量吸收系数及伽玛射线透射强度间的理论计算公式<sup>[4]</sup>为

$$C_2 = C_1 + \frac{\ln(I_1/I_2)}{\mu_{m\text{sc}}L} \quad (1)$$

式中  $I_1, I_2$ —— $\gamma$ 射线穿过被测物质前、后的强度, n/s;  $C_1$ ——初始泥沙含量,  $\text{kg}/\text{m}^3$ ;  $C_2$ ——结束时刻泥沙含量,  $\text{kg}/\text{m}^3$ ;  $\mu_{m\text{sc}}$ ——泥沙质量吸收系数,  $\text{cm}^2/\text{g}$ ;  $L$ ——被  $\gamma$ 射线透射物质厚度, cm。

(1) 式应满足清水(含沙量为 0) 的情况。在(1) 式中, 设初始泥沙含量为 0, 结束时刻为任意时刻, (1) 式可变形为

$$C_i = \frac{\ln(I_{00}/I_i)}{\mu_{m\text{sc}}L} \quad (2)$$

在(2) 式中, 进一步选取含沙率为 100% (= 1) (干土, 含水率为 0) 的情况, 代入(2) 式并重新排列, 得到

$$\mu_{m\text{sc}} = \ln(I_{00}/I_{100})/L \quad (3)$$

式中  $I_{00}$ ——射线穿透清水后射线的强度, n/s;  $I_{100}$ ——射线穿透干土后(含水率为 0) 射线的强度, n/s。

式(3) 表明, 测量得到射线在清水(含沙量为 0) 及完全干土(含沙量为 100% = 1) (两个单点) 中的透射强度  $I_{00}$  及  $I_{100}$  后, 即可计算得到质量吸收系数。

### 2.2 估计质量吸收系数多点回归法

多点回归法, 需要进行一系列(预) 试验, 取得一系列数据, 通过对一组试验数据的回归分析<sup>[5]</sup>, 估计由伽玛射线透射强度计算泥沙含量的质量吸收系数。

在测量径流泥沙含量的实验中, 我们得到一组伽玛

收稿日期: 2002-07-06

基金项目: 引进国外杰出人才资金项目国家自然科学基金项目(40171062)

作者简介: 雷廷武, 博士, 教授, 博士生导师, 北京市 中国农业大学水利与土木工程学院, 100083; 杨凌 中国科学院水土保持研究所黄土高原土壤侵蚀和干旱农业国家重点实验室, 712100。Email: ddragon@public3.bta.cn。通讯作者: 黄兴法, 博士, 副教授, 北京市 中国农业大学工学院, 100083

射线的透射强度及相应的含沙量为  $I_i, C_i (i = 1, \dots, N)$ 。

将伽玛射线透射强度代入径流泥沙含量理论计算公式(2), 可得  $C_i$  为

$$C_i = \frac{\ln(I_{00}/I_i)}{\mu_{m\ scd}L} \quad (4)$$

用最小二乘法时, 所需的测量值和由(4)式所得计算值间的误差平方和为

$$q(\mu_{m\ sco}) = \sum_{i=2}^n [C_i - C_i]^2 = \sum_{i=2}^n \left[ C_i - \frac{\ln(I_{00}/I_i)}{\mu_{m\ scd}L} \right]^2 \quad (5)$$

式中  $q(\mu_{m\ sco})$  —— 以  $\mu_{m\ sco}$  为自变量的函数。

为使  $q(\mu_{m\ sco})$  达到最小值, 必须有

$$\frac{d[q(\mu_{m\ sco})]}{d\mu_{m\ sco}} = 0 \quad (6)$$

由(5)、(6)式得

$$2 \sum_{i=2}^n \left[ C_i - \frac{\ln(I_{00}/I_i)}{\mu_{m\ scd}L} \right] \cdot \frac{1}{\mu_{m\ sco}^2} = 0 \quad (7)$$

整理(7)式得

$$\sum_{i=2}^n C_i - \frac{1}{\mu_{m\ scd}L} \left[ \ln \left( I_{00}^{n-1} / \prod_{i=2}^n I_i \right) \right] = 0 \quad (8)$$

于是得到回归法确定伽玛射线质量吸收系数的表达式

$$\mu_{m\ sco} = \frac{1}{L} \cdot \frac{1}{C_i} \cdot \ln \left( I_{00}^{n-1} / \prod_{i=2}^n I_i \right) \quad (9)$$

### 3 确定伽玛射线质量吸收系数的试验材料与方

为确定多点回归法估计伽玛射线质量吸收系数的有效性及其与单点法确定的质量吸收系数的差异, 设计和实施了下面实验。

#### 3.1 实验材料

实验所用  $\gamma$  射线源为  $^{137}\text{Cs}$ , 能量 10 毫居里。用通用闪烁式探头探测(穿透被测物体后的)射线强度, 用定标器标定测量得到的射线信号。供试土壤为安塞黄绵土, 机械组成为: 砂粒( $> 0.05\text{ mm}$ )含量 12.6%, 粉粒( $0.05 \sim 0.005\text{ mm}$ )占 72.3%, 粘粒( $< 0.005\text{ mm}$ )占 15.1%, 属轻质壤土。土壤有机质含量介于 0.3%~0.45% 之间。

#### 3.2 实验方法

将黄绵土过筛烘干, 用 1/1000 的电子天平称取土样, 放入直径为 12 cm 容量为 1 000 mL 的烧杯中, 加少量悬浮剂(有效防止了泥沙过快沉淀而对泥沙测量精度影响较小, 以至可以忽略), 然后边加水边搅拌, 充分搅拌以防止泥沙过快沉淀, 待液面到达 1 000 mL 时停止加水。依此方法, 配制 3%、6%、9%、...、81% 的标准泥沙溶液。将泥沙样品放在  $\gamma$  射线测量位置上, 作为待测液。每隔 6 s 记录透射的射线强度。每次测量重复 3 次。

### 4 结果与分析

用单点法和多点回归法求得的  $\mu_{m\ sco}$  分别是 0.03701 和 0.03857。将两种方法所得质量吸收系数带入泥沙含量的理论计算公式, 得到的泥沙含量及其各自与标准溶

液的含沙量之间的误差见图 1。

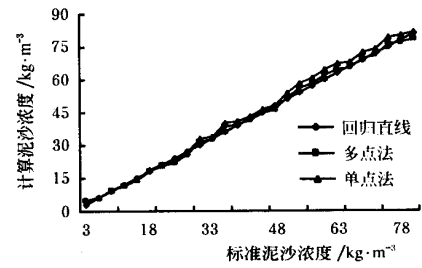


图 1 用单点法、多点法估计的质量吸收系数计算的含沙量结果对比

Fig. 1 Comparison of the computed sediment yield from the mass absorption coefficient estimated by single-point method with that by multi-point method

图 1 为用单点法、多点法求得的质量吸收系数计算泥沙含量结果比较。上方的数据点(包括回归直线, 用实线表示)为采用单点法得到的质量吸收系数计算得到的泥沙含量与标准泥沙含量的比较; 下方数据点(包括回归直线, 用虚线表示)为采用多点回归法得到的质量吸收系数计算得到的泥沙含量与标准泥沙含量的比较。结果表明, 用单点法和多点法估计的质量吸收系数计算泥沙含量, 均能很好地与标准泥沙含量一致: 多点法计算值为实际标准值的 0.9998 倍, 即计算值相对于实际标准值的误差为 0.02%; 单点法计算值为实际标准值的 1.0419 倍, 即计算值相对于实际标准值的误差为 4.19%。两种方法的计算值与标准值间的相关性非常好: 回归方程的确定性系数均为 0.997。总之, 标准值、单点法及多点法计算值三者之间几乎是一一对应的, 但多点法计算值较单点法计算值更接近于标准值, 也即多点回归法优于单点法。可能原因是: 多点回归法是以大量实验数据为基础, 用最小二乘法原理估计参数, 很大程度上消除了随机误差的影响, 而单点法仅用两个特殊点(清水, 含沙量为 0 的点; 干土, 含沙量为 100% 的点)来计算质量吸收系数, 这两点测量数据可能受随机因素影响, 而使得参数的估计误差较大。但是, 单点法具有明确的物理意义和相应的逻辑基础, 单点法的误差可以通过增加在两点上的采样次数, 取平均值来减少或消除随机因素的影响。

### 5 质量吸收系数变化与泥沙含量测量精度(误差)的关系

质量吸收系数估计的误差将导致用(2)式计算的泥沙含量的误差。以下分析这两种误差之间的相互关系。

$$\text{因 } C = \ln(I_{00}/I) / (\mu_{m\ scd}L) \quad (10)$$

$$\frac{dC}{d\mu_{m\ sco}} = - \frac{\ln(I_{00}/I)}{\mu_{m\ scd}^2 L} \quad (11)$$

根据微积分理论<sup>[6]</sup>

$$\Delta C = \frac{dC}{d\mu_{m\ sco}} \cdot \Delta\mu_{m\ sco} = - \frac{\ln(I_{00}/I)}{\mu_{m\ scd}^2 L} \cdot \Delta\mu_{m\ sco} \quad (12)$$

$$\text{故 } \left| \frac{\Delta C}{C} \right| = \left| \left[ - \frac{\ln(I_{00}/I)}{\mu_{m\ scd}^2 L} \cdot \mu_{m\ sco} \right] / \left[ \frac{\ln(I_{00}/I)}{\mu_{m\ scd}L} \right] \right|$$

$$= \left| \frac{\Delta\mu_{m\ sco}}{\mu_{m\ sco}} \right| = \left| \frac{\Delta\mu_{m\ sco}}{\mu_{m\ sco}} \right| \quad (13)$$

若用变化百分数  $A (> 0)$  表示  $\Delta\mu_{m\ sco}$  的相对改变量, 即  $\Delta\mu_{m\ sco} = A \cdot \mu_{m\ sco}$ , 于是(13)式可变形为

$$\left| \frac{\Delta C}{C} \right| = \left| \frac{\Delta\mu_{m\ sco}}{\mu_{m\ sco}} \right| = |A| \quad (14)$$

由式(14)表明, 泥沙含量的相对误差与质量吸收系数的相对误差相等, 即两者成正比例关系, 且比例系数为 1。所以质量吸收系数的一定相对误差引起泥沙含量测量的等量相对误差, 质量吸收系数对泥沙含量测量精度的影响是线性的。

## 6 结 论

提出了利用伽玛射线测量径流泥沙含量的理论计算公式中计算质量吸收系数的多点回归分析方法, 推导了用试验数据估计质量吸收系数的回归计算公式。通过试验说明了估计参数的方法, 证明了所推导的回归公式的正确性, 且具有较高的测量精度。将多点回归法计算结果、单点法计算结果与实际标准值进行了对比, 结果表明, 两种方法都可以应用。多点回归法以大量实验数据为

基础, 很大程度上消除了随机因素带来的影响。而单点法物理概念明确, 但精度受随机因素影响较大。可以通过取多次观测结果的平均值估计, 以消除或减少单点法计算中随机误差的影响。从理论上分析了质量吸收系数误差与泥沙含量测量精度(误差)之间的关系, 结果表明质量吸收系数估计的相对误差与泥沙含量计算相对误差成正比例关系, 且比例系数为 1, 质量吸收系数的一定误差将引起泥沙含量测量精度的等量误差。

### [参 考 文 献]

- [1] 汪志荣  $\gamma$ 射线法测量土壤含水量, 动力水文实验研究[M]. 西安: 陕西科学技术出版社, 89~ 97.
- [2] 土壤水分测定方法编写组 土壤水分测定方法[M]. 北京: 水利电力出版社, 1986
- [3] 中国科学院原子能研究所 放射性同位素应用知识[M]. 科学出版社, 1959.
- [4] 雷廷武, 赵 军, 袁建平等 利用  $\gamma$ 射线透射法测量径流含沙量及算法[J]. 农业工程学报, 2002, 18(1): 18~ 21.
- [5] 刘明辉 实验设计和分析[M]. 北京: 气象出版社, 316~ 344.
- [6] 数学手册编写组 数学手册[M]. 北京: 高等教育出版社, 194 ~ 200.

## Optimal choice of mass absorption coefficient and analysis of its influence on measured error in algorithm of using gamma ray to measure runoff sediment concentration

Lei Tingwu<sup>1,2</sup>, Liu Qingkun<sup>2</sup>, Huang Xingfa<sup>2</sup>, Zhao Jun<sup>3</sup>, Wang Hui<sup>3</sup>

(1. College of Hydraulic and Civil Engineering, China Agricultural University, Beijing 100083, China;

2. College of Engineering, China Agricultural University, Beijing 100083, China; 3. Institute of Soil and Water Conservation, Chinese Academy Sciences and Ministry of Water Resources, Yangling 712100, China)

**Abstract:** The mass absorption coefficient is the basic parameter to determine sediment concentration by gamma ray count ratio in the theoretical computing formula of using gamma ray to measure the runoff sediment concentration. In this paper, a single-point method and a multi-point method are studied to determine the mass absorption coefficient. As for the multi-point method, the regression method to determine the mass absorption coefficient is presented and the regression formula is derived to compute the mass absorbing coefficient using a large number of (multiple points) experimental data. The mass absorption coefficient that makes use of a great deal of measured experimental data to determine the mass absorption coefficient by the regression formula has very high precision and can get rid of the effects of the stochastic errors. However, the single-point method can determine the parameter quickly and has specific physical concept because it estimates the mass absorption coefficient by several special points. In addition, the influence of the change of the mass absorption coefficient on the measurement precision of the sediment concentration is analyzed theoretically and it shows that there is direct proportional relationship between the relative change of the mass absorption coefficient and that of the sediment concentration, and the proportion coefficient is 1. Therefore the validity, the advantage, disadvantage and application method of these two methods are determined.

**Key words:**  $\gamma$  ray; mass absorption coefficient; single-point method; multi-point method