

离散非线性混沌系统的多步小反馈控制

周平, 杨晓松

(重庆邮电学院, 重庆 400065)

摘 要:提出了离散非线性混沌系统的多步小反馈控制方法,在离散非线性混沌系统混沌区域中利用多步小反馈控制方法,可以在混沌区域中得到稳定的周期解。

关键词:离散非线性系统;混沌区域;小反馈控制

中图分类号:O41 **文献标识码:**A

Multi-Step Small Feedback Control in Discrete Nonlinear Chaotic Systems

ZHOU Ping, YANG Xiao-song

(Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract: A method of multi-step small feedback control in discrete nonlinear chaotic systems is suggested in this paper, with this method a stable periodic state can be obtained.

Key words: discrete nonlinear system; chaotic region; small feedback control

0 引 言

自混沌控制和混沌同步理论提出来以后,多数混沌控制理论研究者^[1,2]认为,微小控制不大可能使混沌系统产生一个新的稳定的周期态。所以,目前的混沌系统控制理论讨论的控制目标轨迹基本上是不稳定平衡点(即不动点)或不稳定周期点。其基本步骤^[3,4]如下:首先找出(或假定找出)不稳定平衡点或不稳定周期点,然后在该点的邻域上设计一个小控制律,使得该点在设计的控制律下成为稳定的平衡点或稳定周期点。

由于实际物理系统的不稳定平衡点或不稳定周期点对初始条件的敏感依赖性,它们很难被确定(即使该系统可由精确的数学模型描述。如果模型比较复杂的话,其不稳定平衡点或不稳定周期点一般来

说也是不易计算的,甚至不可能)。因此通过对不稳定平衡点或不稳定周期点进行控制在一定程度上就失去了先决条件。以前,曾提出了对于系统空间中那些虽非平衡点或周期点但却有一定回归性质的点,如非游荡点或链回归点等(对于混沌系统而言这种点是存在的),存在一个小幅度的反馈控制律,使得该点在此控制律作用下成为一个(局部)稳定的周期点。实际上,这种控制的控制方法是一步控制。为了改善小控制原理的控制效果,本文在一步控制的基础上提出了多步控制方法。

1 多步小反馈控制原理

研究如下混沌离散非线性系统

$$X_{n+1} = F(X_n) \quad (1)$$

式中,矩阵 X, F 的所有矩阵元为实数。现在混沌吸

• 收稿日期:2001-01-22

作者简介:周平(1965-),男,四川隆昌人,重庆邮电学院副教授,研究方向为非线性动力系统混沌及应用。

引子中选 N 个点 $P_{0i}(i=1,2,\dots,N,N>1)$,原系统在 P_{0i} 点的雅可比矩阵为 $J_F(P_{0i})$,给定一个落在 P_{0i} 的 $\epsilon_i(i=1,2,\dots,N)$ 邻域中的初始条件(此初始条件取在吸引子区域)。当原系统的动态 P 点同 P_{0i} 的距离小于某一个小量 $\epsilon_i(i=1,2,\dots,N)$ 时,在 P_{0i} 点加上控制, ϵ_i 的选取原则为:结合混沌吸引子的空间区域,此 ϵ_i 应尽量小,这样才能体现本方法的小控制原理。加上控制后系统按式(2)进行演化。

$$X_{n+1} = F(X_n) + A(P_{0i})(X_n - X_{0i}), i=1,2,\dots,N \quad (2)$$

在式(2)中 $A(P_{0i})$ 为控制矩阵。要求矩阵 $J_F(P_{0i}) + A(P_{0i})$ 的所有特征值的模 < 1 。

多步控制小控制律过程为:在混沌吸引子中任取 P_{0i} 点,在这些点附近取一个半径为 ϵ_i 的小区域。由混沌系统状态的遍历性,混沌系统的动态点 P 可以落在此 ϵ_i 小区域中。此时加上控制律,系统动态点 P 按受控系统演化;过了一定的叠代步数,点 P 又将跑出 P_{0i} 点的 ϵ_i 小区域,此时系统的动态点 P 按混沌系统演化;当混沌系统状态点 P 又落在 P_{0i} 点的 ϵ_i 小区域时,系统动态点 P 又按受控系统演化。这样的变化过程将周而复始地继续下去,最终系统将稳定在一个稳定的周期状态上。

2 应用举例

为验证本文的控制理论,下面以 Henon 映射为例。

混沌 Henon 映射为系统

$$\begin{cases} x_{n+1} = 1 + y_n - 1.4x_n^2 \\ y_{n+1} = 0.3x_n \end{cases} \quad (3)$$

在系统(3)的混沌吸引子中取点 $P_{0i} = (x_{0i}, y_{0i}), i=1,2,\dots,N$,则系统(3)在 P_{0i} 点的雅可比矩阵为:

$$J_F(P_{0i}) = \begin{bmatrix} -2.8x_{0i} & 1 \\ 0.3 & 0 \end{bmatrix}, i=1,2,\dots,N$$

当系统(3)的动态点 P 同 P_{0i} 的距离小于某一个小量 ϵ_i 时,在 P_{0i} 点加上控制,受控系统为 $X_{n+1} = F(X_n) + A(P_{0i})(X_n - X_{0i})$, $A(P_{0i})$ 矩阵满足 $J_F(P_{0i}) + A(P_{0i})$ 的所有特征值的模 < 1 。可见 $A(P_{0i})$ 的取法很多,这说明控制矩阵 $A(P_{0i})$ 和受控系统的选取很灵活。本文选取系统

$$\begin{bmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + y_n - 1.4x_n^2 \\ 0.3x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2.8x_{0i} + \delta_{11} & -1 \\ -0.3 & \delta_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_n - x_{0i} \\ y_n - y_{0i} \end{bmatrix} \quad (4)$$

为受控系统。则有 $J_F(P_{0i}) + A(P_{0i}) = \begin{bmatrix} \delta_{11} & 0 \\ 0 & \delta_{22} \end{bmatrix}$,根据上面讨论,本文要求 $|\delta_{11}| < 1, |\delta_{22}| < 1$ 。所以适当选取 P_{0i}, ϵ_i 和 δ_{11}, δ_{22} ,可以将混沌状态控制到稳定的周期态。

下面介绍数值计算控制过程,并给出部分计算结果:

第1步:判断动态 P 点同 P_{01} 的距离是否小于某一个量 ϵ_1 ,若满足则加上控制,控制结束后,进入下一次叠代,重复第1步;否则进入下一步。

第2步:判断动态点 P 同 P_{02} 的距离是否小于某一个量 ϵ_2 ,若满足则加上控制,控制结束后,进入下一次叠代,重复第1步;否则进入下一步。

第3步:判断动态 P 点同 P_{03} 的距离是否小于某一个量 ϵ_3 ,若满足则加上控制,控制结束后,进入下一次叠代,重复第1步;否则进入下一步。

第 i 步:.....

第 N 步:判断动态点 P 同 P_{0N} 的距离是否小于某一个量 ϵ_N ,若满足则加上控制,控制结束后,进入下一次叠代,重复第1步;否则进入下一步,系统动态点 P 按原系统(3)进行,结束后,进入与上面完全相同步骤的下一次叠代。

可以推测,控制结果不仅依赖于 ϵ_i 和 $A(P_{0i})$ 的选取,还可能与动态点 P 同 $P_{0i}(i=1,2,\dots,N,N>1)$ 进行判断的先后顺序相关。数值计算过程中初始条件的选取规则为:当 P_{0i} 点, $\delta_{11}, \delta_{22}, \epsilon_i$ 给定时,初始条件取在距 P_{0i} 点半径为 ϵ_i 的小区域且落在吸引子中,这些区域中任意初始条件下均有相同的周期状态,则得到了稳定的周期态。

当取 $P_{01} = (0.7, 0.1), P_{02} = (0.5, -0.15), P_{03} = (0.2, -0.2), \delta_{11} = -0.01, \delta_{21} = \delta_{31} = -0.1, \delta_{12} = 0.03, \delta_{22} = \delta_{32} = 0.3, \epsilon_1 = 0.2, \epsilon_2 = 0.3, \epsilon_3 = 0.4$ 时,得到稳定周期 8,结果如图 1。

当取 $P_{01} = (0.7, 0.1), P_{02} = (0.5, -0.15), P_{03} = (0.2, -0.2), \delta_{11} = -0.01, \delta_{21} = \delta_{31} = -0.1, \delta_{12} = \delta_{22} = \delta_{32} = 0.3, \epsilon_1 = 0.2, \epsilon_2 = 0.3, \epsilon_3 = 0.4$ 时,得到稳

定周期 16, 结果如图 2。图 1、图 2 的结果显示, 不同参数选取将具有不同的稳定周期态结果。

当取 $P_{01} = (0.7, 0.1)$, $P_{02} = (0.2, -0.2)$, $P_{03} = (0.5, -0.15)$, $\delta_{11} = -0.01$, $\delta_{21} = \delta_{31} = -0.1$, $\delta_{12} = \delta_{22} = \delta_{32} = 0.3$, $\epsilon_1 = 0.2$, $\epsilon_2 = 0.4$, $\epsilon_3 = 0.3$ 时, 得到稳定周期 33, 结果如图 3 所示。图 2、图 3 的结果显示, 相同参数下受控后得到的稳定周期同动态点 P 与 P_{0i} ($i=1, 2, \dots, N, N>1$) 进行判断的先后顺序有关。

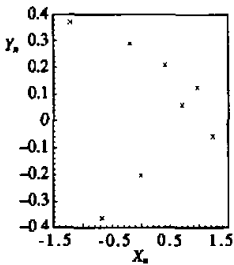


图 1 控制后得到的
稳定周期 8

Fig. 1 Stable period 8 obtained
after controlling

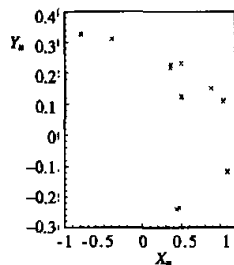


图 2 控制后得到的
稳定周期 16

Fig. 2 Stable period 16 obtained
after controlling

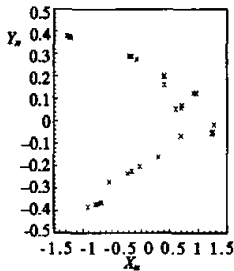


图 3 控制后得到的
稳定周期 33

Fig. 3 Stable period 33
obtained after controlling

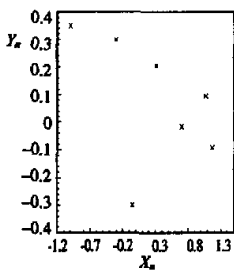


图 4 控制后得到的
稳定周期 7

Fig. 4 Stable period 7 obtained
after controlling

当取 $P_{01} = (1, 0.1)$, $P_{02} = (0.7, 0)$, $\delta_{11} = \delta_{21} = 0.01$, $\delta_{12} = \delta_{22} = 0.3$, $\epsilon_1 = 0.15$, $\epsilon_2 = 0.3$ 时, 得到稳定周期 7, 结果如图 4。

图 1~图 4 均忽略了渐态过程。图 2、图 3 中有些点之间的间距相当小, 以致于在图上不能准确分开, 若将图形放大, 则可以观察到稳定周期的周期数与图中的点数相同。

3 结论

通过研究可以得到如下结论: ①对处于混沌状态的离散非线性系统采取多步控制小控制律可以得到稳定的周期态。②多步控制小控制律应用到混沌状态的离散非线性系统中时, 控制得到的稳定周期态不仅同 ϵ_i 和 $A(P_{0i})$ 的选取有关, 还与动态点 P 同 P_{0i} ($i=1, 2, \dots, N, N>1$) 进行判断的先后顺序相关。

参 考 文 献

[1] OTT E. Chaos in dynamical systems[M]. Cambridge University Press, 1993.
 [2] GREBOGI C, LEI Y C. Controlling chaos in higher dimensions[J]. IEEE Trans Circuits and Systems. 1997, 44(10):971-975.
 [3] ABARBANEL H, KORZINOV L, et al. Small force control of nonlinear systems to given orbits[J]. IEEE Trans Circuits and Systems. 1997, 44(10):1018-1023.
 [4] OTT E, GREBOGI C, YORK J A. Controlling chaos[J]. Phys Rev Lett, 1990, 64: 1196-1199.
 [5] 周平, 控制离散非线性系统中不稳定不动点的一种方法[J]. 物理学报, 1999, 48(10):1804-1809.

(编辑: 郭继笃)