第 21 卷 第 9 期　　物 理 学 报　　Vol. 21, No. 9
1965 年 9 月　　ACTA PHYSICA SINICA　　Sept., 1965

散射幅的渐近行为和高能非弹性作用*

郭 碩 鴻
（中山大学物理系）

提 要

假設当 $t<0$ 时，真空 Regge 极点变为一对共轭复数，计算了高能道么正积分的弹性部分，结果亦得到应有一系列的支点。弹性积分不可能得到相应其他 Regge 极点的渐近项。把 Regge 表示推广应用到非弹性过程，得到有限粒子束的产生截面随 $(\ln s)^{-3}$ 下降。要使总截面趋于常数，则束数应达到 $\ln s$ 的数量级。

一、引 言

在场论中引入 Regge 极点假设之后，开始时人们认为，散射幅的渐近行为是由一条真空 Regge 极迹所控制。后来，关于 p-p, $\pi^{\pm}$-p, $K^{\pm}$-p 和 $\bar{\mathrm{p}}$-p 的高能散射实验[1]表明，高能散射现象可能比原来想象的更复杂。不少作者分析了这些实验结果，但是由于目前实验所达到的能量范围的限制，还不能作出任何肯定的结论。因此，用解析性和么正性理论来研究这一问题是有帮助的。

场论与势散射理论的一个重要区别，是交叉道的存在。除了主道（t 道）的么正条件外，还有交叉道（在这里就是高能道）的么正条件的限制。这一点不能不反映到散射幅对 l 的解析性上来。高能道的么正条件，包含很多非弹性过程的贡献，目前要进行精确的计算是不可能的。但是，只考虑弹性部分和某些非弹性过程的贡献，也可能提供某些有启示性的结果。Amati 等人[2]把他们的多重边缘作用模型的振幅，代入高能道么正条件的弹性部分的积分中，得出 l 平面上可能存在割线的结果。Mandelstam[3] 对 Amati 等的费曼图作了详细的研究，发现虽然割线在弹性中间态的色散图中存在，但在全费曼图中消去；然而对于另外一些费曼图，确实存在这些割线。Тер-Мартиросян 等[4]从 Regge 极点理论在非弹性过程中的推广，计算出一类非弹性过程对 $t\neq 0$ 的么正条件的贡献，也得到割线可能存在的结论。这些工作表明，高能么正条件使 l 平面上的解析性复杂化；同时表示，虽然只计算弹性部分或一部分非弹性过程的贡献未必可靠，但所得结果仍是可以参考的。

在上述的工作中，假定 $t<0$ 时，真空 Regge 极点位置参数 $\alpha_P(t)$ 为实数。场论中，并不排除当 $t<0$ 时，$\alpha_P(t)$ 变为一对复共轭数的可能性。我们认为，这一可能性是值得注意的。在本文中，首先计算了在这一可能性下么正条件弹性部分的行为。结果表明，在这情形下，么正条件两边的渐近行为仍不能相符。把同一方法应用到包括其他 Regge 极点贡献的么正积分中，发现当 $t<0$ 时 $\alpha_P(t)$ 为实数的情形下，积分不能得到正确的 Regge 指数项；但是，假如当 $t<0$ 时 $\alpha_P(t)$ 变为复数，则积分后可能得到相同的 Regge 指数，但带

* 1964 年 6 月 29 日收到；1965 年 3 月 3 日收到修改稿。

有 $\ln s$ 因子. 由于我们的结果是只计算么正条件的弹性部分 (也可以包括一类非弹性过程)而得到的,所以也和 Amati 等[2]的计算有同样的缺点;即不能保证算出的渐近行为不在全振幅中被抵消掉. 在本文中,我们不再详细讨论这点,而希望指出,所得结果可能对于场论中某些计算(如带区近似等)是有意义的.

为了进一步考察高能道的么正条件,在本文的另一部分中,我们分析了一系列的非弹性过程. 方法是应用推广的 Regge 表示来计算高能非弹性过程的渐近行为. Тер-Мартиросян 等在一系列工作[4,5]中,曾把 Regge 极点理论推广应用到多粒子产生过程. 但是在他们的计算中,仍存在着多粒子产生截面随 $\ln s$ 幂次增加的困难. 因此,我们认为有必要作进一步的分析. 首先我们注意到由于非弹性过程的运动学特点, 影响到产生粒子的横动量分布,因而对高能渐近行为的公式应作一定的修改. 应用这渐近公式进行计算,可以避免截面随 $\ln s$ 幂次增加的困难. 计算结果表明,固定数目粒子束的产生截面必随 $\ln s$ 负幂次而下降,只有当粒子束数目达到 $\ln s$ 数量级时,截面才可能趋于一常数. 因而所用的多束产生理论,可以和 $t=0$ 的么正条件没有矛盾.

在第二节中,我们将计算 $t \neq 0$ 时么正积分弹性部分的行为. 在第三节中讨论两体非弹性过程的 Regge 表示及渐近行为. 在第四节中考察多束产生截面,并把结果与多火球模型[6]比较. 最后讨论所得的结果.

二、$t \neq 0$ 时的么正条件

这里,我们考察当 $t<0$ 时真空 Regge 极点成一对复数共轭的情形. 当 $s \to \infty$ 时,散射振幅为

$$A(s,t) \sim f(t)s^{\alpha_P(t)} + f^*(t)s^{\alpha_P^*(t)}. \tag{1}$$

令 $\tau = -t$, 在 $\tau \cong 0$ 处假设有

$$\alpha_P(\tau) \cong 1 + ib\sqrt{\tau} - c\tau. \tag{2}$$

s 道么正条件的弹性部分为

$$[\operatorname{Im} A(s,t)]_{el} \cong \frac{1}{64\pi^2}\int d\Omega' A^*(s,z')A(s,z''), \tag{3}$$

其中

$$z' = \cos\theta', \quad z'' = zz' + \sqrt{1-z^2}\sqrt{1-z'^2}\cos\phi. \tag{4}$$

利用

$$\tau' \cong \frac{s}{2}(1-\cos\theta'), \ \tau'' = \frac{s}{2}(1-\cos\theta''), \tag{5}$$

可以把(3)式写为

$$[\operatorname{Im} A(s,t)]_{el} \sim \frac{1}{16\pi^2 s}\int_0^s d\tau' \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau'' \frac{A^*(s,\tau')A(s,\tau'')}{\sqrt{(\tau_2-\tau'')(\tau''-\tau_1)}}, \tag{6}$$

其中 $\tau_1 = (\sqrt{\tau}-\sqrt{\tau'})^2$, $\tau_2 = (\sqrt{\tau}+\sqrt{\tau'})^2$. 把(1)式代入(6)式中,被积函数有指数因子

$$s^{ib(\sqrt{\tau'}+\sqrt{\tau''})-c(\tau'+\tau'')} \tag{7a}$$

或

$$s^{ib(\sqrt{\tau'}-\sqrt{\tau''})-c(\tau'+\tau'')} \tag{7b}$$

及它们的复共轭．引入变数

$$\xi=\sqrt{\tau'}+\sqrt{\tau''},\ \eta=\sqrt{\tau'}-\sqrt{\tau''}, \tag{8}$$

把(6)式变换为

$$\frac{1}{32\pi^2 s}\int_{-\sqrt{\tau}}^{\sqrt{\tau}}d\eta\int_{\sqrt{\tau}}^{\infty}d\xi\,\frac{\xi^2-\eta^2}{\sqrt{(\xi^2-\tau)(\tau-\eta^2)}}A^*(s,\tau')A(s,\tau''), \tag{9}$$

而指数因子(7)式变为

$$s^{ib\xi-\frac{1}{2}c(\xi^2+\eta^2)} \tag{10a}$$

和

$$s^{ib\eta-\frac{1}{2}c(\xi^2+\eta^2)}. \tag{10b}$$

在含有因子(10a)的积分中,对ξ的积分路线可以向上半平面变形．由此推知,积分的主要部分来自 $\xi\cong\sqrt{\tau}$ 处．令 $\xi\cong\sqrt{\tau}+iy$,即可算出积分的渐近形式．对η积分的主要部分来自鞍点$\eta=0$附近；也就是说，主要部分来自$t'\cong t''\cong t/4$处．除了一些不重要的因子外,此项算出的结果是

$$\left(\frac{i\tau^{1/2}}{bc}\right)^{1/2}\frac{s^{1+ib\sqrt{\tau}-\frac{c}{2}\tau}}{32\pi\ln s}. \tag{11}$$

含有因子(10b)的积分的主要部分,来自 $\xi\cong\sqrt{\tau}$ 和 $\eta\cong\pm\sqrt{\tau}$ 处,因此不能和上式抵消．由(11)式可见,在一对复共轭极点的情形下,么正积分弹性部分的渐近行为仍不能与左边相符．如果含有(11)式的一项不被其他非弹性过程抵消的话,角动量平面上将有支点 $\alpha(t)\cong 1\pm b\sqrt{t}+\frac{c}{2}t$．把(11)式再代入(9)式的右边，如此反复迭代，将得到一系列的支点，当$t\to 0$时它们趋于$1\pm b\sqrt{t}$．

我们现在把么正积分的计算进一步包括其他 Regge 极点项．假设当$t\cong 0$时l平面上除了$\alpha_P(t)$外,有另一极点$\alpha(t)$．根据 Khuri 的工作,散射幅可以写为

$$A(s,t)=\sum_i f_i(t,\ln s)\ s^{\alpha_{P_i}(t)}+g(t)s^{\alpha(t)}+o(s^{\alpha_P(t)-1}), \tag{12}$$

其中$\alpha_{P_i}(t)$代表真空 Regge 极点及相应的一系列支点．把(12)式代入(3)式右边,如果不存在其他抵消的话,则积分后应给出和(12)式相同的一些渐近项,特别是应给出其中一项$\sim s^{\alpha(t)}$．下面我们先就当$t<0$时$\alpha_{P_i}(t)$为实数的情形下作这一计算．此时，我们要计算一项

$$I=\frac{1}{64\pi^2}\int d\Omega' f^*(t')g(t'')s^{1+ct'}s^{\alpha_0+at''}. \tag{13}$$

在上式中,假定了

$$\begin{aligned}&\alpha_P(t)\cong 1+ct,\\ &\alpha(t)\cong\alpha_0+at\quad \alpha_0<1.\end{aligned} \tag{14}$$

取$\mathbf{p}$为初态质心系动量,$\mathbf{q}$为末态动量,$\mathbf{k}$为中间态动量,有

$$ct'+at''=-2(a+c)\left[k^2+\mathbf{k}\cdot\frac{c\mathbf{p}+a\mathbf{q}}{a+c}\right].$$

若取极轴沿$c\mathbf{p}+a\mathbf{q}$方向,则(13)中积分的主要部分来自$\cos\theta'\cong 1$．注意到

$$\left|\frac{c\mathbf{p}+a\mathbf{q}}{a+c}\right|\cong k+\frac{act}{2k(a+c)^2},$$

得到 I 的渐近行为 $\sim s^{\alpha_0+a' t}$，其中 $a' = ac/(a+c) < a$. 因此，在这情况下，我们不能得到 $\sim s^{\alpha(t)}$ 的一项.

若 $\alpha_P(t)$ 在 $t<0$ 时变为复数，则情况显著不同. 此时把(13)式改为

$$I = \frac{s^{\alpha_0}}{16\pi^2}\int_0^s d\tau' \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau'' \frac{f^*(\tau')g(\tau'')}{\sqrt{(\tau_2-\tau'')(\tau''-\tau_1)}} s^{ib\sqrt{\tau'}-a\tau''}. \tag{15}$$

由于因子 $s^{ib\sqrt{\tau}}$ 迅速摆动，积分主要部分仅来自 $\tau' \cong 0$ 处，因而积分后可以得出正确的指数因子 $s^{\alpha_0-a\tau}$. (15)式的计算如下：令

$$\tau'' = \tau + \tau' + 2\sqrt{\tau\tau'}\,x,$$

$$I = \frac{s^{\alpha_0-a\tau}}{16\pi^2}\int_0^s d\tau' \int_{-1}^1 dx \frac{f^*(\tau')g(\tau'')}{\sqrt{1-x^2}} s^{ib\sqrt{\tau'}-a\tau'-2a\sqrt{\tau\tau'}x}.$$

先对 τ' 积分，积分路线可以向上半平面移动，积分主要部分来自 $\tau' \cong 0$ 处. 再对 x 积分，结果为

$$I = -\frac{f^*(\theta)g(\tau)}{8\pi(b\ln s)^2} s^{\alpha_0-a\tau}. \tag{16}$$

除了因子 $(\ln s)^{-2}$ 之外，(16)式的行为与 $\mathrm{Im}\,A(s,t)$ 中一项的行为一致. 但因子 $(\ln s)^{-2}$ 引起麻烦. 局限在弹性道情形下，似乎难于消除因子 $\ln s$，因而不能避免割线的出现. 由上面的结果可知，在任何情形下，弹性么正积分都不能产生正确的渐近项. 要得到振幅的 Regge 表示，非弹性积分必须以某种形式消去弹性项的贡献.

三、两体非弹性碰撞

现在我们转入非弹性过程的研究. 首先考虑两体碰撞过程

$$a + b \to c + d. \tag{17}$$

我们利用推广的 Regge 表示来研究这过程的渐近行为. 取 $s=(p_a+p_b)^2$, $t=(p_a-p_c)^2$. 在 t 道质心系，粒子的能量和动量是

$$\left.\begin{aligned}
\varepsilon_c &= \frac{t+m_c^2-m_a^2}{2\sqrt{t}}, \quad \varepsilon_d = \frac{t+m_d^2-m_b^2}{2\sqrt{t}},\\
q_a = q_c &= \frac{[(t+m_c^2-m_a^2)^2-4m_c^2 t]^{1/2}}{2\sqrt{t}},\\
q_b = q_d &= \frac{[(t+m_d^2-m_b^2)^2-4tm_d^2]^{1/2}}{2\sqrt{t}}.
\end{aligned}\right\} \tag{18}$$

当 $t>(m_a+m_c)^2$ 和 $(m_d+m_b)^2$ 时，所有根号为正数，由此可以延拓至 $t\cong 0$ 处. 由于在 s 道高能过程中 $t\cong 0$ 区域特别重要，而非弹性过程的运动学在 $t\cong 0$ 处与弹性过程不同，因此必须详细分析振幅在 $t\to 0$ 时的行为.

令 z 为 t 道中产生角的余弦，有

$$s = m_a^2 + m_b^2 - 2\varepsilon_a\varepsilon_b + 2q_aq_bz. \tag{19}$$

当 t 很小且 $s \gg m_i^2$ 时，有

$$z \cong 1 - \frac{2ts}{(m_c^2-m_a^2)(m_d^2-m_b^2)} \quad (t<0). \tag{20}$$

现在我们假设 Regge 表示可以推广应用到非弹性振幅．为了简单起见，假设所有粒子的自旋为零．自旋不为零的情况不引起实质的困难．为了书写简单，我们亦不明显划分不同 j 宇称的项，这点对下面的讨论沒有影响．产生幅的 Regge 表示为

$$A(t, s)=\frac{i}{2} \int_{\Gamma} \frac{d l}{\sin \pi l}(2 l+1) A(t, l) P_{l}(-z)-\sum_{i} \frac{\left(2 \alpha_{i}+1\right) \pi \beta_{i}(t)}{\sin \pi \alpha_{i}} P_{\alpha_{i}}(-z), \tag{21}$$

积分路线 Γ 可能包括 l 平面上一些割线在内．(21)式对大于阈的 t 值成立．当 $t \cong 0$ 时，(21)式未必成立，但如在弹性散射情形一样，可以认为 Regge 极点项仍然继续控制 z 大时的渐近行为．由(20)式，当 $t \rightarrow 0$ 时 $z \rightarrow 1$，$P_{l}(-z)$ 具有 $\ln t$ 的奇异性．但只要把(21)式稍作改动，卽可消去此奇异性．例如，若 $A(t, l)$ 当 l 大时趋于零，由于

$$-\frac{1}{2 \pi i} \int_{\Gamma} d l A(t, l)(2 l+1)=\sum(2 \alpha+1) \beta(t),$$

只要我们对所有 $P_{l}(-z)$ 減去 $\frac{1}{\pi}(\sin \pi l) \ln t$ 以后，卽沒有 $\ln t$ 型的奇异性．无论如何，由于对一般质量情形，$t=0$ 点不是 $A(s, t)$ 的奇点，极点项中这种类型的奇异性必被其他项抵消．由此，若 $\alpha_{i}(t)$ 在 $t=0$ 处解析，则 $\beta_{i}(t)$ 亦在该点解析，且一般不为零．因此，我们得出非弹性过程的高能行为是

$$A(t, s) \sim f(t)\left[\frac{-2 t s}{\left(m_{c}^{2}-m_{a}^{2}\right)\left(m_{d}^{2}-m_{b}^{2}\right)}\right]^{\alpha(t)}, \tag{22}$$

在上式中，括号內的量应 $\gg 1$，$f(t)$ 在 $t=0$ 处解析．(22) 式只应用在 $|ts|$ 大的情形，不意味着在 $t=0$ 处有奇异性．注意，如果渐近行为不取 (22) 式而取作 $f(t) s^{\alpha(t)}$，且 $f(t)$ 在 $t=0$ 点解析的话，则留数 $\beta(t) \sim t^{-\alpha}$，与 $A(t, s)$ 在 $t=0$ 处行为不符．因此，在文献[4]中的处理我们认为是不正确的．如果在 $t \cong 0$ 处

$$\alpha(t) \cong \alpha_{0}+b t, \tag{23}$$

则高能时产生粒子的 t 分布主要限制在 $|t| \sim O\left(\ln^{-1} s\right)$ 內，此时 $|ts|$ 仍然可以 $\gg 1$．故(22)式总可以认为成立．

在下面的应用中，m_{a} 和 m_{b} 代表入射粒子或者中间交换的 Regge 粒子的质量（事实上中间 Regge 粒子平方质量都在 $t_{i} \lesssim 0$ 处），而 m_{c} 和 m_{d} 代表产生的粒子束的质量，并有

$$s_{1} \equiv m_{c}^{2} \gg m_{a}^{2}, \quad s_{2} \equiv m_{d}^{2} \gg m_{b}^{2}.$$

当 t 小，并且 $s \gg s_{1}$ 或 s_{2} 时，有

$$t \cong-\frac{s_{1} s_{2}}{s}-\frac{s}{4} \theta^{2} \cong-\frac{s_{1} s_{2}}{s}-K^{2}, \tag{24}$$

此处 $\mathbf{K}$ 为产生粒子的横动量，θ 为 s 道产生角．渐近行为(22)式变为

$$A(s, t) \sim f(t)\left(-\frac{2 t s}{s_{1} s_{2}}\right)^{\alpha(t)}, \quad\left|\frac{2 t s}{s_{1} s_{2}}\right| \gg 1. \tag{25}$$

现在计算两束粒子的产生截面渐近行为．我们假设高能碰撞的基本图象如下：当能量达若干 BeV 数量级时，主要过程是多粒子产生．产生粒子基本上可分为两束：一束的动量大致沿质心系的前向；另一束反向．当能量继续增大时，每束总质量可以增大，但当每束总质量增大至某限度（若干 BeV 的数量级）时，该束粒子将逐渐过渡至分解为两束，其中一束的动量大致沿母束质心系的前向，另一束反向．如是，当能量急剧增大，束数亦

可能随之增多．每束总质量有一切断值．

现在计算当能量增加时两束粒子产生截面随能量改变的情况．

产生振幅为

$$A(s,\ t;\ s_1,\ s_2;\ w),$$

其中 w 代表除了 s_1, s_2 之外的粒子束所有内变量．两束粒子产生截面为

$$\sigma=\frac{1}{8\pi}\int ds_1\int ds_2\int dt\int dw\left|\frac{1}{s}A(s,\ t;\ s_1,\ s_2;\ w)\right|^2, \tag{26}$$

其中不变振幅具有渐近形式

$$A(s,\ t;\ s_1,\ s_2;\ w)\cong f(t,\ s_1,\ s_2,\ w)\left(-\frac{2ts}{s_1s_2}\right)^{\alpha(t)}. \tag{27}$$

代入(26)式,对 w 积分后,得

$$\sigma\cong\frac{1}{8\pi s^2}\int ds_1\int ds_2\int dt G(t;\ s_1,\ s_2)\left(-\frac{2ts}{s_1s_2}\right)^{2\alpha(t)}. \tag{28}$$

对 t 积分的上限为 $-s_1s_2/s\approx 0$．由于 $G(t;\ s_1,\ s_2)$ 在 $t=0$ 处解析且一般不为零，故可代入 $t=0$ 时的值 $G(s_1,\ s_2)$．这样有关 t 的积分近似地为

$$\int_0^\infty(-t)^{2\alpha_0}\left(\frac{s}{s_1s_2}\right)^{2\alpha_0+2bt}d(-t)=\frac{\Gamma(2\alpha_0+1)}{\left(2b\ln\frac{s}{s_1s_2}\right)^{2\alpha_0+1}}\left(\frac{s}{s_1s_2}\right)^{2\alpha_0}. \tag{29}$$

由于 s_1 和 s_2 的积分区有限（束质量在某值处切断），对 s_1 和 s_2 的积分不影响结果的数量级．由(28)和(29)式,代入 $\alpha_0=1$,得知两束产生截面将随 $(\ln s)^{-3}$ 下降．

四、多束粒子产生截面

当一束质量增大时,它逐渐过渡为两束．把 Regge 表示应用到此过程上,得到母束分解为两束的规律,由此得出多束产生的渐近公式．在文献 [4] 中给出了基本的公式,作一些修改后即可应用到我们的情况．

以 s_i 代表第 i 束的平方不变质量，$s_{i,i+1}$ 代表相邻两束的总平方质量，k_i 代表质心系中第 i 束纵动量，$\mathbf{K}_i$ 为第 1 至第 i 束的总横动量，$t_i\cong -K_i^2$ 代表一个入射粒子与第 1 至第 i 束整体间的动量转移．用文献[4]的符号，令

$$\begin{gathered}\xi_i=\ln(k_i/m),\qquad \eta_i=\ln(s_i/m^2),\\ \xi_{i,i+1}=\ln(s_{i,i+1}/m^2),\ \ \xi=\ln(s/m^2).\end{gathered} \tag{30}$$

n 束产生截面为

$$d\sigma_n=\frac{2\pi}{(4\pi)^{2n-2}}\left|\frac{1}{s}A_{n,2}\right|^2\frac{d^2\mathbf{K}_1}{\pi}\frac{d^2\mathbf{K}_2}{\pi}\cdots\frac{d^2\mathbf{K}_{n-1}}{\pi}d\xi_2d\xi_3\cdots d\xi_{n-1}ds_1ds_2\cdots ds_n\,dw, \tag{31}$$

其中 w 代表所有束的内部变数．利用文献[4]中的公式，有

$$\xi_{1,2}\cong\xi_1-\xi_2$$

等等，以及

$$\xi_{1,2}+\xi_{2,3}+\cdots+\xi_{n-1,n}\cong\xi. \tag{32}$$

取振幅 $A_{n,2}$ 的渐近形式为

$$a_n(\mathbf{K}_1,\ \cdots\mathbf{K}_{n-1};\ s_1,\cdots s_n;\ w)\left(-\frac{2t_1s_{1,2}}{s_1s_2}\right)^{\alpha(t_1)}\cdots\left(-\frac{2t_{n-1}s_{n-1,n}}{s_{n-1}s_n}\right)^{\alpha(t_{n-1})}. \tag{33}$$

a_n 依赖于由横动量组成的标量，它在 $\mathbf{K}_i = 0$ 处解析且一般不为零．由于 $\mathbf{K}_i \cong 0$ 区域是主要的，因此可以令 a_n 中的 $\mathbf{K}_i \to 0$．把 $|a_n|^2$ 式对 w 积分后具有形式 $f(s_1, \cdots, s_n)$．把(31)式再对 $\mathbf{K}_i$ 积分，并令 $\alpha(t) = 1 + bt$，得

$$d\sigma = \frac{2\pi}{(4\pi)^{2n-2}} \frac{1}{b^{3(n-1)}} f(s_1 \cdots s_n) \left(\frac{s_{12}}{s_1 s_2} \cdots \frac{s_{n-1,n}}{s_{n-1} s_n}\right)^2 \frac{1}{s^2} \times$$
$$\times (\xi_{12}\xi_{23} \cdots \xi_{n-1,n})^{-3} ds_1 \cdots ds_n \, d\xi_2 \cdots d\xi_{n-1}.$$

再利用(30)式得

$$d\sigma = \frac{2\pi}{(4\pi)^{2n-2} b^{3(n-1)}} \cdot \frac{f(s_1 \cdots s_n)}{s_1 s_2 \cdots s_n} [\xi_{12}\xi_{23} \cdots \xi_{n-1,n}]^{-3} d\eta_1 \cdots d\eta_n \, d\xi_2 \cdots d\xi_{n-1}. \qquad (34)$$

先考虑 n 为不随 s 而变的固定数目的情形．由于 η_i 积分区有限，对 η_i 的积分不影响数量级，故可以不考虑对 η_i 的积分．为了估计(34)的数量级，我们计算积分

$$\int d\xi_2 \cdots d\xi_{n-1} [\xi_{12}\xi_{23} \cdots \xi_{n-1,n}]^{-3} =$$
$$= \int d\xi_{23} \cdots d\xi_{n-1,n} [(\xi - \xi_{23} - \cdots - \xi_{n-1,n}) \xi_{23} \cdots \xi_{n-1,n}]^{-3}. \qquad (35)$$

积分限是从每个 ξ_{ij} 大于某正数至 $\xi_{12} + \xi_{23} + \cdots + \xi_{n-1,n} = \xi$．我们先把区域划分为 $\xi_{12} < \xi/(n-1)$ 和 $\xi_{12} > \xi/(n-1)$ 两部分．在后一部分中，把(35)式被积函数第一个因子用 $\xi/(n-1)$ 代替，剩下的积分为 $O(1)$，故这部分的贡献是 $O(\xi^{-3})$．在 $\xi_{12} < \xi/(n-1)$ 的部分，必有另一 $\xi_{ij} > \xi/(n-1)$，只要我们把积分变数重新排列，亦得到同一贡献．即是说，(35)式为 $n-1$ 项之和，每项贡献为 $O(\xi^{-3})$，故(35)式总值亦为 $O(\xi^{-3})$．由此我们得到当 n 固定时，σ_n 随 $(\ln s)^{-3}$ 下降，因而对于固定的 N，$\sum_{n=2}^{N} \sigma_n$ 亦随 $(\ln s)^{-3}$ 下降．因此，按照这模型，当能量增大时，束数亦必须随之增加．当 $n \sim \ln s$ 时，每个 $\xi_{i,i+1}$ 为不随能量增大的有限数，我们所得的渐近形式不能严格适用．此时与能量有关的因子，主要是由于顶角数增加而出现的 g^n，g 包含耦合常数、$\xi_{i,i+1}$ 平均值等因素在内．从这模型的一般计算，我们不能确定 σ 的渐近行为，而只能参照高能限的一般理论[7]，认为对 g 值将有一定的限制，使截面不随 s 的正幂次增大．

在上面的计算中，我们把控制高能行为的 l 平面上的奇点只取为一个孤立极点．在计及一系列的支点或者这些奇点当 $t < 0$ 时变为复数的情形时，计算将比较复杂，我们在这里不详细计算．但可以預期，除了横动量分布以及 $\ln s$ 冪次略有不同外，一般结论不受影响．

我们的模型与 Amati[2] 等的多重边缘作用模型有某些相似．他们用的是交换基本粒子的梯形图，我们的计算则应用交换 Regge 粒子的图．所得结果表明，在很高能量下，主要过程是多束粒子（火球）产生，束数随 $\ln s$ 增加．这些结论与近年超高能实验的结果[6,8]相符．

五、討　論

我们计算了高能道么正条件的弹性部分积分的渐近行为．结果表明，即使当 $t<0$ 时 $\alpha_P(t)$ 变为一对复共轭的情形，仍不能避免割线的存在，而且亦不能正确地得出其他 Regge

极点项．这点指出，如果场论中的 Regge 表示正确，则必须计及非弹性过程的影响．我们也计算了 $t=0$ 时一些非弹性过程的贡献．所得的确定的结果是束数有限时截面随 $(\ln s)^{-3}$ 减小，即比弹性截面下降得更快．也可以试图计算 $t \neq 0$ 时的幺正积分中非弹性过程的贡献．在文献[4]中给出了一些计算．但这些计算只当 $\xi_{i,i+1}$ 随能量趋于无穷时才严格成立，也就是只能应用于很小部分的非弹性过程，因而实质上和只计算弹性部分沒有很大差别．根据超高能实验的火球分析[6]，平均的 $\xi_{i,i+1}$ 值大约只有 $2\sim3$ 的数量级，也就是超高能作用分解为多个能量不很高的作用，而且动量转移 t_i 亦达到 1 BeV^2 的数量级．对于这些最重要的过程，Regge 极点近似已经不很令人满意，不能再用这方法来严格处理其渐近行为了．因此在幺正积分中，非弹性过程怎样起作用来产生正确的 Regge 极点渐近式，还有待于更完备的高能作用理论的建立才能解决．

参 考 文 献

[1] Foley, K. J., et al., *Phys. Rev. Letters,* **10** (1963), 376; Foley, K. J., et al., *ibid.,* **11** (1963), 503.
[2] Amati, D., Fubini, S., Stanghellini, S., International Conference on High-Energy Physics at CERN, 1962, p. 560.
[3] Mandelstam, S., *Nuovo Cimento,* **30** (1963), 1127; 1148.
[4] Вердиев, И. А., Кануели, О. В., Матинян, С. Г., Попова, А. М., Тер-Мартиросян, К. А., *ЖЭТФ,* **46** (1964), 1700.
[5] Тер-Мартиросян, К. А., *Там же,* **44** (1964), 341.
[6] Hayakawa, S., International Conference on High-Energy Physics at CERN, 1962, p. 643.
[7] Froissart, M., *Phys. Rev.,* **123** (1961), 1053.
[8] McCusker, C. B. A., Peak, L. S., *Nuovo Cimento,* **31** (1964), 525.

ASYMPTOTIC BEHAVIOUR OF SCATTERING AMPLITUDE AND HIGH ENERGY INELASTIC PROCESSES

Kwo She-hung

(*Department of Physics, Chungsan University*)

Abstract

Assuming that the vacuum Regge poles become a complex conjugate pair when $t<0$, we have calculated the elastic part of the high energy unitary integral. The result shows that there should also be a series of branch points. By the elastic part of the integral, it is impossible to obtain the terms corresponding to other Regge poles. When we apply the Regge representation to high energy inelastic interactions according to the fireball model, it is shown that the cross-section for a finite number of fireballs falls with $(\ln s)^{-3}$. In order that the total cross sections approach constant values, the number of fireballs should increase with $\ln s$.