

## $\pi$ - $\Lambda$ 耦合常数和 $\pi$ - $\Lambda$ 低能 $P_{3/2}$ 波散射\*

曹昌祺 王鐘炎<sup>1)</sup> 詹达三<sup>1)</sup>

(北京大学物理系)

### 提 要

本文将改进的 Chew-Low 展开<sup>[1]</sup>应用到  $\pi$ - $\Lambda$  的  $P_{3/2}$  分波散射, 以从共振参量 (能级和宽度) 来确定  $\pi\Lambda\Sigma$  的耦合常数和  $P_{3/2}$  相移随能量的变化。当共振宽度采用目前比较公认的值 50 MeV 时, 给出的  $\pi$ - $\Lambda$  耦合常数为  $g^2 = 34$  或  $f^2 = 0.12$ 。文中亦给出了其他可能的宽度值所相应的结果。所得到的  $P_{3/2}$  相移曲线虽无实验可以比较, 但估计在质心系总能量  $W \approx 1450$  MeV 以下, 应该是可靠的。

$\pi$  介子与  $\Lambda$  粒子的散射, 由于实验上的困难, 目前尚无直接的实验数据,  $\pi$ - $\Lambda$  的耦合常数 (指  $\pi\Lambda\Sigma$  间的耦合常数,  $\pi\Lambda\Lambda$  的耦合, 根据同位旋守恒, 是禁戒的) 也尚未确定。但近年来, 从  $K^- + p \rightarrow \Lambda^0 + \pi^+ + \pi^-$  的过程中, 分析出  $\pi$ - $\Lambda$  散射有一共振<sup>[2]</sup> (记为  $Y_1^*$ ), 共振能量在  $W = 1385$  MeV 处,  $W$  为  $\pi$ - $\Lambda$  质心系总能量。最近, 实验上已较肯定共振是在  $P_{3/2}$  分波<sup>[3]</sup>, 情况与  $\pi$ - $N$  散射类似。此外,  $\pi$ - $\Lambda$  散射的低能中间态亦与  $\pi$ - $N$  散射相仿: 在  $\pi$ - $\Lambda$  散射中, 同样有一个单粒子中间态  $|\Sigma\rangle$ <sup>2)</sup>, 根据最近的实验资料<sup>[4]</sup>,  $\Sigma$  与  $\Lambda$  的相对宇称为正, 因此它与  $\pi$ - $N$  散射中的单粒子中间态  $|N\rangle$  相当;  $\pi$ - $\Lambda$  散射的双粒子中间态虽有  $|\pi\Lambda\rangle$ 、 $|\pi\Sigma\rangle$  和  $|KN\rangle$  等, 但  $|KN\rangle$  的阈较高, 在  $|\Lambda + 2\pi\rangle$  的阈以上,  $|\pi\Sigma\rangle$  的阈虽较共振能级低, 但实验上给出的  $Y_1^*$  衰变到  $|\pi\Sigma\rangle$  的分支比很小, 约在 1% 左右, 说明至少在  $P_{3/2}$  分波里, 一直到共振区附近,  $\pi + \Lambda \rightarrow \pi + \Sigma$  的过程仍可略去, 亦即低能  $|\pi\Sigma\rangle$  中间态可以略去不计。这样,  $\pi$ - $\Lambda$  散射与  $\pi$ - $N$  散射低能中间态的区别, 就只在单粒子态的质量上面。与  $\pi$ - $N$  不同的是, 在  $\pi$ - $\Lambda$  的情况, 单粒子中间态质量为  $m_\Sigma$ , 它与  $m_\Lambda$  不相等。

对于  $\pi$ - $N$  大  $P$  波, 已有较多的理论研究, 而应用改进了的 Chew-Low 理论<sup>[1]</sup>, 可以从阈值直到共振能量以上甚远处都与实验很好地符合。根据上述  $\pi$ - $\Lambda$  散射与  $\pi$ - $N$  散射的相似性, 可以认为两者共振的机制也是一样的, 因此, 在本文中试图用同样的方法来研究  $\pi$ - $\Lambda$  的  $P_{3/2}$  分波。目前,  $\pi$ - $\Lambda$  的共振宽度在实验上也已初步确定, 根据共振位置和宽度, 我们可以定出  $\pi$ - $\Lambda$  的耦合常数以及从阈值直到  $W \approx 1450$  MeV 的  $P_{3/2}$  分波相移。如果  $\pi$ - $\Lambda$  共振机制确与  $\pi$ - $N$  相同, 而且宽度的值没有问题, 本文所得的结果应该是可靠的。

\* 1963 年 10 月 8 日收到。

1) 1963 年应届毕业生。

2) 如前所述, 由同位旋守恒,  $|\Lambda\rangle$  中间态是禁戒的。

## 二

$\pi$ - $\Lambda$  散射的运动学与  $\pi$ - $N$  散射相似,  $S$  矩阵元可以写作

$$\langle f|S-1|i\rangle = -(2\pi)^4 i \delta^4(p_1 + q_1 - p_2 + q_2) \left( \frac{m_\Lambda^2}{4E_1 E_2 \omega_1 \omega_2} \right)^{1/2} \bar{u}(p_2) T u(p_1), \quad (1)$$

$$T = -A(s, t) + \frac{1}{2} i \gamma \cdot (q_1 + q_2) B(s, t).$$

其中  $E_1 = p_{10}$ ,  $E_2 = p_{20}$  分别为入射和出射  $\Lambda$  粒子的能量;  $\omega_1 = q_{10}$ ,  $\omega_2 = q_{20}$  分别为入射和出射  $\pi$  介子的能量;  $s$  为系统在质心系中的总能量平方;  $t$  为质心系中动量转移平方的负值. 与  $\pi$ - $N$  散射不同的只是, 在这里只有一种同位旋振幅, 它所对应的同位旋值在  $s$  和  $u$  道皆为 1, 在  $t$  道为 0, 即与  $\pi$ - $N$  散射中同位旋为“+”的振幅相当.

$A(s, t)$  和  $B(s, t)$  应同样地满足 Mandelstam 双重谱表示, 但由于单粒子中间态的质量  $m_\Sigma$  不等于  $m_\Lambda$ , 故极点项将与  $\pi$ - $N$  不同. 根据  $\Sigma$  与  $\Lambda$  的相对宇称为正, 我们算出极点项为

$$\left. \begin{aligned} A(s, t) &= (m_\Lambda - m_\Sigma) \left( \frac{g_r^2}{m_\Sigma^2 - s} + \frac{g_r^2}{m_\Sigma^2 - u} \right), \\ B(s, t) &= \frac{g_r^2}{m_\Sigma^2 - s} - \frac{g_r^2}{m_\Sigma^2 - u}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中  $g_r$  为重正化有理化的  $\pi\Lambda\Sigma$  耦合常数.

$\pi$ - $\Lambda$  散射的分波振幅与不变振幅  $A(s, t)$  和  $B(s, t)$  的关系, 和  $\pi$ - $N$  情况完全相同, 因而从  $A(s, t)$  和  $B(s, t)$  的谱表示得出的  $\pi$ - $\Lambda$  分波振幅奇异性, 除了短割线和  $P_{1/2}$  分波中的单粒子极点以外, 其余应与  $\pi$ - $N$  情况一样. 由于  $A$  和  $B$  中极点项的差别,  $\pi$ - $\Lambda$  分波振幅中的短割线和  $P_{1/2}$  分波中单粒子极点的位置将有所变动. 从 (2) 式不难求出短割线两端点的位置<sup>1)</sup>是

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= \frac{1}{m_\Sigma^2} (m_\Lambda^2 - 1)^2, \\ s_2 &= 2m_\Lambda^2 - m_\Sigma^2 + 2. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

整个分波振幅割线如图 1 所示, 其中并且给出了  $P_{1/2}$  分波中极点的位置.

根据文献[1]中的讨论,  $P_{3/2}$  分波振幅可以表为

$$f_{P_{3/2}}(s) = \frac{-v}{K_{P_{3/2}}(s) + (-v)^{3/2}}, \quad (4)$$

其中  $v$  等于质心系中动量  $q$  的平方.

$$K_{P_{3/2}}(s) = -v^{3/2} \operatorname{ctg} \delta_{P_{3/2}}, \quad (5)$$

$K_{P_{3/2}}$  具有与  $f_{P_{3/2}}$  相同的割线, 只是物理割线的弹性部分已被消去. 当  $K_{P_{3/2}}(s)$  在阈处不为零和无穷时, 上述分波振幅表示式即具有正确的阈行为, 并且只要  $K_{P_{3/2}}(s)$  没有弹性物理割线, 上述分波振幅表示式在弹性区就将自动满足么正条件.

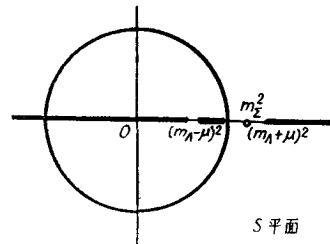


图 1

1)  $\pi$  介子质量取为 1.

## 三

在近似处理中,同  $\pi$ - $N$  一样,  $f_{P\frac{3}{2}}$  的短割线将用一等效极点代替,极点位置  $s_0$  可取为

$$s_0 = m_A^2(1 - \delta)^2, \quad (6)$$

其中  $\delta$  由下式确定:

$$m_\Sigma = m_A(1 + \delta). \quad (7)$$

极点上的留数  $R$  可以通过割线上跳跃的积分来求出,在略去相对数量级为  $\frac{1}{m_A^2}$  的小项后,我们求得的结果是

$$R = -\frac{1}{3} g^2 \frac{(1 - m_A^2 \delta^2)}{m_\Sigma} = -\frac{4}{3} f^2 m_\Sigma (1 - m_A^2 \delta^2), \quad (8)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} g^2 &= \frac{g_T^2}{4\pi}, \\ f^2 &= \frac{1}{4m_\Sigma^2} g^2. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

分波振幅圆割线的右端部分是由低能  $\pi$ - $\pi$  作用贡献的, Frautschi 和 Walecka 曾指出<sup>[5]</sup>,对于  $\pi$ - $N$  散射的大  $P$  波,这一部分可以略去. 而在  $\pi$ - $\Lambda$  情况,低能  $\pi$ - $\pi$  作用中最主要的  $T = 1$  的  $P$  波共振并不出现<sup>1)</sup>,因此更是可以略去不计. 关于右方非弹性割线,如前所述,  $|\pi\Sigma\rangle$  的低能中间态可以不考虑,亦即  $\pi + \Lambda \rightarrow \pi + \Sigma$  过程所引起的非弹性割线的低能部分可以略去,而  $|2\pi + \Lambda\rangle$  和  $|KN\rangle$  中间态在其刚开始的一段范围亦不重要,这样,如文献 [1] 中所述,  $K_{P\frac{3}{2}}(s)$  可以在  $s = (m_A - 1)^2$  直到共振区以上的相当大的范围内作幂级数展开<sup>2)</sup>,如果展开亦可只取三项,则  $K_{P\frac{3}{2}}(s)$  可写作

$$K_{P\frac{3}{2}}(s) = a_0 + a_1 s + a_2 s^2, \quad (10)$$

其中  $a_0$ ,  $a_1$  和  $a_2$  可以通过等效极点位置  $s_0$ 、留数  $R$  和共振能级  $s_r$  表示出来,在代入(4)式后,分波振幅化为

$$f_{P\frac{3}{2}}(s) = \frac{-v}{(s - s_r)[(s - s_0)\alpha + \beta] + (-v)^{3/2}}, \quad (11)$$

$\alpha$  和  $\beta$  由下式确定<sup>3)</sup>:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{s_0 - s_r} \left[ \frac{3}{2} (-v_0)^{1/2} \left( \frac{dv}{ds} \right)_0 - \frac{v_0}{R} \right] + \frac{(-v_0)^{3/2}}{(s_0 - s_r)^2}, \\ \beta &= \frac{1}{s_r - s_0} (-v_0)^{3/2}, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

其中  $v_0$  和  $\left( \frac{dv}{ds} \right)_0$  代表  $v$  和  $\frac{dv}{ds}$  在  $s = s_0$  处的值,它们可取下述近似值:

- 1) 如前所述,这里只有一个同位旋振幅,它相应的  $\pi$ - $\pi$  道同位旋  $T = 0$ .
- 2) 同  $\pi$ - $N$  散射一样,亦假定低能区不存在  $CDD$  极点.
- 3) 参见文献 [1].

$$\left. \begin{aligned} -v_0 &= \frac{1 - m_A^2 \delta^2}{1 - \delta}, \\ \left(\frac{dv}{ds}\right)_0 &= -\delta. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

当  $s_r$  用实验值代入后,  $f_{P_{3/2}}(s)$  中只含一个未知参量即耦合常数, 因此可以由共振宽度的实验值来确定它. 目前实验上初步确定的宽度值为<sup>[3]</sup>

$$\Gamma = 50 \text{ MeV},$$

由此求出

$$g^2 = 34, \quad f^2 = 0.12.$$

相应的  $P_{3/2}$  波截面如图 2 所示.

考虑到实验宽度值可能不准, 某些实验工作者曾给出较小的宽度, 我们也计算了  $\Gamma = 40, 30, 20$  和  $15 \text{ MeV}$  的情况, 结果一并列于下表中.

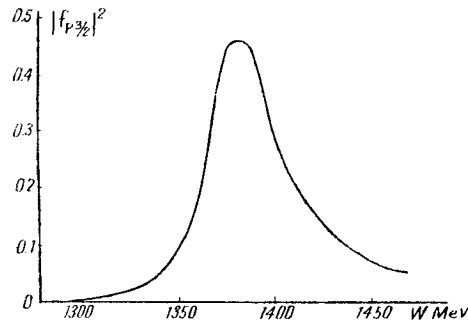


图 2

$\Gamma(\text{MeV})$	50	40	30	20	15
$g^2$	34	26	20	12	9
$f^2$	0.12	0.089	0.069	0.0421	0.031
$\alpha$	0.021	0.027	0.033	0.055	0.071

相应的相移数值可由公式

$$v^{3/2} \text{ctg } \delta_{P_{3/2}} = -(s - s_r) [(s - s_0)\alpha + \beta] \quad (14)$$

确定,  $\alpha$  已由上表给出,

$$\beta = 0.016, \quad s_0 = 55, \quad s_r = 98.$$

(14) 式给出的相移, 虽然尚无法用实验来验证, 但从所用的方法在  $\pi$ - $N$  散射所获得的成功来看, 在  $W \approx 1450 \text{ MeV}$  以下, 应该是可靠的.

作者对高崇寿同志的讨论表示感谢.

### 参 考 文 献

- [1] 曹昌祺、王维新、黄厚昌, 物理学报, **20** (1964), 1210.
- [2] Alston, etc., *Phys. Rev. Letters*, **5** (1960), 520.
- [3] Proceedings of the 1962 Annual International Conference on High Energy Physics at Geneva; Shafer, Murray and Huwe, *Phys. Rev. Letters*, **10** (1963), 179; Bertanza, etc., *Phys. Rev. Letters*, **10** (1963), 176.
- [4] Tripp, Watson and Ferro-Luzzi, *Phys. Rev. Letters*, **8** (1962), 175.
- [5] Frautschi and Walecka, *Phys. Rev.*, **120** (1960), 1486.

**$\pi$ - $\Lambda$  COUPLING CONSTANT AND LOW ENERGY  
 $\pi$ - $\Lambda$   $P_{3/2}$  WAVE SCATTERING**

TSAO CHANG-CHIE WANG CHUNG-YIAN CHAN TA-SAN

*(Department of physics, Peking University)*

ABSTRACT

The improved Chew-Low expansion, when applied to  $\pi$ - $N$  (3.3) partial wave scattering<sup>[1]</sup>, has succeeded to fit the experimental data from the threshold up to energies above resonance. Its expression contains only two parameters, namely the coupling constant and resonance level. Therefore, it may conversely determine the coupling constant from the resonance data (level and width) and hence the (3.3) phase shifts. In this paper, we examine the  $\pi$ - $\Lambda$   $P_{3/2}$  wave by the same method. At present time the most permissible value of  $\pi$ - $\Lambda$  resonance width is 50 MeV, from which we get the  $\pi$ - $\Lambda$  coupling constant to be  $g^2=34$  or  $f^2=0.12$ . The results corresponding to other possible values of width are also reported. The calculated phase shifts are believed to be legitimate below c.m.s. total energy  $W \approx 1450$  MeV.