

# 关于具有定向自旋粒子的 契連科夫輻射\* 1)

呂 景 發  
(南开大学)

## 提 要

量子电动力学方法研究在介质中运动的带电粒子自旋状态对契連科夫輻射强度的影响, 指出: 在横向自旋状态下, 輻射强度具有新的量子补充值. 和纵向粒子一样, 輻射由两部分組成: 极化部分(在輻射闕上  $\cos \theta = 1$  等于零)和非极化部分(在闕上区别于零).

带电粒子的契連科夫輻射 (Черенковское излучение) 在一系列理論工作<sup>[1-4]</sup>中曾研究过, Гинзбург 和 Соколов 的量子理論(無論是相对論性的还是非相对論性的)<sup>[3,4]</sup> 仅給予經典結果<sup>[1,2]</sup>以不大的补充(数量級  $\hbar^2$ ). 一系列工作<sup>[5-10]</sup>研究了契連科夫輻射的极化效应, 在工作[6-8]中研究了纵向极化粒子的契連科夫輻射; 工作[9,10]討論了被称为“超光磁矩”的輻射极化效应. 表明: 輻射强度的計算不仅和被輻射光子的极化状态有关, 而且还取决于輻射粒子的自旋状态, 所得之輻射强度具有极化性状, 甚至在某种条件下(能闕  $\cos \theta = 1$  上), 由于自旋的不同定向, 輻射强度在某个方向上可以完全消失<sup>[6-9]</sup>.

本工作乃是該系列工作的繼續, 作者从 Соколов-Тернов-Лоскутов 决定鷹自旋矢量理論<sup>[11,12]</sup>出发, 想探討更广泛的粒子自旋状态对輻射的影响; 并就所得結果进行分析. 产生探討具有各种自旋状态粒子輻射兴趣的原因是: 最近以来, 实验技术已达到这样的水平, 即可以观察和測量单个粒子的契連科夫輻射<sup>[14]</sup>.

已知自由費米粒子的运动是借助于以下带有定向自旋的狄拉克波函数来描述<sup>[13]</sup>:

$$\psi = L^{-3/2} \sum_s C_s b_s e^{-i\epsilon c Kt + iKx}, \quad (2.1)$$

值  $\epsilon = \pm 1$  标明能量的符号(在我們的情况只取正值  $\epsilon = 1$ );  $s = \pm 1$  自旋在运动方向上的二倍投影值; 系数  $C_s$  表征带电粒子在自旋  $s = \pm 1$  状态的几率.

自旋矩陣

\* 1962年9月12日收到.  
1) 工作于1961年在莫斯科大学完成.

$$b_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} A_{1,s} & B_{1,s} \\ A_{1,s} & B_{2,s} \\ A_{2,s} & B_{1,s} \\ A_{2,s} & B_{2,s} \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

$$A_{1,s} = \sqrt{1 + k_0/K}, \quad A_{2,s} = s \sqrt{1 - k_0/K},$$

$$B_{1,s} = s \cos \theta_s \cdot e^{-i\varphi/2}, \quad B_{2,s} = s \sin \theta_s e^{i\varphi/2}, \quad \theta_s = \frac{\theta}{2} - (1-s) \frac{\pi}{4},$$

这里,  $\theta, \varphi$  为矢量  $\mathbf{k}$  的球形坐标系中的角. 费米粒子的能量和其冲量  $\mathbf{k}$ 、静质量  $k_0$  用如下的已知关系式联系着:  $K = \sqrt{k^2 + k_0^2}$ .

在解我们的问题时, 可将带电粒子和光子场间的相互作用能算符  $W' = e(\mathbf{a}\mathbf{A})$  视为微扰项;  $\mathbf{a} = \rho_1 \sigma_n$  为狄拉克矩阵, 量子化了的横向电磁场矢量势  $\mathbf{A}$  在介质中表示如下:

$$\mathbf{A} = L^{-3/2} \sum_{\mathbf{k}} \sqrt{\frac{2\pi c' \hbar}{\kappa}} (\mathbf{a} e^{-i\mathbf{k}'\mathbf{r} + i\kappa\tau} + \mathbf{a}^+ e^{i\mathbf{k}'\mathbf{r} - i\kappa\tau}), \quad (2.3)$$

中介质的折射率  $n = \sqrt{\mathbf{s} \cdot \boldsymbol{\mu}}$ ;  $\hbar\kappa$  为光子冲量;  $c$  为光速;  $c' = c/n$ .

这样, 在起始不存在光子的条件下, 在微扰理论波恩一次近似中得如下粒子辐射的几率公式<sup>[13]</sup>:

$$w_{j's's'}^i = \frac{4\pi^2 e^2}{L^3 \hbar} \sum_{\mathbf{K}} \sum_{\kappa} \frac{1}{\kappa n} Q_j^{+s's'} Q_{j'}^{s's'} \delta_{\mathbf{K}, \mathbf{K}'+\kappa} \cdot \delta \left( K' + \frac{\kappa}{n} - K \right), \quad (2.4)$$

这里,  $\hbar\mathbf{K}$ ,  $c\hbar\mathbf{K}$ ;  $\hbar\mathbf{K}'$ ,  $c\hbar\mathbf{K}'$  相应的乃是辐射前后粒子的冲量和能量.

乘积

$$\begin{aligned} Q_j^{+s's'} Q_{j'}^{s's'} &= \frac{1}{4} \sum_s \sum_{s_1} b_s^+ (\mathbf{a}\mathbf{a}_j) b_{s'}' \cdot b_{s'}^+ (\mathbf{a}\mathbf{a}_j^+) b_{s_1} \cdot C_s C_{s_1}^+ = \\ &= \frac{1}{4} \sum_s \sum_{s_1} \sum_{n_j, n_j'} \bar{\rho}_{11}(s', s, s_1) \bar{\sigma}_{n_j, n_j'}(s', s, s_1) a_{n_j} a_{n_j'}^+ C_s \cdot C_{s_1}^+ \end{aligned} \quad (2.5)$$

矩阵元

$$\begin{aligned} \bar{\rho}_{11}(s', s, s_1) &= (A_{1,s}^+, A_{2,s}^+) \rho_1 \begin{bmatrix} A_{1,s'}' \\ A_{2,s'}' \end{bmatrix} \cdot (A_{1,s_1}^+, A_{2,s_1}^+) \rho_1 \begin{bmatrix} A_{1,s_1} \\ A_{2,s_1} \end{bmatrix} = \\ &= (1 + ss_1) \left( 1 + ss' \frac{\hbar k'}{KK'} - \frac{\hbar k_0^2}{KK'} \right) - (1 - ss_1) \frac{(K - K')}{KK'} k_0, \quad (2.6) \\ \sum_{n_j, n_j'} \sigma_{n_j, n_j'}(s', s, s_1) &= \sum_{n_j, n_j'} (B_{1,s}^+, B_{2,s}^+) \cdot \sigma_{n_j} \begin{bmatrix} B_{1,s'}' \\ B_{2,s'}' \end{bmatrix} \cdot (B_{1,s_1}^+, B_{2,s_1}^+) \sigma_{n_j} \begin{bmatrix} B_{1,s_1} \\ B_{2,s_1} \end{bmatrix} = \\ &= \frac{1}{8} \left\{ (1 + ss_1 + ss' + s_1 s') \left[ (n_x^2 + ss_1 n_y^2 + n_z^2 - i(s - s_1) n_x n_y) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (n_x^2 - n_z^2 - ss_1 n_y^2 + i(s - s_1) n_x n_y) \frac{1}{\Gamma} \left( 1 - \frac{\omega n \hbar}{cp} \cos \theta \right) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - (2n_x n_z - i(s - s_1) n_y n_z) \frac{1}{\Gamma} \frac{\omega n \hbar}{cp} \sin \theta \right] + (1 - ss_1 - ss' + s_1 s') \times \right. \\ &\quad \left. \times s \left[ i(s + s_1) n_y n_z - (2n_x n_z - i(s - s_1) n_y n_z) \frac{1}{\Gamma} \left( 1 - \frac{\omega n \hbar}{cp} \cos \theta \right) + \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (n_x^2 + s s_1 n_y^2 - n_z^2 - i(s - s_1)n_x n_y) \frac{1}{\Gamma} \frac{\omega n \hbar}{c p} \sin \theta \Big] - \\
& - (1 - s s_1 + s s' - s_1 s') s \left[ -i(s + s_1)n_y n_x - (2n_x n_x - i(s - s_1)n_y n_x) \times \right. \\
& \times \frac{1}{\Gamma} \left( 1 - \frac{\omega n \hbar}{c p} \cos \theta \right) + (n_x^2 + s s_1 n_y^2 - n_z^2 - i(s - s_1)n_x n_y) \cdot \\
& \cdot \frac{1}{\Gamma} \frac{\omega n \hbar}{c p} \sin \theta \Big] + (1 + s s_1 - s s' - s_1 s') \left[ (n_x^2 + s s_1 n_y^2 + n_z^2 - i(s - s_1)n_x n_y) + \right. \\
& + (n_x^2 + s s_1 n_y^2 - i(s - s_1)n_x n_y - n_z^2) \frac{1}{\Gamma} \left( 1 - \frac{\omega n \hbar}{c p} \cos \theta \right) + \\
& \left. + (2n_x n_x - i(s - s_1)n_y \cdot n_z) \frac{1}{\Gamma} \frac{\omega n \hbar}{c p} \sin \theta \right] \Big\}. \quad (2.7)
\end{aligned}$$

式中  $n_i$  为三維空間的量，沿  $x, y, z$  軸具有值： $n_x = n_y = n_z = 1$ ； $j$  为表征矢量  $\mathbf{a}$  的不同极化状态。

将式(2.6)，(2.7)代入(2.5)中，且考虑到冲量、能量守恒原理  $K = K' + \frac{\kappa}{n}$ ； $\mathbf{k} = \mathbf{k}' + \kappa$  和  $\delta$  函数的积分規則，便得在单位长度上的輻射强度一般公式：

$$\begin{aligned}
W_{j,j'}^{s,s_1} = & \frac{e^2}{4c^2} \int_0^{\omega_{\max}} \omega d\omega \left\{ \frac{1}{2} \sum_s \sum_{s_1} (1 + s s_1) \left[ A_{j,n}^{s,s_1} + B_{j,n}^{s,s_1} s' s \frac{1}{\Gamma} \frac{\omega n \hbar}{c p} \sin \theta + \right. \right. \\
& + C_{j,n}^{s,s_1} s s' \frac{1}{\Gamma} \left( 1 - \frac{\omega n \hbar}{c p} \cos \theta \right) \Big] \left( 1 + s s' \Gamma - \frac{\omega \hbar}{c p \beta} \right) + \\
& + (1 - s s_1) \left[ D_{j,n}^{s,s_1} - B_{j,n}^{s,s_1} s' \frac{1}{\Gamma} \left( 1 - \frac{\omega n \hbar}{c p} \cos \theta \right) + \right. \\
& \left. \left. + C_{j,n}^{s,s_1} s' \frac{1}{\Gamma} \frac{\omega n \hbar}{c p} \sin \theta \right] \frac{\omega \hbar}{c p \beta} \sqrt{1 - \beta^2} \right\}. \quad (2.8)
\end{aligned}$$

这里， $\Gamma = \left( 1 - 2 \frac{\omega n \hbar}{c p} \cos \theta + \frac{\omega^2 n^2 \hbar^2}{c^2 p^2} \right)^{1/2}$ ； $\beta = \frac{v}{c}$ ， $\cos \theta = \frac{1}{\beta n} + \frac{\omega n \hbar}{2 c p} (1 - n^{-2})$  表征輻射方向。积分的上极限  $\omega_{\max}$  用条件  $\cos \theta = f(\omega_{\max}) = 1$  来决定，而系数

$$\left. \begin{aligned}
A_{j,n}^{s,s_1} &= [a_{j,n_z} a_{j,n_z}^\dagger + a_{j,n_x} a_{j,n_x}^\dagger + s s_1 a_{j,n_y} a_{j,n_y}^\dagger - i(s a_{j,n_x}^\dagger a_{j,n_y} - s_1 a_{n_x} a_{j,n_y}^\dagger)] \cdot C_s C_{s_1}^+, \\
B_{j,n}^{s,s_1} &= [a_{j,n_x}^\dagger a_{j,n_z} + a_{j,n_x} a_{j,n_z}^\dagger - i(s a_{j,n_x}^\dagger a_{j,n_y} - s_1 a_{j,n_y}^\dagger a_{j,n_z})] C_s C_{s_1}^+, \\
C_{j,n}^{s,s_1} &= [a_{j,n_z} a_{j,n_z}^\dagger - a_{j,n_x} a_{j,n_x}^\dagger - s s_1 a_{j,n_y} a_{j,n_y}^\dagger + i(s a_{j,n_x}^\dagger a_{j,n_y} - s_1 a_{j,n_x} a_{j,n_y}^\dagger)] C_s C_{s_1}^+, \\
D_{j,n}^{s,s_1} &= [a_{j,n_z}^\dagger a_{j,n_x} - a_{j,n_x}^\dagger a_{j,n_z} - i(s a_{j,n_y} a_{j,n_z}^\dagger + s_1 a_{j,n_z} a_{j,n_y}^\dagger)] C_s C_{s_1}^+.
\end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

它們的值将取决于粒子和被輻射光子的不同极化状态<sup>[12]</sup>。

### 三

1. 带电粒子具有纵向自旋时(自旋矢量  $\mathbf{s}_0$  平行于运动方向)，我們設  $C_1 = 1, C_{-1} = 0$  ( $\mathbf{s}_0 = 1$ ) 或  $C_{-1} = 1, C_1 = 0$  ( $\mathbf{s}_0 = -1$ )<sup>[12]</sup>。

为了研究輻射的极化性状，我們將矢势振幅  $\mathbf{a}$  分成两个分量<sup>[13]</sup>。在輻射的綫性极化

情况下,

$$\mathbf{a} = \sum_{j=2,3} \mathbf{a}_j = \sum_{j=2,3} \beta_j \mathbf{q}_j, \quad (3.1)$$

$$\beta_2 = \frac{[\kappa^0 \mathbf{j}^0]}{\sqrt{1 - (\kappa^0 \mathbf{j}^0)^2}}; \quad \beta_3 = \frac{\kappa^0 (\kappa^0 \mathbf{j}^0) - \mathbf{j}^0}{\sqrt{1 - (\kappa^0 \mathbf{j}^0)^2}}. \quad (3.2)$$

式中  $\kappa^0$  为被辐射光子的单位冲量;  $\mathbf{j}^0$  为沿某个选择方向的单位矢量 (在我们的情况下  $\mathbf{j}^0 // \mathbf{k}$ ); 量子部分满足以下关系式:

$$q_i^\dagger q_i = 0; \quad q_i q_i^\dagger = \delta_{ij}.$$

保持理论的普遍意义, 我们可将始态冲量  $\mathbf{k}$  沿  $z$  轴定向 ( $\theta, \varphi = 0$ ); 而末态冲量  $\mathbf{k}'$  放置在  $xz$  平面上 ( $\varphi' = 0$ ). 这样, 矢量  $\mathbf{a}_2 = \mathbf{a}_{n_y} (n_y = 1; n_x = n_z = 0)$ ,  $\mathbf{a}_3 = \mathbf{a}_{3, n_x} + \mathbf{a}_{3, n_z} (n_y = 0; n_x = n_z = 1)$ . 将式 (3.2) 相应值代入 (3.1), 且考虑到  $\kappa_x^0 = -\sin \theta$ ;  $\kappa_z^0 = \cos \theta$ ;  $\kappa_y^0 = 0$ , 得系数 (2.9) 值为  $A_{j,n}^{s,s_1} = 1$ ,  $B_{j,n}^{s,s_1} = 2(j-2) \cos \theta \sin \theta$ ,  $C_{j,n}^{s,s_1} = 2(j-2) \sin^2 \theta - 1$ ,  $D_{j,n}^{s,s_1} = 0 (s = s_1 = 1)$ . 将其代入 (2.8) 中, 得辐射强度表示式

$$W_{j=2,3}^{s,s_1} = \frac{e^2}{4c^2} \int_0^{\omega_{\max}} \omega d\omega \left\{ \left[ 1 - ss' \frac{1}{\Gamma} \left( 1 - \frac{\omega n \hbar}{c p} \cos \theta \right) + (j-2) ss' \frac{1}{\Gamma} 2(1 - \cos^2 \theta) \right] \left( 1 + ss' \Gamma - \frac{\omega \hbar}{c p \beta} \right) \right\}. \quad (3.3)$$

该结果已在工作 [6] 中详细分析过 (计算方法区别于本文).

2. 带电粒子具有横向自旋时 (自旋矢量垂直于运动方向), 我们需设  $C_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $C_{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\varphi_0}$  或  $C_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $C_{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\varphi_0}$ ; 因在此种情况下, 按文献 [11, 12], 自旋矢量  $\mathbf{s}^0$  有分量值:  $s_1^0 = \cos \varphi_0$ ,  $s_2^0 = \pm \sin \varphi_0$ ,  $s_3^0 = 0$  ( $\varphi_0$  为自旋矢量在  $xy$  平面上和  $x$  轴所成的角).

这样, 在被辐射光子具有线极化情况下得系数值

$$\left. \begin{aligned} A_{j,n}^{s,s_1} &= \frac{1}{2}, \quad B_{j,n}^{s,s_1} = (j-2) \cos \theta \sin \theta, \\ C_{j,n}^{s,s_1} &= \frac{1}{2} [2(j-2) \sin^2 \theta - 1], \quad D_{j,n}^{s,s_1} = 0, \quad (s = s_1 = \pm 1); \\ A_{j,n}^{s,s_1} &= \frac{1}{2} (2j-5) e^{is_1 \varphi_0}, \quad B_{j,n}^{s,s_1} = (j-2) \cos \theta \sin \theta e^{is_1 \varphi_0}, \\ C_{j,n}^{s,s_1} &= \frac{1}{2} [2(j-2) \sin^2 \theta - (2j-5)] e^{is_1 \varphi_0}, \quad D_{j,n}^{s,s_1} = 0 \\ &(-s = s_1 = \pm 1). \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

辐射强度从 (2.8) 得:

$$W_{j=2,3}^{s,s_1} = W_{j=2,3}^0 + s' W_{j=2,3}'$$

这里,  $W_{j=2,3}^0 = \frac{e^2}{4c^2} \int_0^{\omega_{\max}} \omega d\omega \left\{ 2(j-2)(1 - \cos^2 \theta) + \frac{\omega^2 n^2 \hbar^2}{2c^2 p^2} (1 - n^{-2}) \right\}$ ,

$$W_{j=2,3}' = \frac{e^2}{4c^2} \int_0^{\omega_{\max}} \omega d\omega \left\{ \frac{\omega \hbar}{c p \beta} \frac{1}{\Gamma} \left[ \frac{\omega \hbar}{c p} - 2(j-2) \cos \theta \right] \sqrt{1 - \beta^2 \sin \theta \cos \varphi_0} \right\}. \quad (3.5)$$

在輻射閾上(閾是用粒子开始輻射的最小能值决定的),  $\cos\theta = 1$ :

$$W_{j=2,3}^{s'} = \frac{e^2}{4c^2} \int_0^{\omega_{\max}} \omega d\omega \left[ \frac{\omega^2 n^2 \hbar^2}{2c^2 p^2} (1 - n^{-2}) \right]. \quad (3.6)$$

該值区别于纵向粒子的相应值<sup>[6]</sup>(小一倍)。如果认为在輻射后带电粒子的自旋定向是未知的,且在实验中仅测其一般輻射强度,则按輻射后的自旋状态取总合  $\sum_{s'=-1}^{+1} W_{j'}^{s'}$ :

$$W_{j=2,3} = \frac{e^2}{c^2} \int_0^{\omega_{\max}} \omega d\omega \left\{ (j-2)(1 - \cos^2\theta) + \frac{\omega^2 n^2 \hbar^2}{4c^2 p^2} (1 - n^{-2}) \right\} \quad (3.6')$$

——已知的契連科夫輻射的量子表示式<sup>[3-6]</sup>。即在測量一般的輻射强度时,无论是纵向粒子还是横向粒子,均得到相等值;其极化程度  $\rho_{\text{HHH}} = \frac{W_3 - W_2}{W_3 + W_2}$  也是一样的。

在被輻射的光子具有圆极化时,将矢势  $\mathbf{a}$  分成如下分量<sup>[13]</sup>

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{a} &= \sum_{j=\pm 1} \mathbf{a}_j = \sum_{l=\pm 1} \beta_l q_l, \\ \beta_l &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\beta_2 + i l \beta_3), \quad q_l^\dagger q_{l'} = 0; \quad q_l q_l^\dagger = \delta_{ll'}. \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

相应地得系数值为

$$\left. \begin{aligned} A_{l,n}^{s's_1} &= \frac{1}{4} [2 + (s + s_1)l \cos\theta], \quad B_{l,n}^{s's_1} = \frac{1}{4} [2 \sin\theta \cos\theta + (s + s_1)l \sin\theta], \\ C_{l,n}^{s's_1} &= \frac{1}{4} [(2 \sin^2\theta - 2) - (s + s_1)l \cos\theta], \quad D_{l,n}^{s's_1} = 0 \quad (s = s_1 = \pm 1); \\ A_{l,n}^{s's_1} &= 0, \quad B_{l,n}^{s's_1} = \frac{1}{2} \sin\theta \cos\theta e^{is_1\varphi_0}, \quad C_{l,n}^{s's_1} = \frac{1}{2} \sin^2\theta e^{is_1\varphi_0}, \\ D_{l,n}^{s's_1} &= \frac{1}{4} (1 - ss_1)l \sin\theta e^{is_1\varphi_0} \quad (s = s_1 = \pm 1); \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

代入(2.8)得輻射强度表示式为:

$$W_l^{s'} = W_l^0 + s'l W_l' + W_l^{s''}, \quad (3.9)$$

式中

$$W_l^0 = \frac{e^2}{4c^2} \int_0^{\omega_{\max}} \omega d\omega \left\{ 1 - \cos^2\theta + \frac{\omega^2 n^2 \hbar^2}{2c^2 p^2} (1 - n^{-2}) \right\}, \quad (3.10)$$

$$W_l' = \frac{e^2}{4c^2} \int_0^{\omega_{\max}} \omega d\omega \left\{ \frac{\omega \hbar}{c p \beta} \frac{1}{\Gamma} \left[ \frac{\omega n \hbar}{c p} (\beta n \cos\theta - 1) + \beta n (1 - 2 \cos^2\theta) + \cos\theta \right] \right\}, \quad (3.11)$$

$$W_l^{s''} = \frac{e^2}{4c^2} \int_0^{\omega_{\max}} \omega d\omega \left\{ \left[ 2l + s' \frac{1}{\Gamma} \left( \frac{\omega n \hbar}{c p} - \cos\theta \right) \right] \frac{\omega \hbar}{c p \beta} \sqrt{1 - \beta^2} \sin\theta \cos\varphi_0 \right\}. \quad (3.12)$$

在輻射閾上,  $\cos\theta = 1$ ,

$$W_l^{s'} = \frac{e^2}{4c^2} \int_0^{\omega_{\max}} \omega d\omega \left\{ (1 - s'l) \frac{\omega^2 n^2 \hbar^2}{2c^2 p^2} (1 - n^{-2}) \right\}. \quad (3.13)$$

在  $s'l = 1$  时,  $W_l^{s'} = 0$ ;  $s'l = 0, -1$  (即  $s' = 0, \pm 1$ )<sup>1)</sup> 时,

$$W_l^{\pm 1} = \frac{e^2}{c^2} \int_0^{\omega_{\max}} \frac{\omega^2 n^2 \hbar^2}{4c^2 p^2} (1 - n^{-2}) \omega d\omega, \quad (3.14)$$

1)  $s' = 0$  表征在輻射后自旋矢量量仍保持横向;  $s' = \pm 1$  变为纵向。

$$W_l^0 = \frac{e^2}{2c^2} \int_0^{\omega_{\max}} \frac{\omega^2 n^2 \hbar^2}{4c^2 p^2} (1 - n^{-2}) \omega d\omega. \quad (3.15)$$

取总合  $\sum_{l'=-1}^{+1} W_{l'}'$ , 得

$$W_l = W_l^0 + l W_l'', \quad (3.16)$$

这里,

$$W_l^0 = \frac{e^2}{2c^2} \int_0^{\omega_{\max}} \omega d\omega \left\{ 1 - \cos^2 \theta + \frac{\omega^2 n^2 \hbar^2}{2c^2 p^2} (1 - n^{-2}) \right\} \quad (3.17)$$

已知的在圆极化情况下的辐射量子公式<sup>[6]</sup>, 补充值:

$$W_l'' = \frac{e^2}{c^2} \int_0^{\omega_{\max}} \omega d\omega \left\{ \frac{\omega \hbar}{c p \beta} \sqrt{1 - \beta^2} \sin \theta \cos \varphi_0 \right\}. \quad (3.18)$$

在计入粒子的横向自旋状态所得之量子补充 (3.18) (数量级  $\hbar$ ) 具有超相对论近似 ( $K \gg k_0$ ) 和经典近似性 ( $\hbar \rightarrow 0$ )  $W_l'' = 0$ .

从这并可得圆极化程度

$$P_{\text{圆极}} = \frac{W_{+1} - W_{-1}}{W_{+1} + W_{-1}} = 2 \frac{\frac{\omega \hbar}{c p \beta} \sqrt{1 - \beta^2} \sin \theta \cos \varphi_0}{\frac{\omega^2 n^2 \hbar^2}{2c^2 p^2} (1 - n^{-2}) + (1 - \cos^2 \theta)}. \quad (3.19)$$

这里应强调指出: 辐射强度所具有的方位角反对称性乃是横向极化粒子辐射仅有的特征(式中乘数  $\cos \varphi_0$ ).

不难算出, 当介质具有磁导率  $\mu(\omega)$  时 (象文献[7-9]中所研究的粒子在铁电介质<sup>1)</sup> 中的运动情况),

$$W_{j=2,3} = \frac{e^2}{c^2} \int_0^{\omega_{\max}} \mu(\omega) \omega d\omega \left\{ (j-2)(1 - \cos^2 \theta) + \frac{\omega^2 n^2 \hbar^2}{4c^2 p^2} (1 - n^{-2}) \right\}, \quad (3.20)$$

$$W_l^0 = \frac{e^2}{2c^2} \int_0^{\omega_{\max}} \mu(\omega) \omega d\omega \left\{ 1 - \cos^2 \theta + \frac{\omega^2 n^2 \hbar^2}{2c^2 p^2} (1 - n^{-2}) \right\}, \quad (3.21)$$

$$W_l'' = \frac{e^2}{c^2} \int_0^{\omega_{\max}} \mu(\omega) \omega d\omega \left\{ \frac{\omega \hbar}{c p \beta} \sqrt{1 - \beta^2} \sin \theta \cos \varphi_0 \right\}; \quad (3.22)$$

即在所得之积分符号下的式子乘以  $\mu(\omega)$ .

最后, 对朝鲜民主主义人民共和国 Ли Мен Хуа 同志在工作中给予的热心帮助表示感谢。

### 参 考 文 献

- [1] Тамм, И. Е., Франк, И. М., ДАН СССР, 14 (1937), 107.
- [2] Fermi, E., Phys. Rev., 57 (1940), 485.
- [3] Гинзбург, В. Л., ЖЭТФ, 10 (1940), 589.
- [4] Соколов, А. А., ДАН СССР, 28 (1940), 415.
- [5] Соколов, А. А., Лоекутов, Ю. М., ЖЭТФ, 32 (1957), 630.
- [6] Лоскутов, Ю. М., Научн. докл. высш. шк., серия физ.-мат., 4 (1958), 103.
- [7] Ли Мен Хуа, ЖЭТФ, 38 (1960), 934.

1) 俄文原詞: ферродиелектрик.

- [8] Ли Мен Хуа, *Изв. ВУзов, физика*, **1** (1962), 136.  
[9] Лоскутов, Ю. М., Куканов, А. Б., *ЖЭТФ*, **34** (1958), 477.  
[10] Куканов, А. Б., *Оптика и спектроскопия*, **10** (1961), 289.  
[11] Соколов, А. А., Тернов, И. М., Лоскутов, Ю. М., *ЖЭТФ*, **36** (1959), 930.  
[12] Соколов, А. А., Колесникова, М. М., *ЖЭТФ*, **38** (1960), 165, 1778.  
[13] Соколов, А. А., Введение в квантовую электродинамику. Физматгиз, М. (1958).  
[14] Jelley, J. V., *Proc. Phys. Soc.*, **64A** (1951), 82.

## О ЧЕРЕНКОВСКОМ ИЗЛУЧЕНИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ С ОРИЕНТИРОВАННЫМ СПИНОМ

Люй Чень-фа

Резюме

Методом квантовой электродинамики рассмотрен вопрос о влиянии спиновых состояний заряженных частиц, движущихся в диэлектрике, на интенсивность и поляризацию черенковского излучения. Показано, что в случае поперечно-поляризованных частиц интенсивность излучения обладает новой квантовой добавкой; Аналогично случаю продольно-поляризованных частиц излучение складывается из двух частей: поляризованной (на пороге ( $\cos \theta = 1$ ) равной нулю) и неполяризованной (на пороге отличной от нуля).