

論强电流超导性*

梁 昆 森 刘 長 富
(南京大学)

帕尔門特^[1]曾提出“强电流超导性”的新理論：超导体中电流密度远远超过临界值之时，超导性又会重新出現。但是，他的声子作用表达式是不正确的，从而其理論是虛假的。

1. 动坐标系中的声子作用

电子总动量 $\mathbf{P} = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \hbar \mathbf{k} c_{\mathbf{k}\sigma}^* c_{\mathbf{k}\sigma}$ 与巴丁-潘斯^[2]的哈密頓量

$$H = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \epsilon_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\sigma}^* c_{\mathbf{k}\sigma} + H_I + H_{\text{coul}}, \quad H_I = \sum'_{\substack{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \sigma_1, \sigma_2, \mathbf{K} \\ \mathbf{k}'_1 = \mathbf{k}_1 - \mathbf{K} \\ \mathbf{k}'_2 = \mathbf{k}_2 + \mathbf{K}}} \frac{\hbar \omega_{\mathbf{K}} |M_{\mathbf{K}}|^2 c_{\mathbf{k}'_2 \sigma_2}^* c_{\mathbf{k}_2 \sigma_2} c_{\mathbf{k}'_1 \sigma_1}^* c_{\mathbf{k}_1 \sigma_1}}{(\epsilon_{\mathbf{k}_1} - \epsilon_{\mathbf{k}'_1})^2 - \hbar^2 \omega_{\mathbf{K}}^2} \quad (1)$$

是可交換的。从(1)減去常数 $\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{P}$ (这里 \mathbf{v}_0 是电子平均漂移速度)，得

$$H' = H - \mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{P} = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \epsilon_{\mathbf{k} - m\mathbf{v}_0/\hbar} c_{\mathbf{k}\sigma}^* c_{\mathbf{k}\sigma} + H_I + H_{\text{coul}}, \quad (2)$$

$\epsilon_{\mathbf{k} - m\mathbf{v}_0/\hbar}$ 正是电子相对于速度为 \mathbf{v}_0 的动坐标系的能量 ϵ' ，而(2)正是动坐标系中的巴丁-潘斯哈密頓量。計及电子动量空間的平移 $-m\mathbf{v}_0/\hbar$ ，將 \mathbf{k} 換作 $\mathbf{k} + m\mathbf{v}_0/\hbar$ ，得

$$H' = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \epsilon'_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\sigma}^* c_{\mathbf{k}\sigma} + H_I + H_{\text{coul}},$$

其中 $H_I = \sum' \frac{\hbar \omega_{\mathbf{K}} |M_{\mathbf{K}}|^2 c_{\mathbf{k}'_2 \sigma_2}^* c_{\mathbf{k}_2 \sigma_2} c_{\mathbf{k}'_1 \sigma_1}^* c_{\mathbf{k}_1 \sigma_1}}{\{(\epsilon'_{\mathbf{k}_1} - \epsilon'_{\mathbf{k}'_1} + \hbar \mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{K})^2 - \hbar^2 \omega_{\mathbf{K}}^2\}}$ 。 (3)

或从弗勒利希哈密頓量出发，进行中島变换^[2,3]，結果也相同。

按照巴丁-庫柏-施里菲理論^[4]，应取簡化的哈密頓量

$$H'_{\text{red}} = 2 \sum_{\mathbf{k} > k_F} \epsilon_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}}^* b_{\mathbf{k}} + 2 \sum_{\mathbf{k} < k_F} |\epsilon_{\mathbf{k}}| b_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}}^* - \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} b_{\mathbf{k}}^* b_{\mathbf{k}'} + H_{\text{coul}},$$

依(3)算出矩陣元 $V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$ ，并經簡單运算化为

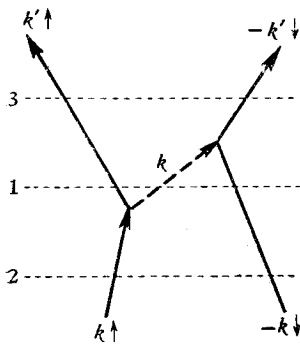
$$-V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = \frac{|M_{\mathbf{K}}|^2 \hbar \omega'_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}}{(\epsilon'_{\mathbf{k}} - \epsilon'_{\mathbf{k}'})^2 - \hbar^2 \omega'_{\mathbf{k}\mathbf{k}'^2}} + \frac{|M_{\mathbf{K}}|^2 \hbar \omega'_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}}{(\epsilon'_{\mathbf{k}} - \epsilon'_{\mathbf{k}'})^2 - \hbar^2 \omega'_{\mathbf{k}'\mathbf{k}^2}}, \quad (4)$$

其中 $\omega'_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = \omega_{\mathbf{K}} - \mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{K}$ ， $\omega'_{\mathbf{k}'\mathbf{k}} = \omega_{\mathbf{K}} - \mathbf{v}_0 \cdot (-\mathbf{K})$ 反映了[1]所指出的多普勒效应。但是(4)的 ϵ' 在帕氏那里([1]的(21)式)却为 ϵ'/E 所替換，这种替換是不正确的。

事实上，在文献[1]中計算二級微扰 $-\frac{1}{2} |M_{\mathbf{K}\mathbf{k}\mathbf{k}'}|^2 \times [h(1-h)h'(1-h')]^{1/2} [(W_1 - W_2)^{-1} + (W_1 - W_3)^{-1}]$ 时所用的 $W_1 = W_0 + E_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}'} + \hbar \omega'_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$ 是正确的，而 W_2 与 W_3 則是錯誤的。它們应为

$$W_2 - W_0 = \epsilon'_{\mathbf{k}} + \epsilon'_{-\mathbf{k}} - 2\epsilon'_{\mathbf{k}} h_{\mathbf{k}} - 2\epsilon'_{-\mathbf{k}} h_{\mathbf{k}'} + 2V \{ [h_{\mathbf{k}}(1-h_{\mathbf{k}})]^{1/2} + [h_{\mathbf{k}'}(1-h_{\mathbf{k}'})]^{1/2} \} \\ \sum_{\mathbf{k}_1} [h_{\mathbf{k}_1}(1-h_{\mathbf{k}_1})]^{1/2} = E_{\mathbf{k}} + \epsilon'_{\mathbf{k}} + \epsilon_{0\mathbf{k}}^2/E_{\mathbf{k}} - \epsilon'_{\mathbf{k}'}(1 - \epsilon'_{\mathbf{k}'}/E_{\mathbf{k}'}).$$

* 1962年7月23日收到。



由此, $W_1 - W_2 = \epsilon'_{k'} - \epsilon'_k + \hbar\omega_{kk'}$, 并不是 [1] 的 $\epsilon'_{k'}/E_{k'} - \epsilon'_k/E_k + \hbar\omega_{kk'}$. 至于 $W_1 - W_3$ 情况与此相同. 可见, 即使按文献 [1] 中的推理, 也应当得出我们的 (4).

2. 所谓“强电流超导性”

注意到 $|\epsilon'_k - \epsilon'_{k'}| > \hbar(\omega_{\mathbf{K}} - |\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{K}|)$ 区域的声子作用是排斥的, 按照 [1] 取下列简化模型以代替 (4)

$$V_{pkk'} = \begin{cases} \text{常数, 即(4)} |_{\epsilon'_k=0, \epsilon'_{k'}=0} = V_{p0}\alpha^{-1}, & (\text{对 } |\epsilon'_k| < \epsilon_{\max}, |\epsilon'_{k'}| < \epsilon_{\max}.) \\ 0, & (\text{对其他情况.}) \end{cases} \quad (5)$$

其中 V_{p0} 即文献 [4] 中的 V , 而 $\alpha = 1 - |\mathbf{K} \cdot \mathbf{v}_0|^2/\omega_{\mathbf{K}}^2$, $\epsilon_{\max} = \hbar(\omega_{\mathbf{K}} - |\mathbf{K} \cdot \mathbf{v}_0|)$. 我们着重考察 $v_0 \approx s$ (声速) 的情况, 文献 [1] 中认为其时可能出现所谓“强电流超导”.

能隙的积分方程为(文献 [1] 的 (10) 式)

$$\epsilon_{0k} = \int (V_{pkk'} - V_{\text{coul } kk'}) \frac{\epsilon_{0k'}}{2(\epsilon'_{k'}{}^2 + \epsilon_{0k'}^2)^{1/2}} dk', \quad (6)$$

引用潘斯 [5] 的 V_{coul} , 将潘斯的 $V_{pkk',N}$ 与 $V_{pkk',U}$ 分别乘以 α^{-1} , 代入 (6) 式(潘斯的各矩阵元参见 [5] 的 (17), (18) 两式). 按照文献 [1], 将 $\epsilon_{0k'}$ 当作与 \mathbf{k}' 无关, 先就 $\epsilon'_{k'}$ 从 0 到 $\hbar(\bar{\omega} - |\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{K}|)$ 积分($\bar{\omega}$ 是文献 [4] 的平均声子频率), 考虑到 $k'_z = 0.644 r_s k'_0$ 比 k_D 大, 得

$$\epsilon_{0k} = N(0)\{V_N + V_U\}A - N(0)\{V_C\}B,$$

文献 [5] 给出 $N(0)\{V_N + V_U\}$ 约 0.6—1.0, 而 $N(0)V_C$ 约 0.2—0.5. 记号 A 与 B 分别为

$$A = \left\langle \frac{\epsilon_0}{1 - (v_0^2/s^2) \cos^2(\mathbf{v}_0, \mathbf{K})} \sinh^{-1} \frac{1 - (v_0/s) |\cos(\mathbf{v}_0, \mathbf{K})|}{\epsilon_0/\hbar\bar{\omega}} \right\rangle,$$

$$B = \left\langle \frac{\epsilon_0 \sinh^{-1} \frac{1 - (v_0/s) |\cos(\mathbf{v}_0, \mathbf{K})|}{\epsilon_0/\hbar\bar{\omega}}}{\epsilon_0/\hbar\bar{\omega}} \right\rangle.$$

平均 $\langle \rangle$ 是对 \mathbf{k}' 的方向进行的.

考察 \mathbf{k} 平行于 \mathbf{v}_0 的电子. 兹限于 $v_0 \approx s$ 而略小于 s 的情况. 以 θ 表 \mathbf{k} 与 \mathbf{k}' 的夹角, 并计及 $\sinh^{-1} x < x$, 得

$$A < \int_0^\pi \frac{2\epsilon_0 \sin(\theta/2) d \sin(\theta/2)}{1 - (v_0^2/s^2) \sin^2(\theta/2)} \frac{1 - (v_0/s) \sin(\theta/2)}{\epsilon_0/\hbar\bar{\omega}} =$$

$$= 2\hbar\bar{\omega} \frac{s}{v_0} \left[1 - \frac{s}{v_0} \ln \left(1 + \frac{v_0}{s} \right) \right] < \hbar\bar{\omega} \approx \frac{1}{2} \hbar k_{FS}.$$

于是 $\epsilon_0 = \{0.6-1.0\}A - \{0.2-0.5\}B < A < \hbar\bar{\omega} \approx \frac{1}{2} p_{FS}$.

这正表明超导态不稳定(文献 [1] 的 (9) 式). 因此, 所谓“强电流超导性”理论是虚假的.

参 考 文 献

- [1] Parmenter, R. H., *Phys. Rev.*, **116** (1959), 1390.
- [2] Bardeen, J. Pines, D., *Phys. Rev.*, **99** (1955), 1140.
- [3] Nakajima, S., Proceedings of the International Conference on Theoretical Physics, Kyoto and Tokyo, September (1953).
- [4] Bardeen, J., Cooper, L. N., Schrieffer, J. R., *Phys. Rev.*, **108** (1957), 1175.
- [5] Pines, D., *Phys. Rev.*, **109** (1958), 280.