

原子核中 μ 介子的辐射俘获*

張 歷 宁 戴 元 本
(中国科学院)

摘 要

利用费密气体模型計算了原子核中 μ 介子的辐射俘获几率与所放出光子的极化, 計算中包括了强相互作用的效应, 利用规范不变性考虑了虚粒子放光子图形的贡献.

一、引 言

在文献[1]中計算了包含强相互作用效应的 μ 介子被质子辐射俘获的几率及所放出光子的极化系数, 在那里証明了在Feynman-Gell-Mann弱相互作用理論中, 如果不考虑强相互作用的效应, 单态的辐射俘获几率为零, 因此 μ 介子的辐射俘获对强相互作用的效应特别敏感. 忽略强相互作用效应及超精细结构的辐射俘获几率、角分布及光子、中子的极化, 曾由另一些作者[2]討論过. 但是由于 μ 介子的辐射俘获几率很小, 这些計算結果很难与实验比較. 最近Xe原子核的辐射俘获实验已在进行, 对原子核的辐射俘获必須考虑泡利不相容原理及始态质子动量分布的影响. 本文利用费密气体模型計算了原子核辐射俘获的几率及光子的极化. 如果用[3,4]文中的常数值, “弱磁矩”及赝标量項对几率的贡献約为30%. 由于有这两項的存在, 約有5%的光子是左旋的. 因为在V-A理論中, 如果没有强相互作用的效应, 光子是100%右旋的, 所以將計算結果与将来的辐射俘获几率及光子极化实验比較, 可以有助于确定等效哈密頓量中“弱磁矩”及赝标量項的大小.

二、等效哈密頓量

对于 μ 介子俘获过程, 等效弱作用哈密頓量密度为[3]:

$$H_w = \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_n O_a \phi_p \bar{\psi}_\mu \gamma_a (1 + \gamma_5) \psi_p \quad (1)$$

其中 $O_a = \gamma_a + \lambda \gamma_a \gamma_5 - a \gamma_{ab} (p_p - p_n)_\beta + ib \gamma_5 (p_p - p_n)_a$, p_p, p_n 为质子及中子的动量, 相当于辐射俘获过程的費曼图形有图1中的三类, 图中“盒子”表示包含强相互作用影响的弱相互作用頂点, 这里我們忽略了核子的反常磁矩, 即忽略了强作用对电磁作用頂点的影响, 它們比主要項小一个数量級. 图1.(c)中的光子是由“盒子”内放出来的, 即有虚粒子綫同时包住电磁作用和弱作用的頂点, 它們的贡献在以前的計算中沒有被考虑过, 但和其他图形的贡献可能有相同的数量級.

俘获过程(沒有辐射的)的S矩陣元, 除去一个无关重要的因子外, 等于

* 1960年6月10日收到.

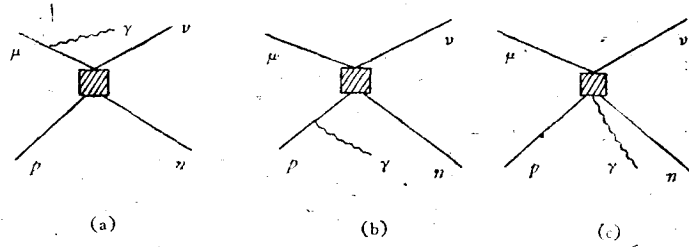


图 1

$$\bar{u}_{p'n} O_a u_{pp} \bar{u}_{p\nu} \gamma_a (1 + \gamma_5) u_{p\mu}$$

如果将相当于图 1. (c) 的 S 矩阵元表成为

$$\frac{e_\beta^*}{\sqrt{2\omega}} \epsilon u_{p'n} M_{\alpha\beta} u_{pp} \bar{u}_{p\nu} \gamma_a (1 + \gamma_5) u_{p\mu}$$

其中 e 是光子极化矢量, e 是电子电荷, 则由

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial p_a} \frac{1}{2} S_F(p) &= -(2\pi)^4 \frac{1}{2} S_F(p) \gamma_a \frac{1}{2} S_F(p) \\ \frac{\partial}{\partial p_a} \frac{1}{2} D_F(p) &= -i(2\pi)^4 \frac{1}{2} D_F(p) 2p_a \frac{1}{2} D_F(p) \end{aligned}$$

并考虑到一个自由光子与核子线作用的顶点在 S 矩阵元中贡献一个因子 $\frac{e_a^*}{\sqrt{2\omega}} \epsilon (2\pi)^4 \gamma_a$, 一个自由光子与 π 介子线作用的顶点贡献一个因子 $i \frac{e_a^*}{\sqrt{2\omega}} \epsilon (2\pi)^4 \times (p + p')$, 容易证明

$$(M_{\alpha\beta})_{p\gamma=0} = - \frac{\partial}{\partial (P_\beta)} O_a \quad (2)$$

这里 p_γ 是放出的光子的动量.

我们将 $M_{\alpha\beta}$ 对 p_γ 展开, 只保留展开式的第一项, 这样造成的误差数量级为 $\frac{m_\mu}{P}$, P 为有效切断动量. 由上面的讨论可以看到, 在所取的近似下, 只要把等效哈密顿量密度 H_w 用 H'_w 代替, 就把图 1 (c) 的贡献考虑进去了,

$$H'_w = \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_n O'_a \psi_p \bar{\psi}_\nu \gamma_a (1 + \gamma_5) \psi_\mu$$

$$O'_a = \gamma_a + \lambda \gamma_a \gamma_5 - a \gamma_{\alpha\beta} (p_\beta - \epsilon A - p_n)_\beta + i b \gamma_5 (p_\beta - \epsilon A - p_n)_\beta \quad (3)$$

这正是规范不变性所要求的.

总相互作用哈密顿量密度为:

$$H_I = H'_w + H_e \quad (4)$$

$$H_e = -ie \bar{\psi}_p \hat{A} \psi_p + ie \bar{\psi}_\mu \hat{A} \psi_\mu \quad (5)$$

三、计算和结果

μ 介子的波函数取为

$$\psi_\mu = \sqrt{\frac{z^3}{\pi a_\mu^3}} e^{-\frac{zr}{a_\mu}} u_\mu \quad (6)$$

a_μ 为氦介原子的玻尔半径. 利用气体模型, 我们有

$$S_{fi} = \delta^4(p_\mu + p_p - p_n - p_\nu - p_\gamma) T(p_p, p_n, p_\gamma, p_\nu)$$

$$\Gamma^{-1} = \frac{16}{3} \frac{\pi r_0^3 z |\phi_\mu(0)|^2}{(2\pi)^{16}} \int \cdots \int |T|^2 \theta(E_F - E_p) \theta(E_n - E_F) \delta^4(p_\mu + p_p - p_n - p_\nu - p_\gamma) d^3 p_p d^3 p_n d^3 p_\gamma d^3 p_\nu \quad (7)$$

其中 Γ^{-1} 是辐射俘获的几率, E_F 是原子核的费密能量, $r_0 = 1.2 \times 10^{-13}$ 厘米;

$$\theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

这里为简单计, 我们假设原子核中质子数和中子数相等. 令 $\mathbf{p} = \mathbf{p}_p + \mathbf{p}_n$, $\mathbf{q} = (\mathbf{p}_p - \mathbf{p}_n)$,

θ 为 \mathbf{p} , \mathbf{q} 之间的夹角, 可以证明, 当忽略 $\frac{E_n - E_p}{m_\mu}$ 时, (7) 式中的积分限实际上为

$$q \leq m_\mu, \quad 2p_F - q < p < 2p_F + q, \quad \cos\theta \leq \left| \frac{p^2 + q^2 - 4p_F^2}{2pq} \right| \quad (8)$$

其中 $p_F = \sqrt{\frac{2E_F}{M}}$, 根据气体模型估计, 忽略 $\frac{E_p - E_n}{m_\mu}$ 造成的误差约为 10%.

在忽略数量级比主要项小一个因子 $\frac{m_\mu}{M}$ 的项后得到放出右旋光子的几率为

$$\Gamma_{右}^{-1} = \frac{G^2 e^2 m_\mu^5 r_0^3}{12(2\pi)^5 a_\mu^3} z^4 \left\{ 7.3 + 30\lambda^2 + 21a^2 m_\mu^2 + 4.4ab \frac{m_\mu^3}{M} + 8.1b^2 \frac{m_\mu^4}{M^2} + 5.6a\lambda m_\mu + 10b\lambda \frac{m_\mu^2}{M} \right\} \quad (9)$$

如果忽略含 a, b 的项, 取 $\lambda = 1.25$, 即得到 $\Gamma_{右}^{-1} = 1.14 \times 10^{-2} z^4$. 与 [2] 中的结果相比较, 可以看到, 考虑泡利不相容原理使原子核的辐射俘获几率约减小 4.6 倍, 如果 $bm_\mu = 8^{[3]}$, $aM = 1.85^{[4]}$, 则得到 $\Gamma_{右}^{-1} = 1.58 \times 10^{-2} z^4$.

对于左旋光子, 矢量和赝矢量项在 S 矩阵中的贡献包含一个因子 $(1 - \lambda) \frac{m_\mu}{M}$, 因此是非常小的, 可以只考虑含 a, b 的项, 计算结果

$$\Gamma_{左}^{-1} = \frac{G^2 e^2 m_\mu^7 r_0^3}{12(2\pi)^5 a_\mu^3} z^4 \left\{ 21a^2 + 1.7ab \frac{m_\mu}{M} + 3.7b^2 \frac{m_\mu^2}{M^2} \right\} \quad (10)$$

如果取上述的 a, b 值则 $\Gamma_{左}^{-1} = 0.088 \times 10^{-2} z^4$, 所以左旋光子约占 5%.

在 (6) 式中, 我们将 μ 介子的波函数取为类氫原子的波函数, 这只对较轻的核 $z < 15$ 是可以的, 对于较重的核; 当原子核的半径可以与玻尔半径相比较时, 必须考虑原子核的体积, 这时必须将 (9) 及 (10) 式中的 z 换为有效电荷数 $z_{有效}$; $z_{有效}$ 曾由 Wheeler 计算过^[5].

参 考 文 献

- [1] 戴元本、洗鼎昌、何祚麻、朱洪元, 物理学报, **15**, (1959), 262.
- [2] 黄克逊、杨振宁、李政道, *Phys. Rev.* **108** (1957), 1340; Manacher, G. K. and Wolfenstein, L. *Phys. Rev.* **116** (1959), 782.
- [3] Goldberger, M. L. and Treiman, S. B. *Phys. Rev.* **111** (1958), 354.
- [4] Gell-Mann, M. *Phys. Rev.* **111** (1958), 362.
- [5] Wheeler, J. A. *Rev. Mod. Phys.* **21** (1949), 133.

THE RADIATIVE CAPTURE OF μ -MESON BY NUCLEUS

CHANG LI-NING DAI YUAN-BENG

(*Academia Sinica*)

ABSTRACT

The probability of radiative capture of μ -meson by nucleus and the polarization of the emitted photon in this process is calculated by assuming a Fermi gas-model for the nucleus. The effect of virtual pions is taken into account in the calculation. The contribution of the Feynman diagram, corresponding to the emission of photon by a virtual particle is treated through considerations of gauge invariance.