

# 平板状食品冷却过程的 MATLAB 模拟

张涛洪, 刘伟民, 姜 松, 徐圣言

(江苏大学)

**摘 要:** 冷却是食品加工中最终温度在冰点以上的换热降温过程, 对其过程的模拟具有重要的理论和实际意义。将平板状食品的冷却简化为物性不变的一维非稳态的导热过程, 建立差分方程组对其进行数值求解是一个简便而有效的方法。在差分法的基础上, 利用功能强大的计算机软件 MATLAB 对冷却过程进行模拟, 这种方法思路新颖、操作简便、能够化繁为简。实验表明, MATLAB 模拟的关于食品冷却速率和内部温度场的变化规律与实际情况十分接近; 模拟的结论为食品冷藏、冷冻的设备生产和工艺研究及其自动监测和控制提供了重要理论依据。

**关键词:** 冷却; 模拟; 冷却速率; 热中心; 平板状食品

**中图分类号:** TQ 025.2; TS250.7

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1002-6819(2002)06-0148-03

冷冻是食品加工和贮藏中的重要手段和工艺, 它可以分成三个阶段: 温度在冰点以上, 不出现冰晶, 不发生相变的冷却阶段和温度在冰点以下, 生成冰晶, 发生相变的冻结阶段及完全冻结后进一步冷却的过冷阶段<sup>[1]</sup>。一般认为, 冷却降温过程中物料物性参数值不变; 冻结降温过程中由于发生了相变, 物性参数值将会随着冻结的进行而不断发生改变, 所以, 冻结可以认为是一个比一般情况更复杂的冷却问题。可以这么说, 食品冷却阶段的模拟是食品冷冻过程动态模拟的关键所在。特别的, 食品冷却阶段的模拟技术有它更广泛的实用性, 因为广义上的冷却可以包括所有不发生相变的在食品加工和生产中出现的传热降温过程。总之, 冷却过程的模拟具有重要的理论和实际意义, 这种模拟, 包括对食品内部温度场分布规律和热中心(规则形状食品的几何中心)降温速率——冷却速率的变化规律的仿真。

MATLAB 是近年出现的一种计算工具, 具有非常强大的科学计算和可视化功能, 简单易用的开放式可扩展环境, 因而在机械、航空、化工、电子等行业都拥有广泛的应用。尤其在诸如冷却过程模拟这种计算量惊人的问题上, 利用 MATLAB 往往会取到事半功倍的作用。

## 1 数学物理模型

一般食品在冷却过程中, 在内部(含液相水)传热既有导热又有对流发生。这种自然对流的原因是由于液相内部各处温度不同(相应的密度不同)而造成的。如果内部各处温度相差很小, 这种自然对流作用也就很微弱, 而导热作用却相对的较强, 在这样的条件下, 可把冷却的传热过程视为单相纯导热过程<sup>[1]</sup>。并且在冷却中, 由于没有相变, 所以食品物性不会发生变化; 而且, 通常食品常常作得比较薄, 可近似看作无限大平板。所以, 平板状食品的冷却可以当作一个物性不变的、非稳态的一维导热过程。取一厚度为  $2 \times l$ (m), 初始温度均匀且为

$T_0$ ( ) 的无限大平板。其微分方程是:

$$\partial T / \partial t = a \times \partial^2 T / \partial x^2 \quad (1)$$

式中  $a$ ——食品热扩散系数即导温系数,  $a = \lambda / C\rho$ ,  $m^2 \cdot s^{-1}$ ;  $T$ ——食品中各几何点的温度, ;  $x$ ——平板状食品厚度方向上的坐标, m;  $t$ ——食品冷却进行的时间, s;  $\rho$ ——食品的密度,  $kg \cdot m^{-3}$ ;  $C$ ——食品的定压比热容,  $J \cdot (kg \cdot )^{-1}$ ;  $\lambda$ ——食品的导热系数,  $W \cdot (m \cdot )^{-1}$ 。

初始条件:

$$T(x, 0) = T_0 \quad (2)$$

绝热边界条件:

$$\partial T(0, t) / \partial x = 0 \quad (3)$$

对流边界条件:

$$-\lambda [ \partial T(l, t) ] / \partial x = h [ T(l, t) - T_f ] \quad (4)$$

式中  $l$ ——食品厚度的一半, m;  $h$ ——侧表面的换热系数,  $W \cdot (m^2 \cdot )^{-1}$ ;  $T_f$ ——冷却环境温度, 恒定不变。(注: 上述物理量除特别说明的外, 单位不变)。

显然, 平板食品两边的温度分布相对于平板中心是对称的, 所以, 只须讨论左半平板的情况。人为的将左半食品分成  $(m - 1)$  层, 产生了  $m$  个节点。所以, 若令层厚  $\Delta x = l/m$ ,  $\Delta t$  为时间步长, 则有  $T(x, t) = T[(i - 1)\Delta x, n\Delta t] = T_i^n$  ( $i$  为节点序号), 于是, 任意时刻的  $T(x)$  和任意位置的  $T(t)$  即很近似的分别由  $T_i^n$  随  $i$  变化函数和  $T_i^n$  随  $n$  变化函数来确定。  $\Delta x, \Delta t$  的取值应当适当, 太小会增加计算量, 太大又会扩大误差。

根据偏微分方程组(1)、(2)、(3), 用关于对时间的向前差分来表示温度对时间的偏导数, 中心差分格式表示温度对厚度的二阶偏导数<sup>[2]</sup>, 同时, 用中心差商来代替绝热边界和对流边界上的一阶偏微分<sup>[3]</sup>, 经过整理, 则得到有如下差分方程:

$$T_1^{n+1} = 2f T_2^n + (1 - 2f) T_1^n \quad (5)$$

$$T_i^{n+1} = f (T_{i-1}^n - T_{i+1}^n) + (1 - 2f) T_i^n \quad (6)$$

$$T_m^{n+1} = 2f T_{m-1}^n + (1 - 2Bif - 2f) T_m^n + 2Bif T_f \quad (7)$$

上式中,  $f = a\Delta t / (\Delta x)^2, B_i = h\Delta x / \lambda$  并且:  $f < 1/2(1 + B_i)$ , 量纲如前所示。

收稿日期: 2001-10-09

作者简介: 张涛洪(1976- ), 男, 硕士生, 镇江市 江苏大学食品工程研究所, 212013. Email: bluezth@21cn.com





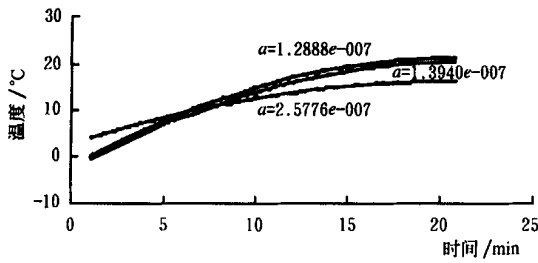


图4 导温系数对食品内部温度场的影响

Fig 4 Impact of thermal diffusivity on food inner temperature field

### 3 实验验证

#### 3.1 实验过程

将铂电阻温度传感器探头(半径 3 mm, 长度 15 mm)置于冷柜空腔中央, 并与数显温控仪(XM T102)接好, 开启冷柜。制作试样: 选择质量良好的方形火腿(一般超市有售), 用锋利刀片准确切成 200 mm × 200 mm × 40 mm 的平板状。同时取样测定方腿密度和含水率, 密度为 1 022 kg/m<sup>3</sup>。测定初始温度  $T_0 = 29$ 。

冷柜运行至温度稳定在 - 23 时, 快速将试样放在事先准备好的搁架上(搁架用细金属丝搭成, 以减少金属与试样之间热传递, 使实验近似于吹风冷却), 并将探头插在方腿厚度方向的中央。

同时用一热物性已知的紫铜放在实验空间内, 记录其温度变化并做曲线, 获得曲线的斜率后, 用集总参数法求得换热系数  $h = 28$ 。

表1 热中心温度预测值与实测值的比较

Table 1 Comparison of predicted and measured temperature in thermal centre

冷却时间/s	预测值/	实测值/	偏差/
0	20	29	0
300	28.1239	27.6	0.52
600	24.9257	24.3	0.63
900	21.3040	22.8	1.50
1200	17.8372	16.2	1.64
1500	14.6166	15.8	1.22

### 3.2 实验结果和比较

参照文献[6], 取  $C = 2850$ ;  $\lambda = 0.8$ , 结合实验测到的密度、初始温度、换热系数值, 环境温度  $T_f = -23$ , 预测一定时间后方腿中央(热中心)的温度变化, 并与实测值比较(表1)。预测值与实测值吻合相当好, 最大误差发生在冷却阶段进行到 1 200 s 的时候, 最大偏差为 1.64。

### 4 结论

1) 利用 MATLAB 以差分法来预测食品的冷却时间和冷却过程中温度场变化规律是有效的、可靠的。

2) 减小厚度、降低环境温度、增大对流换热系数及增大导温系数能增大冷却速率; 同时, 导温系数越大, 冷却温度场越趋向均匀。

3) MATLAB 模拟冷却过程的最大优点在于能够方便有效的预测当外部条件(如环境温度、换热系数、初始温度等)和食品物性(如导温系数、厚度尺寸等)改变时, 食品冷却速率和内部温度场的具体变化规律。

4) 食品的冻结从本质上可以看作物性发生改变的冷却, 所以, 将模型和 MATLAB 算法中对关于物性的部分做出符合冻结过程中物性的变化规律的修改, 而不再作为一个恒定值来处理, 就能模拟食品的冻结过程, 进而模拟整个冷冻动态过程。

#### [参考文献]

- [1] 关志强等. 平板状食品冻结时间的数值预测[J]. 食品与发酵工业, 1999, 25(4): 26~29.
- [2] 时均等. 化学工程手册(第6篇)[M]. 北京: 北京工业出版社, 1996, 2: 14~16.
- [3] 关志强等. 平板状食品冻结时间的数值求解和实验验证[J]. 食品科学, 1996(6): 17~20.
- [4] 黑龙江商学院食品工程系编著. 食品冷冻理论及应用[M]. 哈尔滨: 黑龙江科学技术出版社, 1989, 10.
- [5] 华泽钊等. 食品冷冻冷藏原理与设备[M]. 北京: 机械工业出版社, 1999, 5: 42~47.
- [6] ASHRAE. ASHRAE Handbook (Fundamentals). American Society of Heating, Refrigerating and Air-conditioning Engineers[M]. Atlanta, Ga. USA.

## Simulation Study on Cooling Process of Plain Food With MATLAB

Zhang Taohong, Liu Weimin, Jiang Song, Xu Shengyan

(Food Engineering Research Institute, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

**Abstract** Cooling is the process by which the temperature of food is decreased to a final temperature above freezing during food processing. Simulating the process has a great significance on theory and practice. For heat conduction on a one-dimensional unstable state as during the cooling process of plain food, it is an easy and feasible method to establish differential equations to solve problems with numerical prediction. Based on finite difference methods, the cooling process is simulated with powerful MATLAB. This new method can simplify operations. Results show that rules of cooling time of food, cooling speed and inner temperature fields obtained from MATLAB is in agreement with the practical situation. The simulation provided an important theoretic basis for manufacturing equipment for chill storage and freeze storage of food, for studying technology and for automatic monitoring and automatic control.

**Key words:** cooling; simulation; cooling speed; thermal centre; plain food