

数据包络分析方法及其在 奶牛场生产效益分析中的应用

杨印生¹ 马成林 张德骏

(吉林工业大学)

周科毅 丁博江 赵焕文

(长春市示范奶牛场)

提 要 将数据包络分析(DEA)方法用于奶牛场生产效益分析,不仅可以对奶牛场的总体效益进行合理地评价,而且可以确定奶牛生产投入产出之间的生产函数关系,还可以得到许多重要的经济信息和管理信息。这对于指导奶牛场的生产管理有重要意义。

关键词 奶牛生产 数据包络分析(DEA) 效益分析

1 引 言

农业系统是一个复杂系统,其生产涉及多种因素,既有确定因素,又有许多不确定性因素。奶牛生产就是一个复杂的农业子系统,它不仅是一个多投入(输入)、多产出(输出)的过程,而且还与许多生物因素(如繁殖、饲养、环境、奶牛心理等)密切相关。因此,如何建立科学的原理和方法来分析奶牛生产经济效益,建立合理的生产函数模型,对于降低生产投入、增加经济效益、提高管理效率,达到高产、高效、持续生产有着重要的理论和实际意义。

生产是把各种生产要素的投入转化为产品的过程。生产函数^[1]是在一定的技术条件下,任何一组要素投入与最大产出量之间的依存关系,它在经济理论分析与应用中具有广泛的应用。因此,如何从样本观测值来估计相应的生产函数是十分重要的。

目前,从样本观测值估计相应的生产函数大都采用计量经济学的方法^[2],利用回归分析求得有关参数的估计值。但是,由于回归分析方法得到的生产函数仅仅反映了处于“平均”技术水平的情况,而与生产函数的定义不相符合。如图1所示,在单投入、单产出的情形,用若干样本点所估计的回归曲线 f 表示生产函数显然是不合理的,它不能反映技术进步对生产的作用。

另一种估计生产函数的方法,就是引进“前沿生产函数^[3]”的概念。如图1中的曲线 s 就是一条前沿生产函数曲线,这时所有样本点都落在 s 上或位于曲线 s 的下方。实际上, s 是所

收稿日期:1993-07-26 1994-01-15 修订

* 国家教委博士学科点基金和吉林省科委青年基金资助项目

①杨印生,工学博士,副教授,长春市吉林工业大学,130025

有样本点的一条外包络曲线。在多产出的情形也存在一个各样本点的外包络面,它即为有效生产前沿面,其所表示的函数即为前沿生产函数。

关于“前沿生产函数”的估计,目前也已有许多方法,如线性规划方法^[3]等等,但是现有方法都存在一定的缺点,不是估计过高,就是估计过低,而且只能处理单产出的情形。

本文将利用数据包络分析(Data Envelopment Analysis, 简记 DEA),对奶牛生产效益进行评价和分析,并且来估计前沿生产函数。DEA方法是A. Charnes等人以相对效率概念为基础发展起来的一种评价管理效率的非参数统计方法^[4],目前这种方法已被广泛用于各种领域。利用DEA方法不仅可以对奶牛生产的效益进行分析和评价,而且还可以确定

任一样本点(奶牛群、奶牛个体等的生产情况)是否位于有效生产前沿面上,从而明确或隐含地给出前沿生产函数,并且可以获得许多有用的经济信息和管理信息,这对于优化投入产出的最优组合和最佳规模,优化牛群结构,降低投入,增加效益,提高管理效率,促进技术进步等都有重要意义。

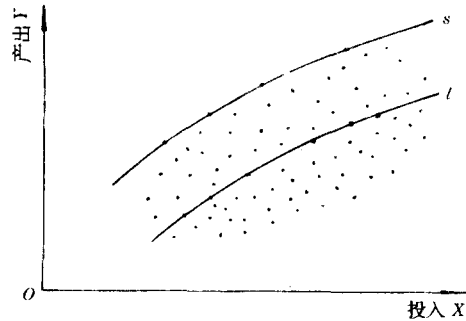


图1 前沿生产函数

Fig. 1 Frontier Production Function

2 奶牛场生产效益分析指标体系

根据农业部农垦司1993年1月颁发的《国营奶牛场技术管理规范》中关于奶牛场生产成本核算的原则和参数指标,结合长春市示范奶牛场的实际情况,我们拟选用的效益分析指标如下:

输入指标 11 项:

- | | |
|----------------|---------------|
| 1) 工资及福利费(万元); | 2) 饲料费(十万元); |
| 3) 燃料和动力费(百元) | 4) 畜禽医药费(千元) |
| 5) 产畜摊销费(万元) | 6) 折旧费(千元) |
| 7) 修理费(百元) | 8) 其它直接费(千元) |
| 9) 分摊间接费(万元) | 10) 共同生产费(千元) |
| 11) 企业管理费(万元) | |

输出指标 2 项:

- | | |
|--------------|-------------|
| 1) 副产品价值(千元) | 2) 总产奶量(百吨) |
|--------------|-------------|

通过这个评价指标体系,可以反映奶牛场企业在经营和管理方面的综合效率,以及存在的问题。

3 DEA 模型

迄今为止,人们已建立了 5 种有代表性的 DEA 模型,并不同程度地应用于实践。根据奶牛场效益分析问题的要求和特点,本文选用其中 C^2R 和 C^2GS^2 模型^[4,5],这两个模型都是用来评价有限个同类部门相对有效性的。其中 C^2R 模型不仅能够对部门的技术有效性进行评价,而且能够同时分析其规模有效性;而 C^2GS^2 模型只能单纯地评价技术有效性,但它用于确定生产函数非常方便。

假如有从事同一生产活动的部门或企业(称为决策单元,Decision-Making Unit,简记为 DMU,如不同奶牛群、奶牛场各月生产情况等)共有 n 个,每一个决策单元都需要 m 种类型的要素投入(输入),并有 s 种类型的产出(输出)。其中第 j 个决策单元(记为 DMU_j)的投入产出向量分别为:

$$\begin{aligned} X_j &= (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj})^T > 0 \\ Y_j &= (y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{sj})^T > 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n) \end{aligned}$$

其中, x_i 表示第 j 个决策单元所需第 i 种投入的总量, y_r 表示第 j 个决策单元生产的第 r 种产出的总量($i = 1, \dots, m$; $r = 1, \dots, s$)。而符号 T 表示一个向量的转置。

这些数据可由历史统计资料得到,一般称 (X_j, Y_j) ($j = 1, 2, \dots, n$) 为观测值(即样本点)。那么对第 j_0 个决策单元进行技术和规模效益评价和分析的 C^2R 模型为:

$$(P)^{C^2R} \left\{ \begin{array}{l} \max \mu^T Y_{j_0} \\ \text{s. t.} \quad \omega^T X_j - \mu^T Y_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \\ \omega^T X_{j_0} = 1 \\ \omega \geq \varepsilon \hat{e}^T, \quad \mu \geq \varepsilon e^T \\ \hat{e} = (1, \dots, 1)^T \in E_m \\ e = (1, \dots, 1)^T \in E_s \end{array} \right.$$

其中, $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_m)^T$, $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_s)^T$ 为 $(P)^{C^2R}$ 问题的变量, E_m 和 E_s 分别表示 m 维和 s 维欧氏空间。而 ε 是一个被称为非阿基米德无穷小的参数,实际计算时,一般取 $\varepsilon = 10^{-3} \sim 10^{-6}$ 即可^[6]。

$(P)^{C^2R}$ 的对偶规划为:

$$(D)^{C^2R} \left\{ \begin{array}{l} \min [\theta - \varepsilon(\hat{e}^T S^- + e^T S^+)] \\ \text{s. t.} \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j X_j + S^- = \theta X_{j_0} \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j Y_j - S^+ = Y_{j_0} \\ \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \\ S^- \geq 0, \quad S^+ \geq 0 \end{array} \right.$$

其中, $\lambda_j (j=1, \dots, n)$, $S^- = (S_1^-, S_2^-, \dots, S_m^-)^T$, $S^+ = (S_1^+, S_2^+, \dots, S^+)^T$, θ 均是模型的变量。若 $(D)_{C^2R}$ 的最优解为 $\theta = \theta^0$, $\lambda_j = \lambda_j^0 (j=1, \dots, n)$, $S^- = S^{-0}$, $S^+ = S^{+0}$, 满足 $\theta^0 = 1$ 且 $S^{-0} = S^{+0} = 0$, 则称决策单元 DMU_{j_0} 是 DEA 有效的, 即同时达到了技术有效和规模有效。否则可以计算出其在有效前沿面上的“投影”:

$$\hat{X}_{j_0} = \theta^0 X_{j_0} - S^{-0}, \quad \hat{Y}_{j_0} = Y_{j_0} + S^{+0}$$

它提供了将 DMU_{j_0} 转变为 DEA 有效而在输入与输出方面必须达到的目标。同时, 利用 $(D)_{C^2R}$ 的最优解还可以了解 DMU_{j_0} 规模收益的变化情况;

- 1) 若 $\frac{1}{\theta^0} \sum_{j=1}^n \lambda_j^0 = 1$, 则规模收益不变;
- 2) 若 $\frac{1}{\theta^0} \sum_{j=1}^n \lambda_j^0 > 1$, 则规模收益递减;
- 3) 若 $\frac{1}{\theta^0} \sum_{j=1}^n \lambda_j^0 < 1$, 则规模收益递增。

类似地, 对于 DMU_{j_0} 进行单纯技术有效性评价时, 相应的 C^2GS^2 模型为:

$$(D)_{C^2GS^2} \begin{cases} \min[\theta - \varepsilon(e^T S^- + e^T S^+)] \\ \text{s. t.} & \sum_{j=1}^n \lambda_j X_j + S^- = \theta X_{j_0} \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j Y_j - S^+ = Y_{j_0} \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1, \quad \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \\ & S^- \geq 0, \quad S^+ \geq 0 \end{cases}$$

其中相应符号的意义同前。若其最优解 $\theta^0, \lambda_j^0, j=1, \dots, n, S^{-0}, S^{+0}$ 满足 $\theta^0 = 1, S^{-0} = S^{+0} = 0$, 则 DMU_{j_0} 为 DEA 有效, 即为技术有效; 否则也可按前面的公式计算出该决策单元在有效生产前沿面上的“投影”, 而获得将其转化为技术有效的参考信息。

利用上述模型对奶牛场生产经营和管理进行 DEA 效率评价和分析, 可以获得如下的一些管理信息和经济信息:

- 1) 确定各 DMU 的 DEA 有效性;
- 2) 分析 DMU 的相对规模收益情况;
- 3) 确定相对的有效生产前沿面;
- 4) 确定各 DMU 在有效生产前沿面上的“投影”, 为今后提高经济效益和管理效率提供参考信息;
- 5) 可以分析各 DMU 的有效性对各输入输出指标的依赖情况, 了解其在输入输出方面的“优势”和“劣势”;

6)对于奶牛场进行历史发展评价,不仅可以得到发展过程中有效的时段,而且还可以得到历史发展有效轨线,这对于全面评价和认识全场的经营管理水平的提高和技术进步有重要参考价值。

4 奶牛场经营管理水平的发展评价

奶牛场经营管理水平的高低直接影响到全场的宏观效益和微观效益,长春市示范奶牛场是一个有 30 多年历史的老场,现有奶牛 700 余头,其中成母牛 400 余头。1984 年和 1985 年该场连续两年成母牛平均单产超过 6 吨,获得全国高产高效益奶牛场场户评比二等奖。可是从 1986 年到 1990 年奶牛单产逐年下降,1990 年下降至 3776.8 kg,比 1985 年下降了 40.11%。1991 年该场全面加强生产领导,从多方面改善经营管理,又使成母牛每头年平均单产达到 6093.2 kg,逐步实现扭亏为盈。1992 年更加显示出企业的活力,经济效益明显增加。

为全面评价和分析该场的经营管理发展状况,更好地总结经验,我们曾以 1991、1992 两年的 24 个月份为独立的决策单元,在 11 项输入指标及 2 项输出指标下,采用 C^2R 和 C^2GS^2 模型进行了 DEA 评价的计算。从模型的输出结果看,1992 年的经营管理水平更加相对地优于 1991 年。1992 年各月份的管理效率值,如表 1 所示。

表 1 1992 年各月份相对于 1991 年各月份的管理效率值 θ^0

Tab. 1 Monthly relative efficiency value of 1992 to 1991

月 份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C^2R	1	1	1	1	0.908	1	1	1	1	1	0.9134	1
C^2GS^2	1	1	1	1	0.99	1	1	1	1	1	1	1

注:①10 月份在 C^2R 下是弱 DEA 有效的; ②11 月份在 C^2GS^2 下是弱 DEA 有效的。

由计算结果看,1992 年除了 5 月和 11 月份之外,其它月份的生产样本点均在 C^2R 模型确定的有效生产前沿面上,这意味着这些月份不仅在投入产出规模方面达到了最优水平,而且内部的管理效率和技术潜力也都较好地得到了发挥和挖掘。对于不在 (C^2R 下) 生产前沿面上的决策单元进一步分析,5 月份不仅在 C^2R 下不为 DEA 有效,而且在 C^2GS^2 下也非 DEA 有效,这表明 5 月份在规模效益和技术效益方面都是较差的,为此要使其落在生产前沿面上,可以降低有关的投入,改进管理,提高生产效率。对于 11 月份,尽管在规模上没有达到有效,但内部自身的潜力得到充分发挥,这只需改善投入规模就可以了。

为更加深入地研究奶牛场各月份的规模和技术效益,我们仍以各月份为决策单元,对 1992 年进行了单独计算。

根据 DEA 模型的特点,考虑到影响总产量的主要因素,我们从原数据库形成了两个重要文件,即 F_1 . DBF 是在以饲料、燃料、医药为投入指标,以总产量为产出指标下形成的; F_2 . DBF 是仅以饲料为投入,以总产量为产出下形成的,分别以上述 F_1 、 F_2 为数据文件,利用 C^2R 和 C^2GS^2 模型计算,结果如表 2 和表 3。

表 2 F_1 DBF 下的效率值计算结果Tab. 2 Computational results to F_1 DBF

月 份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C^2R	0.9739	1	0.9261	0.8459	0.9034	0.9055	0.9825	1	1	1	0.8874	0.8594
C^2GS^2	1	1	1	1*	1*	1*	1	1	1	1	1*	1*

注:带*“1”为弱 DEA 有效

表 3 F_2 DBF 下的效率值计算结果Tab. 3 Computational results to F_2 DBF

月 份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C^2R	0.6622	0.7909	0.9261	0.8459	0.9034	0.8486	0.9825	1	0.8490	0.5868	0.5656	0.6564
C^2GS^2	0.8044	0.9832	1	0.8923	0.9289	0.8707	0.9925	1	0.8541	0.6108	0.6321	0.7013

从表 2 可以看出,2、8、9、10 四个月份在两个模型下均是 DEA 有效的,它们在投入量、产出量(规模)以及自身的挖掘;要素的最优组合方面,相对于其它月份来说是无可挑剔的。而其它月份在 C^2R 下均非 DEA 有效,即其对应的生产样本点不在有效生产前沿面上,而在 C^2GS^2 下均达到有效或弱有效,这说明对这几个月份的生产规模需要改善。以 1 月份为例,相应模型—线性规划(D) C^2R 的最优解为:

$$\theta^0 = 0.9739, \quad \lambda_2 = 0.5427, \quad \lambda_{10} = 0.3681$$

$$s_2^- = 0.0948, \text{ 其它均为 } 0。$$

由 $s_2^- > 0$ 可知,1 月份在燃料费用指标上存在投入过大的问题,这可能是存在浪费现象所致。为此需要将燃料费用指标缩减为(即在 DEA 有效前沿面上的投影):

$$\theta^0 X_1 - s_2^- = 0.9739 \times 1.5 - 0.0948 = 1.3661$$

这样就可以使得 1 月份的生产样本点落在有效前沿面上。

另外,由于

$$\frac{1}{\theta^0} \sum_{j=1}^n \lambda_j^0 = \frac{1}{\theta^0} \sum_{j=1}^{12} \lambda_j^0 = \frac{1}{0.9739} \times (0.5427 + 0.3681) < 1$$

这表明 1 月份的投入产出规模处于收益递增阶段,因此需要考虑继续增加投入以获得更大的产出和效益。

从上面分析来看,1 月份的燃料费过大,而整体投入规模又处于收益递增状态,可以考虑扩大规模,这一表面上的“矛盾”结论是由于各种投入的组合不当所造成的,即企业在决策各项投入的规模时,应考虑它们的最优组合,以使各项成本具有最为合理的比例结构。

表 3 反映了在饲料、总产量单投入、单产出下的生产经营管理效率。从表中可知,8 月份在两个模型下均是 DEA 有效的,这表明它相对于其它月份在规模和技术效益方面具有绝对优势,是 DEA 有效的样板。其它月份,除了 3 月份在 C^2GS^2 下是 DEA 有效外,在两个模型下均非有效,这可以从以下两个方面来分析:

(1) 规模效益方面 规模不为有效的月份都存在规模偏大或不足的问题。根据计算中各月份对应的线性规划最优解的结果,利用公式:

$$S = \frac{1}{\theta^0} \sum_{j=1}^{12} \lambda_j^0$$

可以算出各非有效月份的规模收益情况,如表 4 所示,其中“+”表示规模收益处于递增阶段($S < 1$),需考虑增加投入;“-”表示规模收益递减($S > 1$),需考虑降低有关投入。

表 4 非有效月份的规模收益情况
Tab. 4 Scale benefit of inefficient month

月 份	1	2	3	4	5	6	7	9	10	11	12
规模收益	-	+	+	+	+	-	+	-	-	-	-

(2)技术效益方面 在现有的规模下,除了 3,8 两月达到有效外,其它月份在技术上也未达到有效,仍以 1 月份为例,相应的 C^2GS^2 模型的最优解为:

$$\lambda_3^0 = 1, \quad S_1^{+0} = 0.2146, \quad \theta^0 = 0.8044$$

这表明 1 月份在现有饲料投入规模下,产奶量应该比实际产量多出 $S_1^{+0} > 0$,亦即实际产量偏低。究其原因,除了可能与当月的气候,奶牛的心理状况,身体条件、生产环境等因素有关外,我们还应该从饲养管理水平、挤奶技术以及饲养人员的工作态度和积极性方面找原因,以达到科学饲养、科学管理、科学挤奶,使饲料报酬增加的经济效果。

5 奶牛场生产函数的确定

从 1934 年美国经济学家 Douglas 以边际生产理论为基础建立了反映生产要素投入与产出之间关系的生产函数以来,生产函数作为分析投入产出关系的一种方法得到了迅速的发展和广泛的应用。目前,较常用的生产函数有 Cobb—Douglas 生产函数,常替代弹性的 CES 生产函数等等,一般需依据研究目的、对象和掌握的资料,凭经验以及对事物性质的分析,利用统计手段判定配以适当的生产函数。在农业上,自 1941 年日本东京大学的神谷庆治教授,把 Cobb—Douglas 生产函数用于研究日本东北地区 and 西南地区的水稻生产问题以来,Cobb—Douglas 生产函数有了进一步的发展,并在指导农业生产中取得了较好的效果。80 年代以来,我国学者也开始广泛应用生产函数分析科技进步的作用以及农场、农村生产的投入产出效果。

首先以影响总产量的最主要因素——饲料为投入,利用 1992 年的生产数据为样本点,采用通常的线性回归分析方法来计算,可以得到总产量 y (单位:100t)与饲料投入费用 x (单位:10 万元)在数量上的生产函数关系表达式:

$$y = 1.262 + 0.616x$$

其曲线见图 2 中的 l_1 所示,但根据表 3,8 月份在两个模型下均是 DEA 有效的,即应该在有效生产函数前沿面上,但是却不在曲线 l_1 上(见图 2 中的 * 点)。这表明利用通常的回归分析方法得到的生产函数曲线,只是体现了各决策单元的“平均”技术水平,相对有效前沿曲线偏低。这是因为统计回归方法没有(也不能)将相对有效的决策单元和非有效决策单元相区别,从而未能反映在一定投入下的最大产出。

为了克服上述回归分析方法的缺陷,我们提出了应用 DEA 方法估计生产函数的方法步骤:

- (1)对所有样本点对应的决策单元 $(X_j, Y_j), j=1, \dots, n$,依次进行 C^2GS^2 有效性评价;
- (2)若决策单元 (X_j, Y_j) 不是DEA有效,则求其在有效生产前沿面上的“投影” (\hat{X}_j, \hat{Y}_j) ;
- (3)以所得到的所有DEA有效的决策单元及非DEA有效决策单元的“投影”所对应的投入产出数据为样本点,采用典型的生产函数形式对这些数据进行回归,就可以得到更加符合定义的生产函数。

按此方法,我们对1991~1992两年在饲料、燃料、医药三项投入、总产量一项产出指标下进行了DEA评价,并形成了数据库F₃.DBF,它是由有效月份和非有效月份的投影数据构成的。然后采用能较好地反映农业生产报酬递减规律的Cobb-Douglas生产函数的扩展形式:

$$y = ax_1^{b_1} x_2^{b_2} \cdots x_m^{b_m}$$

其中, y 表示全场总产量, $x_i (i=1, \dots, m)$ 为各种生产要素的投放量, $b_i (i=1, \dots, m)$ 为生产弹性系数,表明 x_i 对总产量的作用大小。通常 $0 < b_i < 1$ 时,生产要素的投放量处在较合理的正常阶段。当 $\sum_{i=1}^m b_i > 1$ 时,表明收益递增,即投入1个单位生产要素的综合作用效果,使牛奶产量的增加大于1个单位,宜扩大经营;当 $\sum_{i=1}^m b_i < 1$ 时,则表明收益递减。

分别以 x_1, x_2, x_3 表示饲料、燃料、医药三种费用的投入,利用数据文件F₃.DBF对Cobb-Douglas生产函数进行拟合回归,可以得到投入产出之间的数量函数关系为:

$$y = 1.816661x_1^{0.601} x_2^{0.403} x_3^{0.141}$$

从三种投入的弹性系数看,饲料投入的增产效果是最明显的。由于

$$\sum_{i=1}^3 b_i = 0.601 + 0.403 + 0.141 > 1$$

这表明该奶牛场的生产状况正处于收益递增阶段,因此可以考虑适当扩大经营规模。

6 结 论

本文首次将数据包络分析(DEA)技术应用于奶牛场生产效益分析,不仅可以分析规模效益和技术效益,而且还可以用此确定或估计生产函数。另外,DEA用于生产经营的历史发展评价还可以反映技术进步的增长对奶牛场生产的重要作用,比如1992年的综合评价指数比1991年高,正是奶牛场实行科学饲养、科学管理、注意提高技术进步的原因。从DEA的观点,则意味着1992年的生产函数前沿面要比1991年的高。和其它方法相比,DEA方法有着许多不可比拟的优点,我们认为这一方法用于农业生产系统将会有广泛的前景。当然,由于

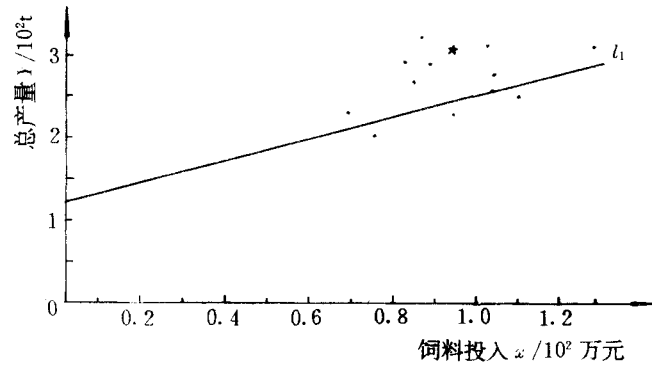


图2 估计生产函数的回归分析方法

Fig. 2 Regression analysis method for estimating the production function

农业系统中不确定性的客观因素大量存在,综合分析效益的指标体系需要不断完善,同时不确定性 DEA 模型和方法的研究也是十分必要的,这正是我们进一步的研究工作。

参 考 文 献

- 1 [美]萨缪尔森. 经济学(中册). 高鸿业译. 北京:商务印书馆,1986,219
- 2 张寿,于清文. 计量经济学. 上海:上海交通大学出版社,1984,480~486
- 3 李明哲等. 经济模型及应用.“前沿生产函数”. 北京:经济科学出版社,1986. 12,144~151
- 4 Charnes A ,Cooper W W and Rhodes E. Measuring the efficiency of decision making units,European Journal of Operational Research,1978,2:429~444
- 5 Charnes A ,Cooper W W, Golany B ,Seiford L and Stutz J. Foundations of data envelopment analysis for pareto-koopmans efficient empirical production function,Journal of Economic Surveys,1985,30:1~17
- 6 魏权龄. 评价相对有效性的 DEA 方法. 北京:中国人民大学出版社,1988,18~26

Data Envelopment Analysis and Its Application in the Benefit Analysis of Milk Cow-Production

Yang Yinsheng Ma Chenglin Zhang Dejun

(Jilin University of Technology)

Zhou Keyi Ding Bojiang Zhao Huanwen

(Changchun Demonstration Milk-Cow Farm)

Abstract

This paper applies Data Envelopment Analysis (DEA) to analyse the benefit of milk cow-production. Based on DEA models, not only can the whole benefit of milk cow-farm be evaluated, but also the production function for cow-production be determined or estimated. Also a lot of important economic and managerial information can be obtained, which are much meaningful for milk cow-production management.

Key words Data Envelopment Analysis (DEA) Milk cow-production Benefit analysis
Frontier production function