二维波穿过非线性节理面的透射性能研究

石 崇,徐卫亚,周家文

(河海大学 岩土工程研究所, 江苏 南京 210098)

摘要: 二维波穿过非线性节理面是一个复杂的问题,量纲一的刚度、射线角、径向距离、节理参数、入射波频 率等都是影响节理后透射率的重要因素。采用非线性节理本构研究单条垂直节理下二维波的透射性能,结果发 现: 二维波穿越垂直节理面的透射率,不仅与节理面法向刚度与切向刚度有关,还直接受节理面黏聚力和内摩 擦角的控制;节理面黏聚力和内摩擦角的数值反映节理面的闭合程度,从而使透射率呈现不同的变化规律。内 摩擦角不变,黏聚力提高可以提高透射率;黏聚力不变,节理面内摩擦角引起透射率变化有两种形式:低黏聚 力下内摩擦角的升高可使透射率增大;高黏聚力下透射率反而从一较高水平下降到较低水平。最后,根据单节 理作用下透射率的研究成果对多条节理分布下的透射性能进行对比研究,对复杂节理分布下的动力响应计算进 行尝试。

关键词: 岩石力学;二维波;透射率;节理;振动 **中图分类号:** TU 45 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000 - 6915(2007)08 - 1645 - 08

RESEARCH ON TRANSMISSION BEHAVIORS OF NONLINEAR JOINTS WITH 2D WAVE PROPAGATION

SHI Chong, XU Weiya, ZHOU Jiawen

(Institute of Geotechnical Engineering, Hohai University, Nanjing, Jiangsu 210098, China)

Abstract: Two-dimensional wave propagation through joints is a complicated problem. The important factors influencing the transmissivity of joint include normalized stiffness of joints, ray angle, radial distance, joint parameters, incident wave frequency, etc.. Under help of 3DEC, the propagation of 2D wave through single joint with nonlinear joint model, the rules of transmissivity under different strength parameters and geometric positions are studied. According to the research results of single joints, transmissivity of 2D wave through straight joint interface is not only associated with normal and shear stiffness of joint, but also controlled by the joint strength parameters, cohesion and inner friction angle. Values of joint cohesion and inner friction angle reflect the closure degree of joint, which causes transmissivity to take on different tendencies. If the inner friction angle keeps constant, transmissivity will increase with the increase of cohesion strength until it reaches to a superior limit. While if the cohesion keeps constant, transmissivity is different in response to cohesion. If the cohesion is at a low level, the transmissivity will increase with the increase of inner friction angle until it reaches to a superior limit. However, the transmissivity will initiate at a high value then decrease rapidly to a lower level with the increase of the inner friction angle if the cohesion is at a high level. Finally, calculations of transmissivity under the condition of multiple joints are tentatively conducted according to the single joint research results; and some useful comparison works are achieved in dynamic response under complicated joints distribution.

基金项目:国家重点基础研究发展规划(973)项目(2002CB412707);国家自然科学基金重点项目(50539110)

作者简介: 石 崇(1978-), 男, 2002 年毕业于山东科技大学土木建筑学院矿井建设专业, 现为博士研究生, 主要从事岩石动力分析及计算等方面的研 究工作。 E-mail: shichong81@126.com

收稿日期: 2006 - 11 - 07; 修回日期: 2007 - 03 - 06

Key words: rock mechanics; two-dimensional wave; transmissivity; joint; vibration

1 引 言

振动波在节理岩体中的传播是研究岩体动力 响应的一个重要方面。研究不同形式振动波穿越 节理面的透射性能,是搞清节理岩体动力稳定性 的基础,具有广泛的工程应用背景。节理裂隙对 振动波传播的影响问题,国内外已开展较为广泛 的研究,主要工作涉及试验、理论模型和数值模 拟等一系列方面^[1~15]。研究结果表明,振动波在 节理裂隙中的传播与波幅、波频、节理面的几何 特征、接触性质和变形等因素密切相关。对于波 幅较小的应力波作用,采用线性节理模型可有效 地分析裂隙处的不连续变形和透、反射规律[1~9]。 对于大波幅振动波穿越节理时引发的非线性变形 问题,一些学者^[10~13]提出非线性位移不连续模型 来定量分析应力波在节理裂隙处的透射和反射性 质,如赵 坚等^[12, 13]提出的不连续节理与有效介 质法相结合的研究方法。

但目前大多数研究中均将节理面简化为光滑 平面,在正向一维入射波作用下认为节理面与应 力波波动方向垂直,且不考虑节理面的力学非线 性行为进行分析。这些简化模型不符合工程中入 射方向多变的实际情况,没有真实反映出波动应 力作用下节理的变形和振动波的透、反射规律, 且工程中大多数波动问题不能简化为一维波来处 理,如柱状波、球状波等^[14]。有别于一维波动问 题,二维波动岩体内质点的振动既有纵波亦有横 波,均为几个运动分量的叠加,此时的合成波更 具有工程意义。由于几何阻尼的存在,在理想弹 性岩体中传播时,波幅随着径向距离的增加而衰 减,将这种波的传播等效为点源二维波更合理。 因此研究二维振动波穿越节理面、断层面时要区 别于一维波,其透射系数除受节理的量纲一的刚 度影响外,还受射线角、径向距离、节理参数等 的影响^[15]。本文以 3DEC 为工具,研究了二维波 穿越力学非线性垂直节理的波动现象,目的是通 过二维波穿越垂直节理时的透射性能变化来分析 节理岩石的波动规律及其与节理面几何和物理性 质之间的关系,并根据研究结果对多节理分布的 二维波透射性能进行有益探讨。

2 二维波穿过节理面的基本特征

当一个弹性波传播到两种不同介质的接触面 (如节理面)上时,会发生透射和反射。根据二维 波动理论,二维波自作用半径向外传播,一般要 经过如图1所示的几个过程。





振动波幅随径向作用半径的变化曲线为 abcef;自振动作用面至接触面前的某一点(ab 段), 接触面的影响很小,此阶段完全符合弹性波在理 想弹性介质内的衰减规律;距离接触面前的某一 范围(bc 段),由于入射、反射波叠加导致振幅大 于完整岩体的振幅;经过接触面后(ef 段),由于 波在透射过程中有能量损失,二维波振动幅值小 于不含接触面的弹性介质振幅。本文中研究的即 为节理面作用下 ef 段的透射性能。

3 计算模型

3.1 节理计算模型

对于波幅较小的振动作用,只考虑节理面法 向刚度 k_n和切向刚度 k_s的线性模型可有效地分 析裂隙处的不连续变形和透射反射规律。当波幅 足以引发节理面非弹性变形时,仅采用弹性参数 很难模拟节理面的力学行为,必须充分考虑其非 线性特性^[12, 13]。在研究二维波的透射性能时,节 理面采用力学非线性的库仑滑移模型,描述节理 面非线性的参数主要有节理面法向刚度 k_n、切向 刚度 k_s,节理面黏聚力 c,节理面内摩擦角 φ。其 增量计算基本原理如下。

库仑滑移模型中法向应力 - 位移关系处理为 线性:

$$\Delta \sigma_{\rm n} = k_{\rm n} \Delta u_{\rm n} \tag{1}$$

式中: $\Delta \sigma_n$ 为有效法向应力增量, Δu_n 为法向位移增量。

极限切向应力 τ_{\max} 定义为 $\tau_{\max} = c + \sigma_n \tan \varphi$, 当切向应力 $\tau_s < \tau_{\max}$ 时有

$$\Delta \tau_{\rm s} = -k_{\rm s} \Delta u_{\rm s}^{\rm e} \tag{2}$$

当切向应力 $\tau_s > \tau_{max}$ 时有 $\tau_s = sign(\Delta u_s)\tau_{max}$ (3)

式中: Δu_s^e 为切向位移增量的弹性位移分量, Δu_s 为切向位移增量, sign(·)为符号函数。

3.2 岩石及节理面计算参数

L. Muller 在总结岩石力学性质时提到:"岩体力学特性,尤其是它的强度,主要取决于单元块体之间接触面上的强度;对于岩体变形,主要或者 90%~95%的变形产生于节理(裂隙),而不是岩体的变形"。根据这一原则,在计算节理岩体的波动问题时,岩体采用弹性材料。表1为研究中采用的岩体力学性能参数。由于节理面法向刚度及切向刚度的取值变化幅度一般较大,对于充填节理约几十到几百兆帕/米,对于花岗岩、玄武岩中的闭合节理则可能达到100 GPa/m^[2]。

表 1 岩体力学性能参数 Table 1 Mechanical properties parameters of rock mass

密度 \nu / (kg • m ⁻³)	体积模量 K/GPa	剪切模量 G/GPa
2 650	16.667	10.000

因此,根据工程经验,节理面的性能参数取 值为:节理面法向、切向刚度为 2~10 GPa/m, 黏聚力为 0.0~2.5 MPa,节理面内摩擦角为 10°~ 70°。

计算模型分别如图 2,3 所示,其中模型 C 用于计算单节理下的透射率,模型 D 用于计算多 节理下的透射率。除左侧边界设为对称边界外, 其余 3 个侧面均设为水平和垂直向的黏滞阻尼边 界。

3.3 应力波穿过节理面透射性能表述

由于二维波在弹性介质内的传播随径向距离 的增大呈指数形式衰减,一维波研究中的透射系



图 2 3DEC 计算模型 C Fig.2 3DEC calculation model C



图 3 3DEC 计算模型 D Fig.3 3DEC calculation model D

数定义为透射波与入射波振幅比值不再适用,此 时通过对比质点在有、无接触面情况下的振幅即 可体现接触面的透射性能:

$$T = \frac{A_{\text{joint}}}{A_{\text{intact}}} \tag{4}$$

式中: *T* 为二维波穿过节理后的透射率, *A*_{joint} 为 有节理时某节点的波动幅值, *A*_{intact} 为完整岩体相 应节点的波动幅值。为保证模型 *A*_{joint}, *A*_{intact} 计算 的节点位置一致, 无节理模型可用有节理模型等 效, 在计算过程中将节理面设置一较高的刚度参 数, 节理面计算节点做黏结处理。

单一参数变化引起的透射率变化可以采用透 射率比来衡量,其定义如下:

$$\eta = \frac{T}{T_0} \tag{5}$$

式中: T₀为选定基准参数的透射率。

4 节理面参数对透射率的影响

要研究二维波穿过多节理的透射性能,必须 对单节理波动传播有全面了解。在此,单节理下 应力波传播在模型 C 上进行计算,应力波作用面 采用半径为 5 m 的常数,不考虑作用半径的变化 引起的节理面透射性能变化。震源荷载为纵波, 荷载函数采用正弦谐振函数,振幅保持为 1 m/s, 频率为 100 Hz,持续时间要保证模型中各记录点 振动曲线至少有 1 个周期。

为了比较模型中各点的透射性能,根据模型 的对称性,定义荷载作用中心至模型内任意点为 一条射线,两点间的直线距离称为径向距离,射 线与节理面(以向上为正)的夹角为射线角,其值 为 0°~180°。计算中共记录透射线为 90°,75°, 60°,45°及径向半径为 30,50,80 m 上共 90 个 节点 *x* 与 *y* 向的速度。由于二维波传播至任意质 点的速度均为纵波与横波的叠加,其振幅可通过 水平波与垂直波的叠加公式得到:

$$A_{v} = \max \sqrt{v_{xi}^{2} + v_{yi}^{2}}$$
(6)

式中: A_v 为振幅; v_{xi} , v_{yi} 为记录到的第 i 时刻的速度分量。

4.1 强度参数 c, φ 对透射率的影响

黏聚力 c 是影响节理面透射性能的一个重要 因素。当黏聚力较小时,波动作用下节理面可能 发生开裂、滑移变形,这些能量损失使振动波振 幅迅速降低、透射率下降,其幅度随径向距离增 大而增大。但黏聚力存在一个界限,当黏聚力足 够大时,不同径向距离上透射率均保持为较高的 常值,如图 4 和 5 所示。





Fig.4 Change curves of transmissivity with cohesion c when incidence angle is 90°





节理面后各点透射率随内摩擦角φ的变化趋势各不相同,其趋势与节理面黏聚力c的大小密切相关。c值较小,内摩擦角的提高有助于提高节理的透射率(见图6和7),但当内摩擦角增大到一定程度后透射率即保持为常数。此时,位于同一射线角上各点的透射率随径向距离的增加而升高;相同径向距离条件下,90°射线角上的透射率与内摩擦角无关,其他射线角上透射率则随内摩擦角增大而升高,与90°射线角相差越大,其变化趋势越快。



图 6 射线角为 60°时透射率比随内摩擦角的 变化曲线(c = 0.3 MPa)

Fig.6 Change curves of transmissivity ratio with inner frictional angle when incidence angle is $60^{\circ}(c = 0.3 \text{ MPa})$

当 *c* 值足够大时(图 8, 9),各点的透射率均 随内摩擦角的增大表现出两阶段性:内摩擦角较 小时,透射率与内摩擦角为 0°时一致;随着内摩 擦角增大,透射率突然下降到一个较小水平(基准 为内摩擦角 *q* = 0°对应的透射率)。以上趋势表 明,*c* 值存在一个瞬时值,此时随内摩擦角的增 大,透射率完全保持不变,采用文中参数计算该 值在 MPa 时出现。





Fig.7 Change curves of transmissivity ratio with inner frictional angle when radial distance is 50 m (c = 0.3 MPa)





Fig.8 Change curves of transmissivity ratio with inner frictional angle when incidence angle is 60° (*c* =2.5 MPa)



图 9 径向距离为 50 m 时透射率比随内摩擦角的 变化曲线(c = 2.5 MPa)

Fig.9 Change curves of transmissivity ratio with inner frictional angle when radial distance is 50 m (c = 2.5 MPa) 以上结果表明,节理面的黏聚力存在上限值, 当黏聚力超过上限值时,透射率保持为常数。内 摩擦角作用下各点的透射率则与黏聚力大小相 关,低黏聚力情况下内摩擦角存在上限值,当内 摩擦角超过这一上限值后保持为常数;高黏聚力 下内摩擦角存在一个敏感区域,在这个区域内, 透射率从较高水平下降到另一个较低水平。

之所以会出现这种现象,其原因在于非线性 节理本构为应力-位移表征模式,节理面的黏聚 力和内摩擦角反映了节理面的闭合程度,当*c*值 较小时,*φ*值的提高有助于节理面的闭合,各点 透射率因而提高,当节理面保持完全闭合后这种 增加程度达到极限而保持为常数;当*c*值足够大 时,节理面已经闭合,内摩擦角的增大已经不能 使透射率继续增加,因此图 8 和 9 所示初始阶段 不同射线角和径向距离的点透射率保持为常数; 当内摩擦角继续增加,节理面在应力场作用下的 变形以及几何因素效应凸显,透射率不再保持为 常数,而是下降到一个较低水平。

4.2 节理面刚度对透射率的影响

二维波传播仍然符合透射率随量纲一的刚度 变化的规律。根据切向及法向刚度同时变化,切 向刚度固定、法向刚度变化和法向刚度固定、切 向刚度变化 3 种情况下的透射率变化发现: 3 种 情况下透射率的变化规律相似,节理面法向(或切 向)刚度越大,透射率越高。刚度恒定条件下,若 节理面强度参数 c 足够大,同一射线角上透射率 保持为常数(见图 10, 11);当 c 较小时,同一射线 角上透射率随径向距离增大而变小(见图 12, 13)。



图 10 射线角为 90°的透射率(c = 2.5 MPa, $\varphi = 0^{\circ}$) Fig.10 Transmissivity when incidence angle is 90° (c = 2.5 MPa, $\varphi = 0^{\circ}$)



图 11 射线角为 60°时的透射率(c = 2.5 MPa, $\varphi = 0^{\circ}$) Fig.11 Transmissivity when incidence angle is 60°





图 12 射线角为 90°时的透射率(c = 0.3 MPa, $\varphi = 0^{\circ}$) Fig.12 Transmissivity when incidence angle is 90°

 $(c = 0.3 \text{ MPa}, \varphi = 0^{\circ})$



图 13 射线角为 60°时的透射率(c = 0.3 MPa, $\varphi = 0^{\circ}$) Fig.13 Transmissivity when incidence angle is 60° (c = 0.3 MPa, $\varphi = 0^{\circ}$)

与线性模型相比,非线性节理强度参数 c 的 取值决定了相同径向距离上透射率变化规律,黏 聚力足够大,射线角越接近 90°透射率越小,其 变化曲线随射线角变化是上凹的(见图 14);反之, 若黏聚力较小,则射线角越接近 90°透射率越大, 同一径向距离上透射率呈"钟形"变化,其变化 曲线是上凸的(见图 15)。





 $(c = 2.5 \text{ MPa}, \varphi = 0^{\circ})$



图 15 径向距离为 50 m 时的透射率(c = 0.3 MPa, $\varphi = 0^{\circ}$) Fig.15 Transmissivity when radial distance is 50 m (c = 0.3 MPa, $\varphi = 0^{\circ}$)

以上透射率的计算通过式(4)得到,如果把 式(4)中完整岩体的波动幅值 A_{intact} 变换为节理岩 体(c, φ采用计算值,刚度设置为一较高参数)下 的振动幅值,则其变化趋势与不考虑 c, φ状态一 致,其趋势与图 10,11 类似。这表明,若 c, φ 参数确定,在此基准下各点的透射率仅与射线角等 几何因素有关,不同刚度下透射率保持为常数。

4.3 入射波频率对节理透射率的影响

与弱化材料的透射性一致,节理岩体的动态 响应对入射波的频率具有依赖性(见图 16)。频率 越高,透射率越低,能量被吸收的程度越高。对 于有限带宽的地震波,节理表现为低通滤波器特 性,使地震波的主频向低频移动。但这种依赖性 与建立的模型有关,低频入射波可能导致共振现 象。

由于节理面对入射波频率的选择性,节理后 各点的透射率随入射波频率不断变化,距离自振 频率越近透射率越可能出现波动,当入射波不引



图 16 径向距离为 50 m 时透射率随入射波频率的 变化曲线



起系统谐振时,由于高频波更易被吸收,透射率 随频率升高迅速降低,图 16 中频率大于 100 Hz 即属于这一阶段。

4.4 多条节理分布下几何节点的透射率

从以上单条垂直节理研究结果可知,二维波 在传播过程中是不断衰减的,当节理面 c, φ 及入 射波频率确定时,不同刚度、相同射线角上的透 射率相等。这样,若单节理的透射率由 $T_1 = f(c, \varphi, k_n, k_s, \alpha, x)$ 确定,且节理之间的相互影响 可以忽略不计,则对于分布有多条节理的质点透 射率可由单条节理在不同射线角下的透射率叠加 得到:

$$T = \prod_{i=1}^{n} T_{1} = \prod_{i=1}^{n} f(c, \varphi, k_{ni}, k_{si}, \alpha_{i}, x_{i})$$
(7)

式中: T_1 为单条垂直节理作用下某点的透射率; k_{ni} , k_{si} 分别为第 i条节理面的法向及切向刚度; α_i 为第 i条节理的射线角; x_i 为第 i条节理的点 坐标矢量分量; $f(\cdot)$ 为二维波垂直节理作用下各 节点透射率计算函数;

如模型 D,两条节理作用下点 A 的透射率可 以由单条节理作用下(模型C)的点A 与 B 透射率相 乘得到,且叠加结果基本不受 c, φ取值的影响。 不同 c, φ组合下多节理直接模拟结果与单节理叠 加结果对比如图 17 所示。

模拟结果显示,采用单条节理计算然后根据 计算点位置叠加的结果比组合节理直接计算的透 射率偏大约 3%,具有明显的一致性。因此 *c*, *q* 确定,不考虑节理相互影响时,多条节理组合下 的动力响应完全可以用单条节理计算叠加得到。





5 结 论

(1)节理面强度参数 c, φ是决定非线性节理 透射性能的重要因素。当黏聚力足够大时,射线 角相同的各点具有相同的透射率;当黏聚力较小 时,射线角相同的点的透射率随径向距离增加不 断降低。但无论黏聚力如何取值,射线角越接近 90°透射率越大。

透射率随内摩擦角 φ变化趋势各不相同,其 趋势与节理面黏聚力 c 的大小密切相关。c 值较 小,内摩擦角的增大在一定程度上能提高节理的 透射率,但增大到一定程度后即保持为常数。c 值足够大时,透射率表现为两段性,随内摩擦角 增大从一个较高水平降至一较低水平。

(2)节理面强度参数 c, φ的取值影响刚度变 化时的透射率变化规律。节理面法向(或切向)刚 度越大,各点透射率越高。由于节理面的黏聚力 和内摩擦角反映了节理面的闭合程度,在刚度恒 定的条件下,若闭合程度越高,同一射线角上透 射率保持为常数,相同径向距离上透射率随射线 角变化是上凹的;闭合程度较低,同一射线角上 透射率随刚度升高而降低,相同径向距离上透射 率变化曲线随射线角变化是上凸的。

(3) 若计算完整岩体的振幅时,节理面即赋 予实际强度值 c, q,仅刚度取较高参数。以此为 基准,节理面透射性随节理面的刚度增加而增加。

(4) 与弱化材料一致,节理面对入射波的频率有选择性,不考虑系统共振现象时节理面表现 出低通滤波器的功能。

(5) 若 c, φ确定,且不考虑节理间相互影响, 多条闭合节理的透射性可用单条节理计算结果叠 加得到,这对于计算多条节理面尤其是大尺度节 理面的透射性是完全可行的。

参考文献(References):

- BEDOPRD A, DRUMHELLER D S. Introduction to elastic wave propagation[M]. New York: John Wiley and Sons, 1994.
- [2] BANDIS S C, LUMSDEN A C, BARTON N R. Fundamentals of rock joint deformations[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts, 1983, 20(6): 249 – 268.
- [3] CAI J G, ZHAO J. Effects of multiple parallel fractures on apparent attenuation of stress waves in rock masses[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2000, 37(4): 661 - 682.
- [4] FRAZER L N. SH propagation in rocks with planar fractures I.
 excess slowness[J]. Geophysical Journal International, 1995, 122(1): 33 62.
- [5] PYRAK-NOLTE L J. Seismic visibility of fractures[Ph. D. Thesis][D]. Berkeley: Department of Materials Science and Mineral Engineering, University of California, 1988.
- [6] PYRAK-NOLTE L J, MYER L R, COOK N G W. Anisotropy in seismic velocities and amplitudes from multiple parallel fractures[J]. Journal of Geophysical Research, 1990, 95(B7): 11 345 - 11 358.
- [7] CHEN S G, ZHAO J. A study of UDEC modeling for blast wave propagation in jointed rock masses[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1998, 35(1): 93 - 99.
- [8] 卢文波. 应力波与可滑移岩石界面间的相互作用研究[J]. 岩土 力学, 1996, 17(3): 70 - 75.(LU Wenbo. A study on interaction between stress wave and slipping rock interface[J]. Rock and Soil Mechanics, 1996, 17(3): 70 - 75.(in Chinese))
- [9] 鞠 杨,李业学,谢和平,等.节理岩石的应力波动与能量耗
 散[J].岩石力学与工程学报,2006,25(12):2426-2434.(JU

Yang, LI Yexue, XIE Heping, et al. Stress wave propagation and energy dissipation in jointed rocks[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(12): 2 426 - 2 434.(in Chinese))

- ZHAO J, ZHOU Y X, HEFNY A M, et al. Rock dynamics research related to cavern development for ammunition storage[J]. Tunneling and Underground Space Technology, 1999, 14(4): 513 - 526.
- ZHAO J, CAI J G. Transmission of elastic P-waves across single fractures with a nonlinear normal deformational behavior[J].
 Rock Mechanics and Rock Engineering, 2001, 34(1): 3 - 22.
- [12] 赵 坚, 蔡军刚, 赵晓豹, 等. 弹性纵波在具有非线性法向变 形本构关系的节理处的传播特征[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(1): 9 - 17.(ZHAO Jian, CAI Jungang, ZHAO Xiaobao, et al. Transmission of elastic P-waves across single fracture with nonlinear normal deformation behavior[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(1): 9 - 17.(in Chinese))
- [13] 王卫华,李夕兵,左字军.非线性法向变形节理对弹性纵波传播的影响[J]. 岩石力学与工程学报,2006,25(6):1218-1225.(WANG Weihua, LI Xibing, ZUO Yujun. Effects of single joint with nonlinear normal deformation on P-wave propagation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006,25(6):1218-1225.(in Chinese))
- [14] 考尔斯基 H. 固体中的应力波[M]. 北京:科学出版社, 1958.
 (KOLSKY H. Stress waves in solids[M]. Beijing: Science Press, 1958.(in Chinese))
- [15] 雷卫东, ASHRAF M H, 赵 坚. 岩石动力学中离散元程序处 理波幅的新方法[J]. 中国矿业大学学报, 2005, 34(2): 170 -174.(LEI Weidong, ASHRAF M H, ZHAO Jian. A new method of processing of wave amplitude using discrete element modeling in rock dynamics[J]. Journal of China University of Mining and Technology, 2005, 34(2): 170 - 174.(in Chinese))