

盾构隧道动力有效应力分析方法研究

周 健¹, 孔 戈^{1,2}, 秦 天¹

(1. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 上海唐兴土木工程顾问有限公司, 上海 200237)

摘要: 耦合场分割算法是求解 Biot 动力固结方程的一种有效的方法, 它能够充分利用现有程序资源, 并且在土介质渗透系数较小时能够有效地解决统一算法中容易出现的病态矩阵问题。然而, 目前已经提出的 Biot 方程分割算法都是基于有限元离散方程形式的, 难以直接应用于现在软件的二次开发。在对瞬态热传导方程和孔压消散方程的对比研究的基础上, 推导一种能够在结构-温度耦合场分析软件(也可以在单独的结构场软件和温度场软件)上实现的 Biot 方程多次迭代串行分割算法, 即在求解 Biot 方程的第 $n+1$ 荷载步时, 预先将孔压消散方程中的耦合项(未知量)用某种形式的预测值(已知量)代替, 使孔压消散方程中的未知量只剩下节点孔压, 从而可独立求解; 再代入 Biot 方程的第 1 式, 求出节点位移; 如此循环迭代, 即能以解耦的形式完成 Biot 方程的求解过程。这种方法对不同维数的问题、不同单元类型以及动力或静力问题都适用, 并且额外编程量很少, 十分便于推广应用和充分利用现有资源。数值算例结果表明, 这种方法具有良好的精度和计算稳定性。最后, 利用这种方法对武汉长江盾构隧道横断面进行动力有效应力分析, 并对该工程地基的液化危险性进行评价。

关键词: 隧道工程; 地震响应分析; 盾构隧道; 耦合场分割算法; 液化; 有效应力原理

中图分类号: U 45

文献标识码: A

文章编号: 1000-6915(2007)07-1416-10

STUDY ON EFFECTIVE STRESS BASED ON DYNAMIC RESPONSE ANALYSIS METHOD FOR SHIELD TUNNEL

ZHOU Jian¹, KONG Ge^{1,2}, QIN Tian¹

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Shanghai Tangxing Civil Engineering Consult Co., Ltd., Shanghai 200237, China)

Abstract: Partitioned solution procedures could be effectively used to solve Biot's equations, which can depict the coupled soil-pore fluid systems. With this method, the existing finite element analysis software could be utilized adequately, while the problem of ill-conditioned matrix, emerging in monolithical approach when the coefficient of permeability of the soil is comparatively small, can be settled successful. The partitioned approaches of Biot's equations are all based on the discrete form by finite element method, which will lead to the difficulties when employing them in the redevelopment of existing programs. After comparing the transient heat conduction equation and the pore pressure dissipation equation, a new multi-iteration serial partitioned solution procedure is proposed, in which a certain predicted known value is substituted for the coupled unknown item in pore pressure dissipation equation. With the only one unknown parameter, the nodal pore pressure is left in the equation and could be figured out easily. Subsequently, the solution from the above step is incorporated into the second equation and the other variable, the nodal displacement could be calculated separately. And then, all the load steps

收稿日期: 2006-09-14; **修回日期:** 2007-02-01

基金项目: 武汉长江隧道工程关键技术研究资助项目“盾构隧道地震响应分析与抗减震措施研究”(01-02)

作者简介: 周 健(1957-), 男, 博士, 1982年毕业于华东水利学院农田水利系农田水利专业, 1988年毕业于浙江大学土木工程系岩土工程专业获博士学位, 现任教授、博士生导师, 主要从事土动力学与地下抗震研究方面的教学与研究。E-mail: tjuzj@vip.163.com

could be solved in uncoupled form iteration. With little additional procedures, this method could be easily realized in thermo-structural analysis programme(or independent). This differential equation based method, suitable for two or three-dimensional problems and for static or dynamic problems as well as various element types, is proposed. As demonstrated with numerical examples, this approach could give comparatively precise results and has good computational stability. Subsequently, this approach was applied to the transverse dynamic response analysis of Wuhan Yangtze River Tunnel.

Key words: tunneling engineering; seismic response analysis; shield tunnel; partitioned solution procedures of coupled mechanical systems; liquefaction; effective stress principle

1 引 言

盾构隧道有时会修建于饱和可液化土层中, 在强震作用下土层的液化可能对地下结构产生破坏作用, 地基液化问题是盾构隧道抗震设计时首先应该考虑的问题。因此, 对于饱和可液化土层, 采用能够考虑土骨架与孔隙水两相介质相互作用的动力有效应力分析方法是较为有效的方法。

基于有效应力原理的饱和多孔介质动力问题的控制方程最早是由 Biot 提出的, 目前 Biot 动力固结方程常用的时域有限元算法主要有以下几种:

(1) 不排水有效应力法^[1]: 这种方法不考虑材料的渗透性, 假定在动力作用期间土体中的孔隙水封闭在土骨架中, 不向外排出。即在总应力分析法的基础上, 增加残余孔隙水压力或残余变形的计算。

(2) 分时段动力分析与 Biot 静力方程结合的方法: 这种方法是在不排水有效应力法的基础上, 每个计算时段末按 Biot 固结理论进行一次静力求解^[2]。

(3) 双相介质耦合场统一算法^[3]: 即采用一定的数值积分格式直接对 Biot 动力方程进行逐步积分计算的方法。由于孔隙流体的压缩性通常是忽略不计的, 当渗透系数较小时, 渗透子矩阵与总体矩阵中的其他子矩阵存在数量级的差异, 导致总体矩阵为一病态矩阵, 直接对总体矩阵求逆往往难以得到稳定的结果。此外, 当采用隐式的数值积分格式时, 需要形成包含刚度矩阵、质量矩阵、耦合矩阵、渗透矩阵及孔隙水压缩矩阵所组成的总体矩阵, 当分析的问题复杂或自由度较多时, 计算工作量很大, 大大限制了它的应用和推广。

(4) 耦合场分割算法: 数值计算领域中的耦合场概念一般是指存在动力相互作用的不同的子系统(子场)组成的系统(总场)^[4]。根据子场之间相互作用的不同, 耦合场区分为单向耦合场和双向耦合场^[5]。耦合场动力问题可以采用和单一物理场类似的直接

积分方法进行分析, 即统一算法。但这要求针对每个耦合场问题开发新的软件和算法, 而无法应用现有的单一物理场的程序资源。同时, 当不同物理子场的控制微分方程阶次不同, 或者不同场变量的系数矩阵在数值上相差悬殊时, 直接积分法的计算难度往往是较大的。20 世纪 80 年代, C. A. Felippa 和 K. C. Park^[6]提出一种新的算法, 即耦合场分割算法。分割算法又称交错算法, 其基本思想是用一定的预测值替代某一场变量的真实值, 时间积分在仅考虑一个场变量的子系统中进行, 而相互作用项作为外力来考虑, 从而实现不同物理场的解耦。

耦合场分割算法主要包括串行和并行算法 2 种^[5]。图 1 给出了串行和并行算法示意图。

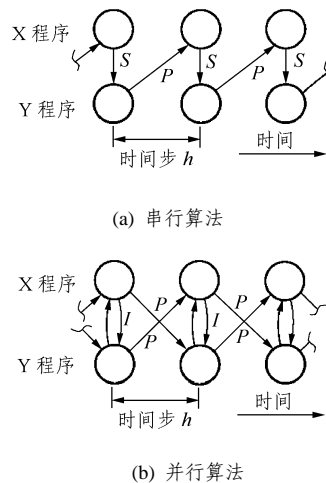


图 1 分割算法示意图

Fig.1 Sketch of partitioned algorithm

采用分割算法的好处是明显的: (1) 不同物理场独立建模, 可以分别采用最适合的离散技术和计算方法, 大大降低了计算难度; (2) 目前比较完善的单一物理场的计算软件很多, 而采用分割算法则可以充分利用这些现有的程序资源, 而仅把研究重点放在不同物理子场之间的耦合及程序实现上, 能够大大提高工作效率。

然而，分割算法的引入也会带来2方面的问题，即精度和稳定性的问题。首先，由预测值代替真实值会造成精度的损失，对于串行算法，当对每一计算步仅进行一次预测时，由预测值的引入造成的误差会不断累积，计算步数越长，计算步距越大，则累积误差越大；而对于并行算法或采用多步迭代计算的串行算法，可以根据一定的收敛准则将本计算步内由预测值造成的误差逐步减小至可以接受的水平，从而大大提高计算精度。其次，分割算法的稳定性与时间积分格式和预测值的选择有关。分割后的每个子系统均采用无条件稳定的积分格式并不能保证整个系统的稳定性^[7]。

Biot 方程所描述的多孔介质 - 孔隙水动力相互作用系统是一个典型的双向耦合场。目前针对 Biot 方程所提出的较为成熟的分割算法主要有以下几种：J. H. Prevost^[8]针对静力 Biot 方程的有限元离散形式提出了隐式的无条件稳定的分割算法，该方法借助预处理矩阵 B 不断修正预测值，经过多次迭代计算，直至满足收敛条件；M. S. Huang 和 O. C. Zienkiewicz^[7]针对动力 Biot 方程先后提出了显式与隐式算法相结合的无条件稳定的 Q^* 方法、 $QC^{-1}Q^T$ 方法和 H^* 方法^[9]，这几种方法都是单步预测的串行分割算法；王栋和栾茂田^[10]提出的能够考虑孔隙流体加速度的无条件稳定的隐 - 隐式解法则是一种多次迭代的串行分割算法。

M. S. Huang 等^[7, 9, 10]中的分割算法主要是为了降低计算难度、提高计算效率而提出的，有关计算程序都是独立开发，并没有利用现有程序资源，其中的几种方法由于涉及质量阵的求逆，只能应用于动力问题。J. H. Prevost^[8]的算法能够利用现有程序资源，但只适用于静力问题。上述几种算法的格式都是基于有限元离散形式的，虽然理论上都能应用于现有有限元软件的二次开发，但由于大多数计算软件一般并不开放其原程序代码，必须附加额外的子程序进行刚度矩阵、渗透矩阵、耦合矩阵等的形成和组装、进行矩阵的乘法及逆运算。对于不同维数的问题，如一维问题、平面问题、空间问题，以及不同的单元类型，都必须分别编制相应的程序，其工作量是相当可观的。

显然，采用基于微分方程的分割算法，把耦合项作为体荷载输入而不必换算为等效节点荷载(这一过程交由软件自身完成)，将大大减少外挂程序的工作量，同时可以不受问题维数和单元类型的限制，具有更广的适用性。

此外，目前较为成熟的固体介质有限元动力分

析软件以及热传导分析软件都十分丰富，还有很多大型通用有限元软件，如 ANSYS, MARC, ADINA 以及 ABAQUS 等，同时提供了可进行上述 2 种分析的计算模块以及可以分析两者耦合效应的结构 - 温度耦合场分析模块。鉴于以上情况，本文在对瞬态热传导微分方程和孔压消散微分方程的对比研究的基础上，推导了一种能够在结构 - 温度耦合场分析软件(也可在单独的结构场软件和温度场软件)上实现的 Biot 方程多次迭代串行分割算法。

2 多次迭代串行分割算法

2.1 Biot 方程和温度——结构耦合场控制方程

利用伽辽金加权残数法对 Biot 微分方程进行空间离散后，其方程组为

$$\begin{bmatrix} [M] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}\} \\ \{\dot{p}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [0] & [0] \\ [Q]^T & [C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}\} \\ \{\dot{p}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K] & [Q] \\ [0] & [H] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{p\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F\} \\ \{F\} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

式(1)中各参数的意义及计算公式见谢康和和周健^[11]的研究成果。而温度 - 结构耦合场控制方程的有限元离散形式为

$$\begin{bmatrix} [M] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}\} \\ \{\dot{T}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [0] & [0] \\ [0] & [C^t] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}\} \\ \{\dot{T}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K] & [0] \\ [0] & [K^t] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{T\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F\} \\ \{Q\} \end{Bmatrix} \quad (2a)$$

式中： $\{u\}$ 为节点位移向量； $\{T\}$ 为节点温度向量； $[C^t]$ ， $[K^t]$ 分别为热容矩阵和热传导矩阵； $\{F\}$ 为结构场的节点荷载向量，且有

$$\{F\} = \{F\}^{pr} + \{F\}^{nd} + \{F\}^{th} \quad (2b)$$

其中，

$$\{F\}^{th} = \int_{vol} [B]^T [D] \{\varepsilon\}^{th} dvol \quad (2c)$$

式中： $\{F\}^{th}$ 为温度应力产生的等效节点荷载^[12]； $\{F\}^{pr}$ 为节点力矢量； $\{F\}^{nd}$ 为压力荷载矢量； $\{\varepsilon\}^{th}$ 为应变列阵，且有

$$\{\varepsilon\}^{th} = \{\varepsilon_x^{th}, \varepsilon_y^{th}, \varepsilon_z^{th}, \gamma_{xy}^{th}, \gamma_{yz}^{th}, \gamma_{xz}^{th}\}^T = \{\hat{T}, \hat{T}, \hat{T}, 0, 0, 0\}^T \alpha \quad (2d)$$

其中，

$$\hat{T} = T - T_0 \quad (2e)$$

式中： T_0 为参考温度， α 为材料热膨胀系数。

若材料为各向同性，并令参考温度为 0 °C，则

对于三维空间问题, 由温度应力产生的结构单元等效节点荷载可表示为

$$\begin{aligned} \{F\}^h &= \int_{vol} [B]^T [D] \{\varepsilon\}^h dvol = \\ &\int_{vol} [B]^T [D] \{M\} \alpha \{T\} dvol = \\ &\int_{vol} [B]^T \{M\} [\bar{N}] dvol \alpha (d_1 + 2d_2)^2 \{T\} \end{aligned} \quad (3a)$$

其中,

$$d_1 = E_s \quad (3b)$$

$$d_2 = \frac{\mu}{1-\mu} E_s \quad (3c)$$

$$d_1 + 2d_2 = \frac{1+\mu}{1-\mu} E_s = \frac{E}{1-2\mu} \quad (3d)$$

$$\{M\} = \{1, 1, 1, 0, 0, 0\}^T \quad (3e)$$

式中: $[\bar{N}]$ 为单元的形函数矩阵; E , E_s 分别为弹性模量和侧限压缩模量; μ 为泊松比。

对于二维平面应变问题, 有

$$\{F\}^h = \int_A [B]^T \{M\} [\bar{N}] dA \alpha \frac{E_s}{1-\mu} \{T\} \quad (4a)$$

其中,

$$\{M\} = \{1, 1, 0, 0\}^T \quad (4b)$$

对比温度 - 结构耦合场控制方程式(式(2a))和 Biot 方程式(式(1))可以看出, 两者都是描述的 2 种不同物理场之间的耦合, 并且形式十分相似。不同点在于前者的第 2 式中并不包含结构场的变量, 因此可以先单独求解出 $\{T\}$ 并计算出 $\{F\}^h$ 再代入第 1 式求解结构场的未知量 $\{u\}$, 属于单向耦合问题; 而后者中由于耦合矩阵 $[Q]$ 同时出现在 2 个物理场方程中, 使得 $\{u\}$ 和 $\{p\}$ 相互作用, 不能独立求解, 属于双向耦合问题。同时, 对于三维问题, 令

$$\alpha = \frac{1}{d_1 + 2d_2} = \frac{1-2\mu}{E} \quad (5a)$$

对于二维平面应变问题, 令

$$\alpha = \frac{(1-2\mu)(1+\mu)}{E} \quad (5b)$$

可得到式(1)中第 1 式一项, 即使得式(2a)与(1)的第 1 式完全一致。

综上所述, 温度 - 结构场耦合问题和有效应力问题控制方程的差异主要是式(2a)的第 2 式, 也即瞬态热传导方程和孔压消散方程的差异。为了具有更高的普适性, 将从微分方程的角度对两者进行对比研究。鉴于多数有限元软件都是规定应力和应变以受拉为正, 本节的推导也遵循这一约定。同时, 为了简化分析, 暂不考虑孔压消散方程和瞬态热传

导方程中由于边界条件产生的荷载项, 而在最后作统一说明。

2.2 微分方程对比研究

根据 Darcy 定律、渗流连续性方程以及广义 Hooke 定律, 不考虑孔隙水加速度以及渗透系数随空间、时间变化时, 孔压增长消散方程微分形式^[11]可表示为

$$C_{h3} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) + C_{v3} \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_{m3}}{\partial t} \quad (6a)$$

式中: σ_{m3} 为总应力的平均值, 且有 $\sigma_{m3} = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$; C_{h3} 为水平向固结系数, 且有 $C_{h3} = k_h / (\gamma_w m_{v3})$; C_{v3} 称为竖向固结系数, 且有 $C_{v3} = k_v / (\gamma_w m_{v3})$, m_{v3} 为体积压缩系数, 且有 $m_{v3} = [3(1-2\mu)]/E$ 。

对于二维平面应变问题, 则有

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{m2} &= (\sigma_x + \sigma_y)/2 \\ C_{h2} &= \frac{k_h}{\gamma_w m_{v2}} \\ C_{v2} &= \frac{k_v}{\gamma_w m_{v2}} \\ m_{v2} &= \frac{2(1+\mu)(1-2\mu)}{E} \end{aligned} \right\} \quad (6b)$$

在忽略速度向量影响以及热传导系数随空间和时间的变化的前提下, 瞬态热传导控制微分方程可简化为

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \ddot{q} + k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (7)$$

式中: ρ , c , \ddot{q} , k_x , k_y , k_z 分别为材料的密度、比热、生热率以及 3 个方向的热传导系数。

对比式(6a)和(7)可以看出, 只需要在瞬态温度传导分析时令 $c = 1/\rho$ (当考虑孔隙水的压缩性时, 取 $c = 1/(\rho Q^*)$); $k_x = k_y = C_{h3}$; $k_z = C_{v3}$; $\ddot{q} = -\frac{\partial \sigma_{m3}}{\partial t}$ 就可以得到和式(7)一致的形式。

对于边界条件问题, 有效应力分析中 2 种最常见的边界条件是排水和不排水边界, 分别和温度场中的散热和绝热 2 种边界条件一一对应, 而对于孔压或者流量恒定的边界, 在温度场中也都有与之对应的边界条件。

从上面的分析可以看出, 瞬态热传导方程和孔压增长消散方程的形式非常接近, 但其实两者之间存在着一点本质的差别: 孔压增长消散方程中的 $\frac{\partial \sigma_{m3}}{\partial t}$ 一项是和结构场耦合的, 是未知的量; 而温

度场的 \ddot{q} 一项则与结构场无关，是已知的量。因此土 - 孔隙水压耦合场属于双向耦合场，而温度 - 结构耦合场是单向耦合场。

2.3 多次迭代分割算法

如果在求解 Biot 方程的第 $n+1$ 荷载步时，预先将孔压消散方程中的耦合项 $[Q]^T \{\dot{u}\}_{n+1}$ (未知量) 用某种形式的预测值 $[Q]^T \{\dot{u}\}_{n+1}^p$ (已知量) 代替，即将微分方程中的 $\left(\frac{\partial \sigma_{m3}}{\partial t}\right)_{n+1}$ 用 $\left(\frac{\partial \sigma_{m3}}{\partial t}\right)_{n+1}^p$ 代替，则孔压消散方程中的未知量只剩下了节点孔压，可以独立求解出孔压，再代入 Biot 方程的第 1 式，就可以求出节点位移，如此循环迭代，即能以解耦的形式完成 Biot 方程的求解过程。预测值 $\left(\frac{\partial \sigma_{m3}}{\partial t}\right)_{n+1}^p$ 一般可采用前若干时刻总应力变化率计算结果的线性组合，即 $\sum a_k \left(\frac{\partial \sigma_{m3}}{\partial t}\right)_k$ ($k=1, 2, \dots, n$) 的形式。

以上就是 Biot 方程的一种单步预测分割算法^[13]，且还利用理论推导和算例分析讨论了 2 种常见的预测值取值方式对计算稳定性的影响，证明了当取 $\left(\frac{\partial \sigma_{m3}}{\partial t}\right)_{n+1}^p = \frac{(\sigma_{m3})_n - (\sigma_{m3})_{n-1}}{\Delta t}$ 只能实现条件稳定，而另一种预测值取值方式是不稳定的。这样，当材料的渗透系数较小时，必须采用足够小的积分时间步长以保证得到稳定的计算结果。同时，采用单步预测方法由预测值代替真实值所引起的误差会随着逐步积分过程而不断积累，而积分步长越大或积分步数越多，这一误差也越大，因此单步迭代预测分割算法不适用于求解渗透系数较小或振动持续时间较长的问题。

本文对周 健等^[13]的方法进行改进，即在单步预测算法的基础上，每计算步完成后，利用新的计算结果对预测值 $\left(\frac{\partial \sigma_{m3}}{\partial t}\right)_{n+1}^p$ 进行修正。在结构 - 温度耦合场分析软件中，实现这一方法流程图如图 2 所示。

收敛条件一般可选择位移标准或孔压标准，即第 $n+1$ 荷载步第 $k+1$ 次迭代得到的计算结果和第 k 次迭代得到的计算结果的相对误差小于某一规定的值，则认为收敛，本荷载步的计算完成，即

$$\left. \begin{aligned} \left\| \{u\}_{n+1}^{k+1} - \{u\}_{n+1}^k \right\| < \varepsilon_u \left\| \{u\}_{n+1}^k \right\| \\ \left\| \{p\}_{n+1}^{k+1} - \{p\}_{n+1}^k \right\| < \varepsilon_p \left\| \{p\}_{n+1}^k \right\| \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中： $\varepsilon_u, \varepsilon_p$ 为 2 个参数，均为小正数。

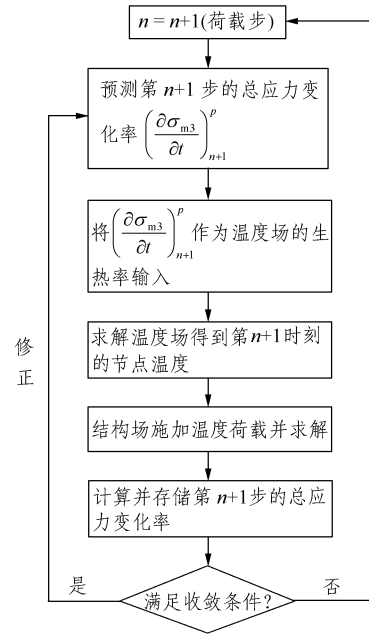


图 2 多次迭代分割算法流程图
Fig.2 Flow chart of multi-iteration partitioned analysis method

由于土骨架节点位移的计算结果对节点孔压值非常敏感，孔压微小的变化也会引起位移较大的变化，因此，推荐采用位移标准。多步迭代计算由于不断地对预测值进行修正，使得因预测值代替真实值所引入的误差逐步减小。当达到规定的收敛标准，即说明当前的计算结果能够同时满足 Biot 方程中 2 个方程，计算结果和 Biot 方程精确解的误差在容许的范围之内。收敛标准越严格，计算结果也就越精确，因此，这种算法的计算精度是可以人为控制的。

多步迭代分割算法初始预测值推荐选择 $\left(\frac{\partial \sigma_{m3}}{\partial t}\right)_{n+1}^p = \frac{(\sigma_{m3})_n - (\sigma_{m3})_{n-1}}{\Delta t}$ 的预测格式，数值算例表明，对于弹性问题，一般迭代 5~8 次可达到收敛，且多次数值计算表明，即使积分时间步长取得很大也没有出现失稳的现象，参照参考王 栋和栾茂田^[10]的研究就可判断这是一种无条件稳定的算法。

3 算例分析

3.1 算例 1

本节采用 M. S. Huang 等^[9]中的算例 1：表面承受台阶荷载的弹性土柱固结问题。

图 3 所示的土柱上表面承受荷载作用，荷载在

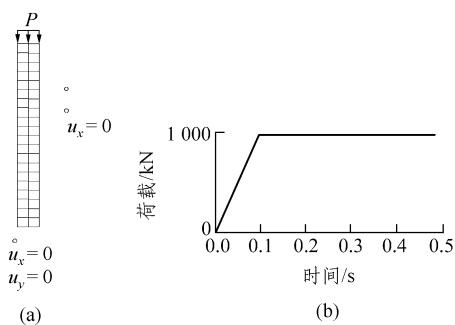


图 3 表面承受台阶荷载作用的土柱

Fig.3 An elastic soil column subjected to a surface step loading

0.0~0.1 s 由 0 kN 线性增长到 1 000 kN, 然后保持不变。土柱宽度为 1 m, 深度 30 m。边界条件: 地表为排水边界, 其他边界为不排水边界; 底边界固定, 侧边界为水平向固定, 垂直向自由, 地表为自由边界。材料参数如下: $E = 30.0 \text{ MPa}$; $\mu = 0.2$; 孔隙水的密度 $\rho_w = 1\ 000 \text{ kg/m}^3$; 土颗粒的密度 $\rho_s = 2\ 000 \text{ kg/m}^3$; 孔隙比 $e = 0.3$; 渗透系数为 $1 \times 10^{-4} \text{ m/s}$ 。有限元网格边长取 1 m; 计算时间步长取 0.02 s; 计算时每一荷载步的迭代次数统一取 8 次。

图 4 分别给出了不同埋深处的节点孔压时程曲线, 计算结果与采用 H^* 方法^[9]得到的对应结果吻合较好, 其精度都明显高于采用统一解法的结果。

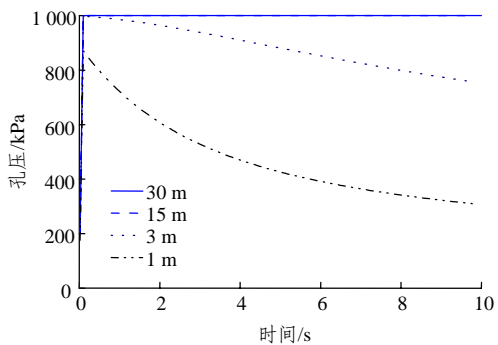


图 4 不同深度节点孔压时程曲线

Fig.4 Time-history curves of modal pore pressure at different depths

图 5, 6 给出了采用不同迭代次数的孔压、沉降时程曲线。图 7, 8 分别描述了第 1, 5, 8, 10 荷载步, 埋深 1 m 处节点的孔压及地表沉降计算结果随迭代次数的增加逐渐收敛于稳定值的情况。

从图 5~8 中可以得出以下规律:

(1) 本文提出的多步迭代分割算法具有良好的计算稳定性, 计算结果收敛速度较快, 本算例迭代 6 次即基本稳定, 位移及孔压的相对误差均降低

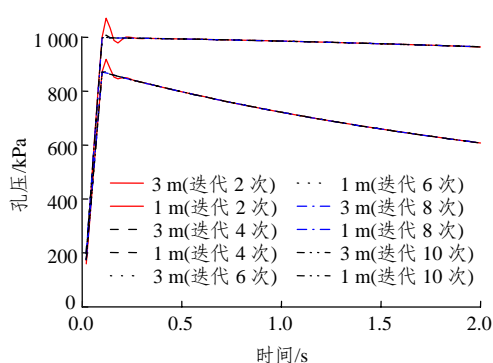


图 5 采用不同迭代次数时节点孔压时程曲线

Fig.5 Time-history curves of nodal pore pressure with different iteration times

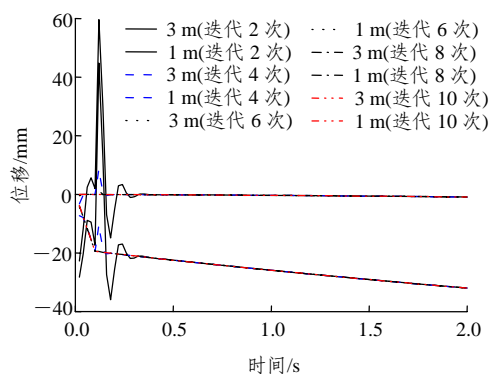


图 6 采用不同迭代次数时节点位移时程曲线

Fig.6 Time-history curves of nodal displacement with different iteration times

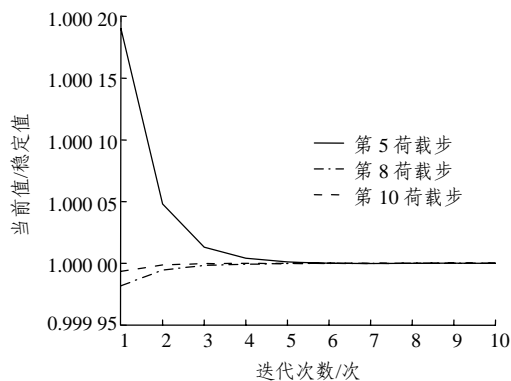


图 7 节点孔压计算结果随迭代次数的收敛

Fig.7 Convergence of nodal pore pressure results with increasing iteration times

到 1×10^{-6} 以下。

(2) 迭代次数较少时, 在荷载曲线的转折点处会产生较大的误差, 尤其是位移计算结果。但迭代次数在荷载恒定的阶段对计算结果的影响很小, 并且在荷载转折点处引起的误差向后传递的距离很短。因此当只关心荷载恒定阶段的孔压及沉降值时可以采用较少的迭代步数。但对于地震作用等波形复杂的反复荷载必须采用足够的迭代次数以保证计

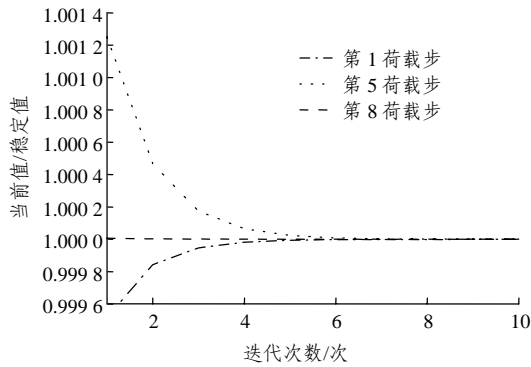


图8 节点位移计算结果随迭代次数的收敛

Fig.8 Convergence of nodal displacement results with increasing iteration times

算精度。

(3) 位移计算结果对孔压结果较为敏感，孔压较小的误差会引起位移较大的误差，对于同样的收敛标准，孔压收敛速度快于位移，因此，推荐采用位移收敛标准。

(4) 当迭代次数为 1 时，多步迭代算法及退化为单步预测算法，显然，必须采用更小的时间步长和更多的计算步数才有可能达到多步迭代方法的计算精度，同时还必须满足稳定性要求。试算结果表明，将计算步长减小 10 倍，采用单步预测方法的计算精度大致相当于本算例中迭代 4~5 次的计算精度，因此，采用多步迭代算法更为经济。

图 9 给出当材料的渗透系数很小时($k=1.0 \times 10^{-10}$ m/s)不同埋深处节点的孔压时程。可见，分割算法能够有效地处理 Biot 方程不可压缩问题^[9]。

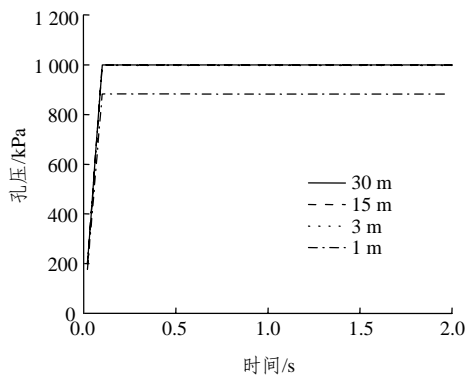


图9 不同深度节点孔压时程曲线($k=1.0 \times 10^{-10}$ m/s)

Fig.9 Time-history curves of nodal pore pressure at different depths($k=1.0 \times 10^{-10}$ m/s)

3.2 算例 2

设无限长圆柱土体直径为 15 m，弹性模量 $E=10$ MPa，泊松比 $\nu=0.3$ ，土颗粒密度 $\rho_s=2.0 \times 10^3$ kg/m³，孔隙水密度 $\rho_w=1.0 \times 10^3$ kg/m³，孔隙比 $e=$

0.3，渗透系数 1.16×10^{-6} cm/s，在周围受径向压力 10 kPa 作用，圆周表面为排水面。

对土柱横截面采用二维平面应变单元进行网格划分，径向划分 8 个网格，周向划分 32 个网格，采用四节点等参单元(圆心周围退化为三节点)。计算时间步长为 0.5 d，计算步数 200 步。

图 10 给出了圆心节点孔压时程。图 11 给出了不同时刻孔压分布图。

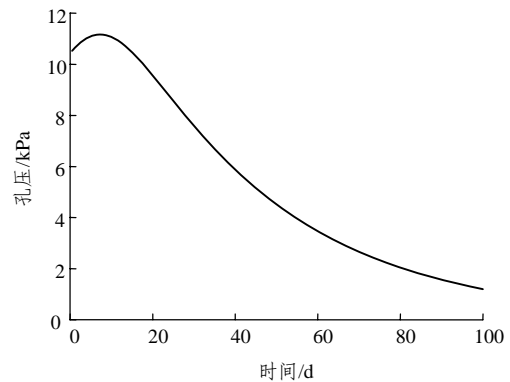


图 10 圆心节点孔压时程

Fig.10 Time-history curve of nodal pore pressure time history at the center

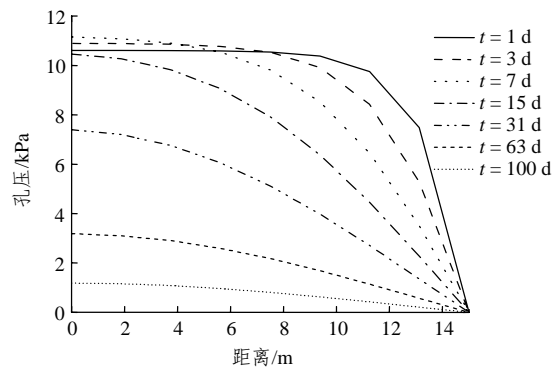


图 11 不同时刻孔压分布图

Fig.11 Distribution of nodal pore pressure at different times

从图 10, 11 可以看出，土柱固结的初期，土柱内孔压并不是从初始孔压 10 kPa 开始下降，而是呈上升趋势并超过初始孔压，然后才开始下降，即模拟出了 Mandel-Cryer 效应，并且计算结果同的理论解^[14]吻合较好，如果减少时间积分步长则能够得到更为精确的结果。由图 12 可以看出，材料的泊松比越小，Mandel-Cryer 效应越明显，当泊松比 μ 接近 0.5 时，Mandel-Cryer 效应消失；而材料的泊松比越小，固结速度越快，这些均与赵维垣和施建勇^[14]中的结论一致。

通过以上算例可以看出，多步迭代分割算法具

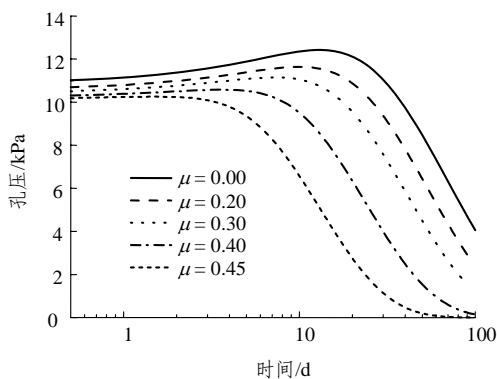


图 12 泊松比不同时圆心节点孔压时程

Fig.12 Time-history curves of nodal pore pressure at the center with different Poisson's ratios

有良好的计算精度和收敛性。多个算例计算表明, 时间步即使取得很大, 计算仍没有出现不稳定现象, 该算法计算精度可调、稳定性好、能够充分利用程序资源、适用性广, 并且基本不需要额外编程, 便于推广应用, 因此具有较高的实用价值。

4 武汉长江隧道地基液化危险性分析

4.1 工程概况

武汉长江隧道工程为双孔四车道的公路隧道, 其中盾构段长 2 200 m, 每孔外径 ϕ 11.00 m, 内径 ϕ 10.50 m, 衬砌管片厚度 500 mm, 宽度 2 000 mm。根据《武汉长江隧道工程地质勘察报告》及《武汉长江隧道工程场地地震安全性评价报告》, 武汉长江隧道工程场地 20 m 埋深范围内可能液化的土层主要有④₃ 粉土层、④₆ 粉土层、③₁ 粉细砂层、⑤₁ 粉细砂层及⑤₂ 粉细砂层。

本节利用前面提出的多次迭代 Biot 方程分割算法, 对洞庭街 RK2+862 附近横断面进行二维有效应

力分析, 以判断工程场地在地震作用下的液化可能性。该断面处的可液化土层主要为④₆ 粉土层(位于隧道侧部)及⑤₂ 粉细砂层(位于隧道下方), 地层构造如表 1 所示。

土的静力本构关系采用 Duncan-Chang 非线性弹性模型, 动力本构关系采用 Davidenkov 模型, 有关计算参数均列于表 1 中。

黏性土振动孔隙水压力的增长模型可以采用的经验^[15]为

$$\frac{u}{\sigma'_0} = aN^b \quad (9)$$

有关参数确定方法可参考李培振^[15]的研究成果。

非黏性土的振动孔压模型采用徐志英和沈珠江^[2]的经验公式, 即

$$\frac{u}{\sigma'_0} = \frac{\alpha_0}{\pi} \arcsin\left(\frac{N}{N_f}\right)^{\frac{1}{2\theta}} (1 - m\alpha_0) \quad (10)$$

式中: α_0 为静应力水平^[15]; m 为参数, 一般取 1.0~1.2; θ 为参数, 一般取 0.7; N_f 为无初始水平剪应力情况下达到破坏所需振动次数; N 为等效循环次数。根据室内土动力学试验成果整理, 发现经验公式 $aN_f^{-b} = \tau/\sigma'_0$ 对于本工程场地内的非黏性土较为适合, 对于粉土, 取 $a = 0.636$, $b = 0.277$; 对于粉细砂, 取 $a = 0.613$, $b = 0.184$ 。

4.2 输入地震动

输入地震动为垂直于基岩面向上入射的剪切波。分别采用两条实际地震波及一条人工地震波:

- (1) 1976 年 8 月 9 日唐山迁安地震波加速度时程, 并调幅至 0.60 m/s^2 ;
- (2) 1982 年 10 月 19 日的唐山卢龙地震波加速度时程, 并调幅至 0.60 m/s^2 ;
- (3) 100 a 一遇概率水准为 3% 的武汉人造地震波的前 10 s 加速度时程, 加速度峰值 0.60 m/s^2 (基岩地表为 1.2 m/s^2), 如图 13 所示。

表 1 材料计算参数表

Table 1 Mechanical parameters of materials

编号	地层名称	地层埋深/m	D_{\max}	饱和密度 ($\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$)	c'/kPa	$\sin\phi'$	邓肯-张模型计算参数			$K_{2, \max}$ / $\text{kPa}^{\frac{1}{2}}$	泊松比	渗透系数 ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	弹性模量 /GPa
							R_f	n	k				
① ₁	杂填土	2.0	0.33	1.91	22.30	0.38	0.80	0.53	3 360	8 900	0.30	7.7×10^{-7}	
① ₂	素填土	4.8	0.33	1.91	22.30	0.38	0.80	0.53	3 360	8 900	0.30	7.7×10^{-7}	
④ ₂	粉质黏土	6.3	0.31	1.91	9.15	0.40	0.65	0.40	2 840	3 450	0.30	7.7×10^{-7}	
④ ₁	黏土	10.4	0.35	1.89	10.00	0.21	0.68	0.47	1 237	2 470	0.35	1.5×10^{-8}	
④ ₄	粉质黏土	16.0	0.31	1.94	9.15	0.40	0.65	0.40	2 840	3 450	0.30	7.7×10^{-7}	
④ ₆	粉土	19.7	0.32	1.98	9.00	0.31	0.80	0.50	3 400	10 200	0.30	5.8×10^{-6}	
⑤ ₂	粉细砂	31.9	0.30	2.01	0.00	0.56	0.82	0.50	3 500	10 304	0.25	1.1×10^{-5}	
⑤ ₃	粉细砂	55.0	0.30	2.01	0.00	0.56	0.82	0.50	3 500	10 304	0.25	1.1×10^{-5}	
⑥	混凝土		0.17								0.16		35

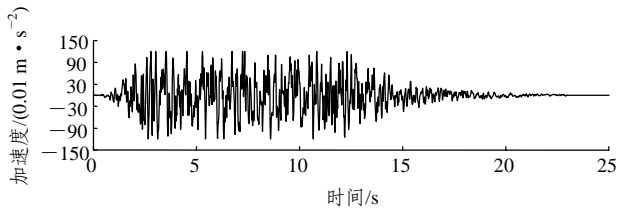


图 13 武汉人工波加速度时程曲线

Fig.13 Time-history curves of Wuhan artificial waves

图 14~16 分别给出了在上述 3 条地震波作用

下,地震结束时刻地基动孔压比的等值线图。计算表明,武汉人工波引起的孔压最大,最大孔压比为 0.33,较大的孔压出现在隧道顶部附近,而隧道底部土层中的孔压比保持在 0.15 以下;唐山迁安波引起的最大孔压比为 0.25,发生在隧道侧部,隧道底部土层中的孔压也保持在 0.15 以下;唐山卢龙波引起的孔压最小,最大孔压比仅为 0.07。

综合所述,可以判定该场地在这 3 条地震波作用下(相当于地震烈度为 7 度)不会发生液化现象。

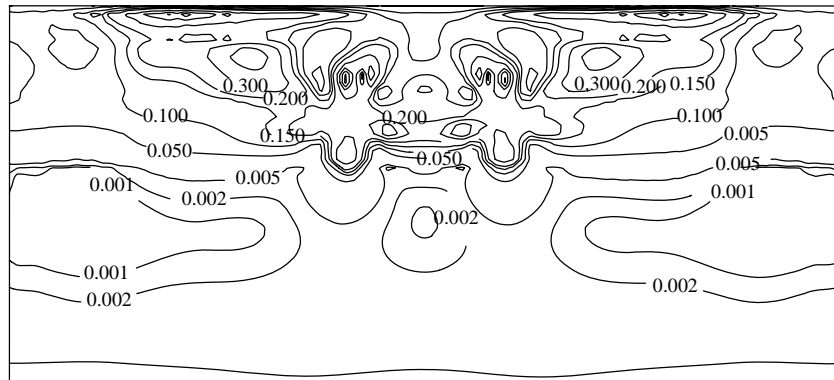


图 14 武汉人工波引起的动孔压比等值线图

Fig.14 Contours of dynamic pore pressure ratios induced by Wuhan artificial wave

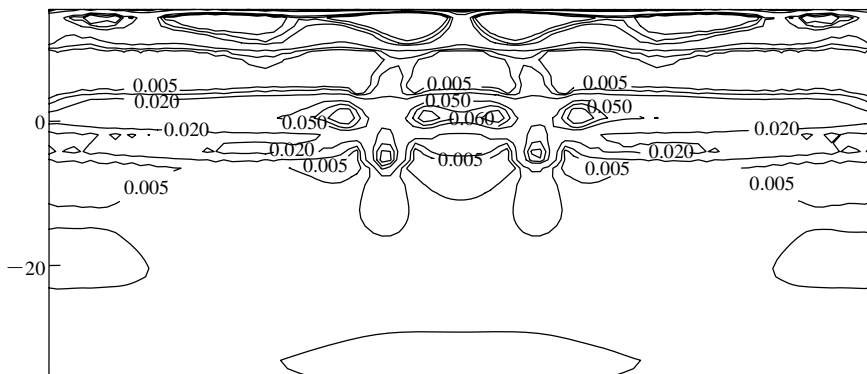


图 15 唐山卢龙地震波引起的动孔压比等值线图

Fig.15 Contours of dynamic pore pressure ratios induced by Tangshan Lulong seismic wave

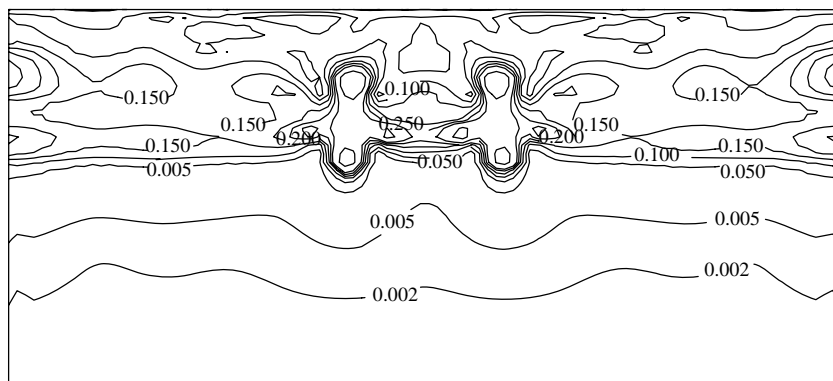


图 16 唐山迁安地震波引起的动孔压比等值线图

Fig.16 Contours of dynamic pore pressure ratios induced by Tangshan Qian'an seismic wave

5 结 论

本文在对瞬态热传导方程和孔压消散方程的对比研究的基础上, 提出了一种 Biot 方程分割算法。理论推导及数值算例表明, 本文提出多步迭代分割算法具有计算精度可调、无条件稳定的优点, 具有较高的工程应用价值。

同时, 由于这种算法是基于微分方程的, 不受问题维数和单元类型的限制, 对动力或静力问题都适用, 特别适合于商用有限元软件的二次开发, 并且基本都不需要额外编程, 能够充分利用现有程序资源。

最后, 利用本文提出的多步迭代分割算法对武汉长江盾构隧道横断面进行了动力有效应力分析。计算表明, 在武汉人工波、唐山卢龙波、唐山迁安波作用下, 武汉长江隧道工程场地最大孔压比分别为 0.15, 0.15 和 0.07, 可以判定该场地在这 3 条地震波作用下不会发生液化现象。

参考文献(References):

- [1] ZIENKIEWICZ O C, GHANG C T, BETTESS P. Drained, undrained, consolidating and dynamic behaviour assumptions in soils[J]. *Geotechnique*, 1980, 30(4): 385 - 395.
- [2] 徐志英, 沈珠江. 地震液化的有效应力二维动力分析方法[J]. *华东水利学院学报*, 1981, 9(3): 1 - 14.(XU Zhiying, SHEN Zhujiang. 2D dynamic soil liquefaction analysis based on effective stress principle[J]. *Journal of East China Technical University of Water Resources*, 1981, 9(3): 1 - 14.(in Chinese))
- [3] BLOM F J. A monolithic fluid-structure interaction algorithm applied to the piston problem[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1998, 167(3/4): 369 - 391.
- [4] PARK K C, FELIPPA C A. Partitioned analysis of coupled systems[C]// BELYTSCHKO T, HUGHES T J R ed. *Computational Methods for Transient Analysis*. North-Holland: [s. n.], 1983: 157 - 219.
- [5] FELIPPA C A, PARK K C. Synthesis tools for structural dynamics and partitioned analysis of coupled systems[C]// IBRAHIMBEGOVIĆ A, BRANK B ed. *Multi-physics and Multi-scale Computer Models in Nonlinear Analysis and Optimal Design of Engineering Structures under Extreme Conditions*. Ljubljana, Slovenia: [s. n.], 2004: 50 - 110.
- [6] FELIPPA C A, PARK K C. Staggered transient analysis procedures for coupled-field mechanical systems: formulation[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1980, 24(1): 61 - 111.
- [7] HUANG M S, ZIENKIEWICZ O C. New unconditionally stable staggered solution procedures for coupled soil-pore fluid dynamic problems[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1998, 43(6): 1 029 - 1 052.
- [8] PREVOST J H. Partitioned solution procedure for simultaneous integration of coupled-field problems[J]. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 1997, 13(4): 239 - 247.
- [9] HUANG M S, WU S M, ZIENKIEWICZ O C. Incompressible or nearly incompressible soil dynamic behaviour—a new staggered algorithm to circumvent restrictions of mixed formulation[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2001, 21(2): 169 - 179.
- [10] 王 栋, 栾茂田. 广义 Biot 固结方程隐 - 隐式解法的推广及应用[J]. *世界地震工程*, 2002, 18(1): 23 - 26.(WANG Dong, LUAN Maotian. Extension and application of implicit-implicit staggered solution procedure for generalized Biot's consolidation equation[J]. *World Earthquake Engineering*, 2002, 18(1): 23 - 26.(in Chinese))
- [11] 谢康和, 周 健. 岩土工程有限元分析理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2002.(XIE Kanghe, ZHOU Jian. *Theory and application of finite element analysis in geotechnical engineering*[M]. Beijing: Science Press, 2002.(in Chinese))
- [12] BAJKOWSKI J, HAC M. Influence of coupled thermal-structural loads on stresses in elements of machines[C]// *International Conference on Numerical Methods in Continuum Mechanics*. Liptovsky, Slovak Republic: [s. n.], 2000: 19 - 24.
- [13] 周 健, 孔 戈, 张 刚, 等. 基于耦合场分割算法的 ANSYS 二次开发及其应用[J]. *地震工程与工程振动*, 2006, 26(2): 73 - 79.(ZHOU Jian, KONG Ge, ZHANG Gang, et al. ANSYS redevelopment and its application based on partitioned solution procedures of coupled mechanical systems[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2006, 26(2): 73 - 79.(in Chinese))
- [14] 赵维炳, 施健勇. 软土固结与流变[M]. 南京: 河海大学出版社, 1996.(ZHAO Weibing, SHI Jianyong. *Consolidation and rheology of soft soil*[M]. Nanjing: Hohai University Press, 1996.(in Chinese))
- [15] 李培振. 结构 - 地基动力相互作用体系的振动台试验及计算模拟分析[博士学位论文][D]. 上海: 同济大学, 2002.(LI Peizhen. *Shaking table test and numerical simulation of structure-soil dynamic system*[Ph. D. Thesis][D]. Shanghai: Tongji University, 2002.(in Chinese))